ROSARIO FEDERICO

CORSO ELEMENTARE DI FISICA

PER I LICEI SCIENTIFICI
ED ALTRI ISTITUTI MEDI SUPERIORI

VOLUME SECONDO

TERMOLOGIA - ACUSTICA - OTTICA

CON 380 FIGURE E NUMEROSI ESERCIZI E PROBLEMI

RISTAMPA DELLA TERZA EDIZIONE

1943-XXI

EDITRICE LIBRARIA ITALIANA / TORINO

CORSO ELEMENTARE DI FISICA

DELLO STESSO AUTORE:

CORSO ELEMENTARE DI FISICA

PER I LICEI SCIENTIFICI

VOLUME I: *Meccanica dei solidi e dei fluidi - Cosmografia*

Con molti problemi ed esercizi e 382 figure; pagg. 276 . . . . L. 18 —

VOLUME II: *Termologia - Acustica - Ottica*

Con molti problemi ed esercizi e 380 figure; pagg. 300 . . . . L. 24 —

VOLUME III: *Elettricità e Magnetismo*

Con molti problemi ed esercizi e 358 figure; pagg. 248 . . . . L. 18 —

ELEMENTI DI FISICA

PER I LICEI CLASSICI ED ALTRE SCUOLE MEDIE SUPERIORI

VOLUME I: *Meccanica - Termologia*

7ª edizione con 359 figure e numerosi esercizi; pagg VIII-272 . . . L. 24 —

VOLUME II: *Acustica - Ottica - Elettricità e Magnetismo*

7ª edizione con 533 figure, una tavola spettroscopica a colori e numerosi esercizi; pagg. VIII-336 . . . . L. 25 —

TRATTATO ELEMENTARE DI FISICA

PER GLI ISTITUTI TECNICI AGRARI, INDUSTRIALI, PER GEOMETRI E NAUTICI

VOLUME I: *Meccanica - Termologia - Acustica*

Con 505 figure, e numerosi esercizi e problemi; pagg. XVI-364 . . . L. 21 —

VOLUME II: *Ottica - Elettricità e Magnetismo - Meteorologia - Cosmografia*

Con oltre 600 figure, e numerosi esercizi e problemi; pagg. IV-380 . L. 21 —

TAVOLE DEI LOGARITMI

E DEI VALORI NATURALI DELLE FUNZIONI CIRCOLARI

con 5 cifre decimali e con l'approssimazione a meno di 0,000 002

Tavole aritmetiche di uso frequente

18ª edizione - Volume legato in cartoncino; pagg. 184 . . . . L. 12 —

FISICA ELEMENTARE

PER GLI ISTITUTI TECNICI COMMERCIALI E MAGISTRALI

10ª edizione con 515 figure e una tavola spettroscopica a colori; pagg. VIII-330 . . . . L. 24 —

SUNTI DI FISICA

PER LE SCUOLE MEDIE

17ª edizione con 367 figure; pagg. VIII-256 . . . . L. 18 —

I FENOMENI DELLA NATURA

NOZIONI DI FISICA, CHIMICA E MINERALOGIA

PER LE SCUOLE SECONDARIE DI AVVIAMENTO PROFESSIONALE

14ª edizione con 300 figure; pagg. VIII-204 . . . . L. 15 —

NOZIONI DI FISICA E CHIMICA

PER LE SCUOLE TECNICHE INDUSTRIALI

6ª edizione con 213 figure e numerosi esercizi; pagg. IV-188 . . . . L. 15 —

LE MACCHINE NELL'INDUSTRIA E NELLA VITA

ELEMENTI DI SCIENZE APPLICATE

6ª edizione con 336 figure e numerosi esercizi; pagg. VIII-248 . . . L. 14 —

PROF. ROSARIO FEDERICO
GIÀ ORDINARIO DI FISICA E MATEMATICA NEL R. LICEO « ALFIERI » DI TORINO

CORSO ELEMENTARE DI FISICA

PER I LICEI SCIENTIFICI
ED ALTRI ISTITUTI MEDI SUPERIORI

VOLUME SECONDO

TERMOLOGIA - ACUSTICA - OTTICA

RISTAMPA DELLA TERZA EDIZIONE

Con 380 figure e numerosi esercizi e problemi

1943-XXI
EDITRICE LIBRARIA ITALIANA - TORINO

PROGRAMMA DI FISICA PER I LICEI SCIENTIFICI

(R. D. 7 maggio 1936-XIV, N. 762).

III Classe - Ore 3 settimanali.

Termologia. Temperatura e termometri. Quantità di calore; caloria, calore specifico e capacità termica; calorimetri.

Conduzione, convezione e irraggiamento del calore.

Dilatazione termica nei solidi e nei liquidi.

Variazione termica del volume di un gas a pressione costante e della pressione a volume costante. Equazione caratteristica dei gas perfetti. Temperatura assoluta.

Cenni sulla teoria cinetica dei gas.

Cambiamenti di stato; fusione e solidificazione; evaporazione; ebollizione; liquefazione degli aeriformi. Vapori saturi e non saturi. Cenno sull'umidità dell'aria e sulle precipitazioni atmosferiche.

Primo principio della Termodinamica; equivalente meccanico della caloria; cenno sul secondo principio. Motori a vapore e a scoppio. Sorgenti di calore.

Acustica. Vibrazioni sonore e loro propagazione; velocità del suono. Percezione del suono e orecchio. Frequenza d'onda e intensità di un suono semplice; intervalli musicali. Timbro. Eco, risonanza, interferenza, fonografo.

Ottica. Luce e sua propagazione. Fotometria.

Riflessione; specchi piani e specchi sferici.

Rifrazione e riflessione totale; lastre e prismi; lenti; costruzione delle immagini. Cenno sui più comuni fenomeni ottici dell'atmosfera. Occhio; strumenti ottici più comuni. Colori, dispersione della luce. Spettro. Cenno sui raggi infrarossi e ultravioletti. Velocità della luce. Natura ondulatoria della luce; frequenza e lunghezza d'onda. Spettroscopia, interferenza, diffrazione, polarizzazione (cenni).

Avvertenza. Come per la II classe.

PARTE II.

TERMOLOGIA

TERMOMETRIA

1. **Calore e temperatura.** — Toccando con la mano un corpo caldo riceviamo una sensazione, che attribuiamo a qualcosa posseduta dal corpo. Questa causa, incognita, che produce in noi la sensazione di caldo, chiamiamo **calore**; e diciamo che un corpo riscaldandosi acquista calore e raffreddandosi lo perde. Non dobbiamo però pensare che il calore sia materia; lo stesso corpo sia freddo sia riscaldato *ha esattamente lo stesso peso*; il calore quindi non è qualcosa di materiale, una specie di fluido (come si riteneva anticamente) immagazzinato in un corpo. In seguito (§ 111), daremo un cenno sulla concezione odierna del calore.

Col tatto sentiamo se un corpo è più caldo di un altro; diciamo che *il corpo più caldo ha temperatura più elevata.* Chiamiamo perciò **temperatura** lo stato più o meno caldo di un corpo.

Non si confonda calore con temperatura. Fra di essi vi è analoga differenza che fra l'acqua ed il livello a cui trovasi in un vaso; oppure tra un gas e la pressione che esso ha in un recipiente. Mettendo tra loro in comunicazione due recipienti contenenti acqua a diverso livello, scende il liquido dal livello più alto al più basso, finchè si dispone nei due vasi allo stesso livello; ciò qualunque sia la *quantità d'acqua* contenuta in ciascun vaso; e cioè anche se nel vaso in cui il livello è più alto, la quantità d'acqua contenuta è minore, per essere il vaso assai stretto.

Parimenti, mettendo in contatto due corpi a diversa temperatura, il corpo più caldo cede calore al corpo più freddo, finchè si dispongono alla stessa temperatura; e ciò anche se il corpo a temperatura più alta ha meno quantità di calore dell'altro. Così, p. es., un ago arroventato ha piccola quantità di calore ma elevatissima temperatura; una vasca d'acqua tiepida per bagno, ha invece temperatura poco elevata, ma grande quantità di calore (si pensi alla grande quantità di combustibile che si è dovuto consumare per scaldarla); orbene, tuffando l'ago arroventato nell'acqua del bagno, è l'ago che cede calore, fino a portarsi alla stessa temperatura dell'acqua.

2. **Termometro.** — Per misurare la temperatura di un corpo, non possiamo ricorrere ai nostri sensi; perchè tutte le nostre sensazioni sono qualitative e non quantitative; possiamo cioè sentire se un corpo è più

caldo di un altro, ma non possiamo dire di quanto. Oltre a ciò spesso i nostri sensi ci inducono in errore, perchè le sensazioni sono in parte soggettive; dipendono cioè dalle condizioni in cui si trova il nostro organismo. Così, p. es., immergiamo per qualche minuto la mano destra in acqua calda e la sinistra in acqua fredda; poi tuffiamole entrambe in acqua tiepida: sentiremo freddo alla mano destra e caldo alla sinistra; cioè avremo sensazioni opposte con la stessa causa. Toccando la maniglia di ottone di una porta ed un pezzo di stoffa accanto ad essa, sentiremo la maniglia più fredda della stoffa; eppure l'una e l'altra *sono alla stessa temperatura*. Ciò avviene perchè l'ottone, buon conduttore del calore, sottrae rapidamente calore alla mano, che riceve così sensazione di freddo.

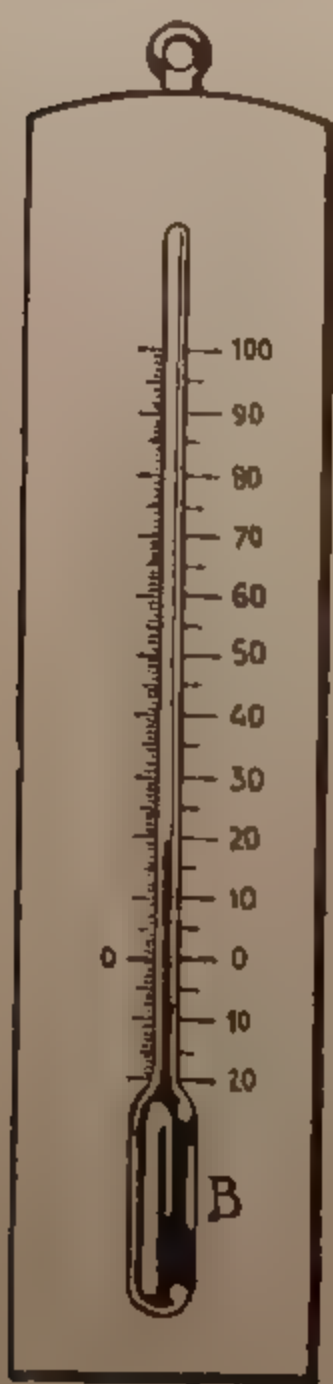
Per queste ragioni, per la valutazione delle temperature è necessario ricorrere ad uno strumento, che si chiama **il termometro**. Esso è basato sulla dilatazione dei corpi col riscaldamento (Vol. 1° - § 16): cioè conveniamo di *assumere eguali due variazioni di temperatura, se producono eguali variazioni di volume dello stesso corpo*. La misura di temperatura si riduce così ad una misura di volume di un corpo adatto.

Fig. 1.

Come *sostanza termometrica*, si potrebbe scegliere tanto un solido che un liquido o un gas. Ma i solidi sono poco adatti, perchè poco dilatabili, e richiedono artifizi speciali per valutarne la variazione di volume. Pertanto **termometri metallici** ne sono stati costruiti; ma non sono comunemente adoperati.

Sulla dilatazione dei gas influisce la pressione ambiente, ch'è variabile; onde un termometro a gas, sebbene assai sensibile, non può adoperarsi che con cautele speciali, che rendono l'apparecchio ingombrante e di uso non pratico; vedremo in seguito (§ 42), come esso può costruirsi.

Quindi comunemente, il termometro si basa sulla dilatazione di un liquido. Fra i liquidi è più adatto il mercurio, perchè opaco e perciò ben visibile in un tubo, si dilata più regolarmente degli altri, e si mantiene liquido, cioè può adoperarsi, entro un intervallo di temperatura rilevante; inoltre conduce bene il calore, e si pone quindi rapidamente in equilibrio di temperatura coi corpi con cui viene in contatto.

Il termometro a mercurio è formato di un cannello di vetro, a foro capillare e regolare; ad un estremo di esso si soffia (rammollendo il vetro con la fiamma) un rigonfiamento B, detto *il bulbo*, (Fig. 1). Questo si può fare di forma diversa: sferico, allungato, appiattito, a spirale, ecc. Si riscalda il bulbo alla fiamma, in modo che per la dilatazione ne esca una gran parte dell'aria che contiene; si immerge rapidamente l'altra estremità del cannello in un bicchiere contenente mercurio. Raffreddandosi il bulbo, si produce una contrazione dell'aria rimastavi e quindi un'aspirazione del mercurio dentro il bulbo. Si ripete l'operazione più volte, finchè tutto il bulbo e parte del cannello rimangono riempiti di mercurio. Allora si scalda il bulbo in modo che il mercurio, dilatandosi, arrivi sino all'estremità del cannello, e si chiude l'estremità di questo con la fiamma, in modo

che non vi rimanga aria nell'interno. Se si lasciasse l'aria nel cannello, essa ossiderebbe col tempo il mercurio, e inoltre ostacolerebbe la dilatazione di questo. O meglio, il mercurio dilatandosi comprimerebbe tanto l'aria, da far scoppiare il vetro.

3. **Scale termometriche.** — Costruito così il termometro, occorre graduarlo. Per questo si scelgono due punti fissi a piacere; si possono perciò stabilire diverse graduazioni, dette *scale termometriche.* Le più adoperate sono le seguenti, rappresentate comparativamente nella Fig. 2:

1. La scala centigrada, o di **Celsius** [1] (*C*), è la più diffusa. Ha lo *zero* alla temperatura del ghiaccio fondente. Per ottenerlo, si immerge il termometro in un recipiente *A* con-

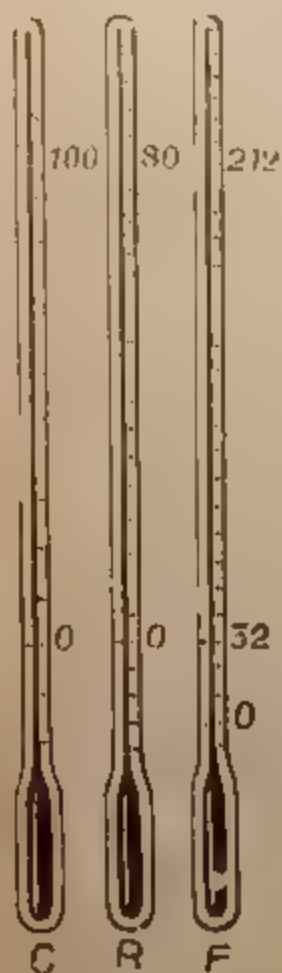
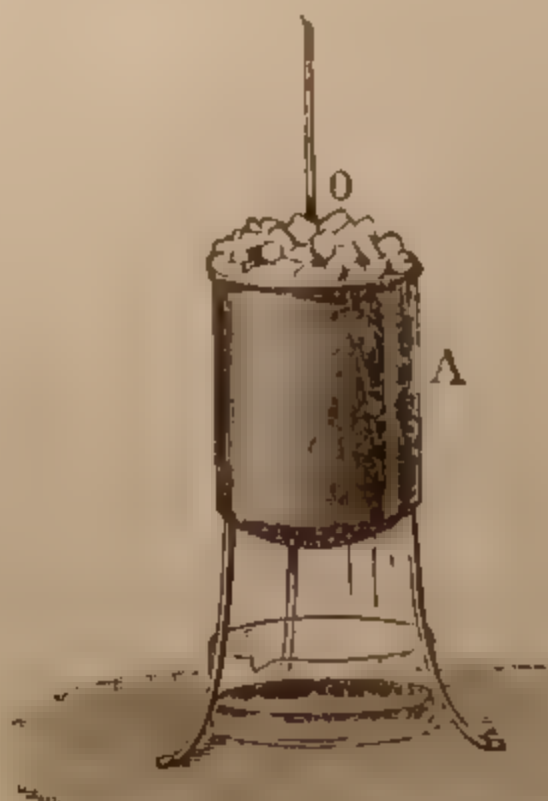
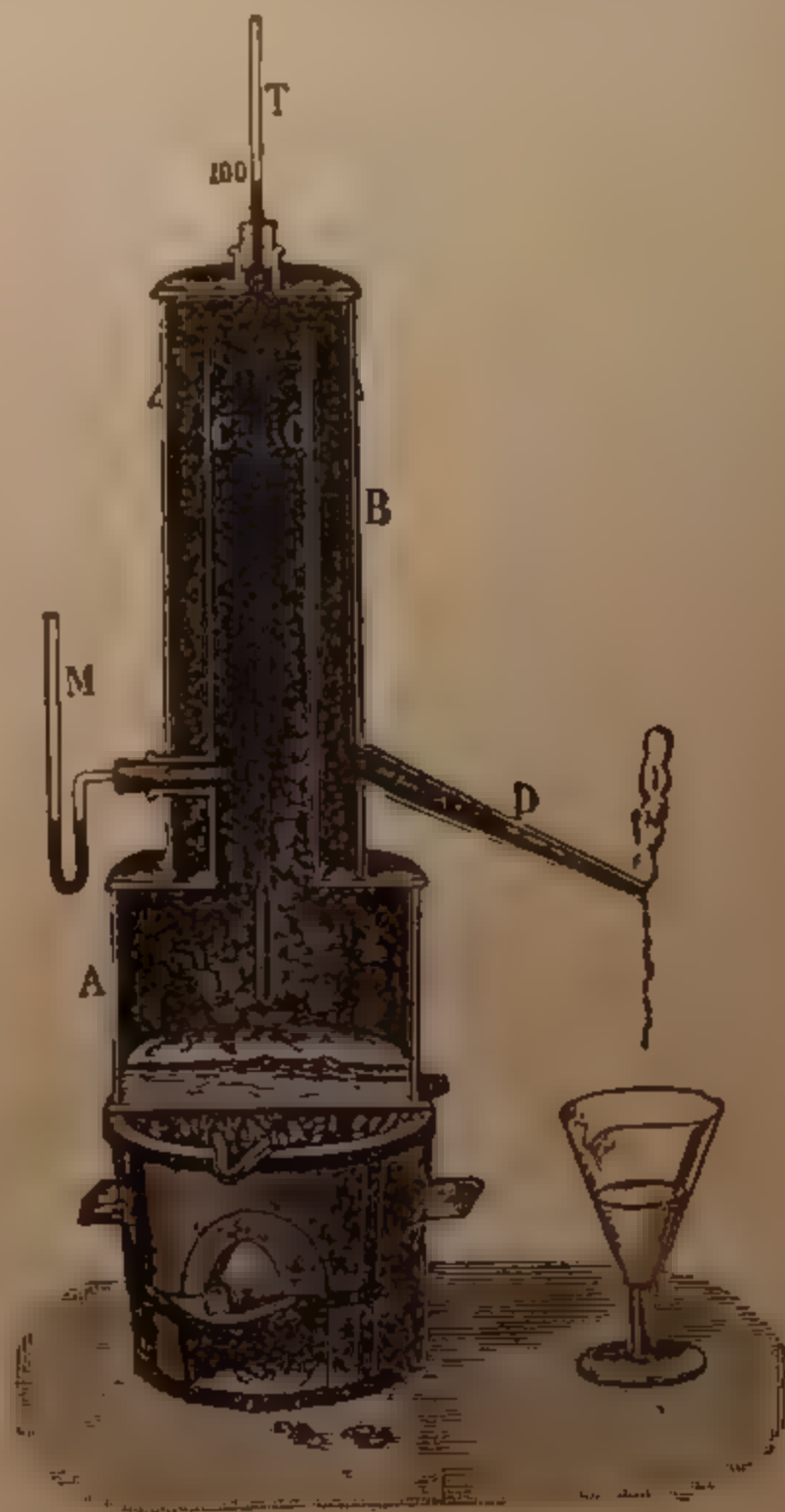



Fig. 2. Fig. 3

tenente ghiaccio pesto (Fig. 3) e bucato inferiormente per lasciar sfuggire l'acqua che si forma per la fusione del ghiaccio. Il mercurio scende nel cannello, dapprima in fretta, poi più lentamente, finchè si ferma ad un'altezza costante; in quel punto sul cannello o su una tavoletta a cui esso è fissato, si segna 0 (zero).

Fig. 4.

Indi si pone il termometro nel vapore dell'acqua bollente. Per questo si prende un apparecchio, formato da un recipiente *A*, (Fig. 4 in sezione), contenente acqua, sormontato da un tubo *C* in cui è immerso il termometro *T* da graduare. Questo tubo *C* è circondato da un altro tubo *B*, comunicante con l'esterno per un cannello *D*. Scaldando *A* l'acqua si mette a bollire, il vapore s'innalza in *C* e scalda il termometro; poi circola dall'alto al basso fra *C* e *B*, ed esce fuori da *D*. Così l'aria esterna può raffreddare alquanto il vapore di *B*; ma quello di *C* conserva la temperatura che aveva uscendo dall'acqua bollente. Questa temperatura

---

(1) Celsius Anders; n. a Upsala nel 1701, m. ivi nel 1744.

si assume come 100, *purchè il vapore abbia una pressione di 760 mm.*[1]. Un piccolo manometro M permette di valutare questa pressione.

Posto il termometro in questo apparecchio, si aspetti che il mercurio si fermi ad una data altezza; ivi si segna 100. L'intervallo fra 0 e 100 si divide in 100 parti eguali, che si chiamano *gradi*; se vi è posto nel cannello, si estende la graduazione sotto zero e sopra 100. La temperatura sotto zero si assume come negativa, e si distingue col segno –; così –15°, vuol dire 15 gradi sotto lo zero.

2. La scala di Réaumur[2] od ottantigrada (R), adoperata dai tedeschi, ha lo zero ancora alla temperatura del ghiaccio fondente; ma nell'acqua bollente si segna 80, e l'intervallo si divide in 80 gradi.

3. La scala di Fahrenheit[3] (F), usata dagli inglesi e americani del nord, segna 32 alla temperatura del ghiaccio fondente e 212 alla temperatura dell'acqua bollente; l'intervallo è diviso in 180 gradi.

4. Conversione delle scale. — Per computare quanti gradi centigradi C corrispondono ad R gradi Réaumur, vale la proporzione:

$$C : R = 100 : 80 ; \qquad \text{da cui risolvendo:}$$

$$C = \frac{100}{80} R = \frac{5}{4} R . \tag{1}$$

$$\text{Così ad es.:} \quad 32^\circ R = \left(\frac{5 \times 32}{4}\right)^\circ C = 40^\circ C .$$

Dalla stessa proporzione, o dalla 1), si ricava inversamente:

$$R = \frac{4}{5} C . \tag{2}$$

$$\text{Così ad es.:} \quad 75^\circ C = \left(\frac{4 \times 75}{5}\right)^\circ R = 60^\circ R .$$

Per calcolare quanti gradi centigradi C corrispondono ad F gradi Fahrenheit, vale la proporzione:

$$C : (F - 32) = 100 : 180 ; \qquad \text{da cui:}$$

$$C = \frac{100}{180} (F - 32) = \frac{5}{9} (F - 32) . \tag{3}$$

$$\text{Es.:} \quad 190^\circ F = \left(\frac{5 \times (190 - 32)}{9}\right)^\circ C = 87^\circ{,}8\, C .$$

I tre casi si raggruppano nella formula:

$$\frac{C}{5} = \frac{R}{4} = \frac{F - 32}{9} .$$

---

(1) Vedremo in seguito (§ 73) che variando la pressione, varia la temperatura di ebollizione dei liquidi. Il termometro si mette nel vapore e non dentro l'acqua, perchè in questa la pressione è diversa a varia profondità; ed anche perchè la temperatura del vapore non dipende da eventuali impurità dell'acqua.

(2) Réaumur René Antoine; n. a La Rochelle nel 1683, m. a Bermondier nel 1757.

(3) Fahrenheit Gabriel Daniel; n. a Danzica nel 1686, m. in Olanda nel 1736.

5. **Spostamento dello zero.** — Rimettendo nel ghiaccio un termometro costruito da qualche anno, il mercurio non scende sino a zero; ma si ferma un po' al di sopra. Questo fatto si chiama *spostamento dello zero*; esso può raggiungere anche il valore di 1°, ed è una causa di errore nella lettura della temperatura. Esso dipende da una variazione lenta di capacità del bulbo, dovuta a variazioni nell'assetto molecolare del vetro, che avvengono dopo la graduazione del termometro.

Nei termometri di precisione si evita tale inconveniente costruendo il termometro con vetro speciale, cioè col cosidetto *vetro di Jena*, e graduandolo dopo parecchi anni che è stato costruito.

6. **Termometri diversi.** — Il termometro a mercurio serve solo fino a temperatura vicina a quella di solidificazione del mercurio, che è di – 39° *C*. Per temperature più basse si adopera quale liquido termometrico l'alcool o il toluolo, che rimangono liquidi oltre – 80° *C*. Essendo questi liquidi incolori o quasi, perchè si possano vedere agevolmente nel cannello, si suole colorarli con opportune sostanze.

Per temperature superiori a quella di ebollizione del mercurio, si adoperano termometri contenenti azoto nel cannello. Col dilatarsi del mercurio l'azoto si comprime, ed esercita sul liquido una forte pressione, per la quale la temperatura di ebollizione cresce notevolmente (§ 74). Occorre però costruire il termometro con pareti assai robuste, perchè resista alla pressione, e con quarzo, anzichè con vetro, perchè questo si rammollisce attorno ai 600°. Con tale artificio si può adoperare il termometro a mercurio sino a circa 700° *C*.

Per le alte temperature si fa uso di **pirometri**, dei quali descriveremo a suo tempo (Vol. 3° - § 185) quello termoelettrico. Parleremo nella Meteorologia (§ 91) di alcuni termometri adoperati per misure speciali, quali ad es. i **termometri a massima e minima**, ed i **termometrografi**.

7. Problemi sulla Termometria.

a) Problemi risoluti.

1. *A quale temperatura il termometro centigrado e quello Fahrenheit segnano lo stesso numero di gradi?*

Risoluzione. — Bisogna applicare la 3), facendovi $C = F = x$; cioè:

$$x = \frac{5}{9}(x - 32)\,; \qquad \text{da cui:} \qquad 4x = -\,160°, \text{ ed:}$$

$$x = -\,40°\,.$$

2. *A quanti gradi centigradi corrispondono 100° R e 100° F?*

Risoluzione. — Dalla 1), facendovi $R = 100$, si ottiene:

$$C = \left(\frac{5 \times 100}{4}\right)^{\circ} = 125°\,.$$

Dalla 3), facendovi $F = 100$, si ottiene:

$$C = \frac{5}{9}(100 - 32) = \left(\frac{5 \times 68}{9}\right)^{\circ} = 37°{,}8\,.$$

3. *Due termometri a mercurio hanno entrambi il bulbo sferico: l'uno del diametro D_1 e l'altro del diametro D_2; il diametro del cannello del primo è d_1, e quello del secondo è d_2. Qual'è il rapporto tra le lunghezze del grado nei due termometri?*

Risoluzione. — Intendiamo, naturalmente, che i diametri indicati siano quelli interni. Il volume del bulbo dei due termometri è rispettivamente:

$$V_1 = \frac{1}{6}\pi D_1^3; \qquad V_2 = \frac{1}{6}\pi D_2^3.$$

Chiamando k l'aumento dell'unità di volume del mercurio, per il riscaldamento di un grado, la dilatazione del mercurio dei due termometri è rispettivamente:

$$4) \qquad v_1 = \frac{1}{6}\pi D_1^3 k; \qquad v_2 = \frac{1}{6}\pi D_2^3 k.$$

Il volume v_1 nel cannello cilindrico occuperà un altezza x tale che: $v_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}x$; e parimenti il volume v_2 occuperà, nell'altro cannello, l'altezza y tale che: $v_2 = \frac{\pi d_2^2}{4}y$; sostituendo a v_1 e v_2 i valori della 4) si ha:

$$\frac{1}{6}\pi D_1^3 k = \frac{\pi d_1^2 x}{4}; \qquad \frac{1}{6}\pi D_2^3 k = \frac{\pi d_2^2 y}{4}.$$

Dividendo membro a membro:

$$\frac{D_1^3}{D_2^3} = \frac{d_1^2}{d_2^2}\cdot\frac{x}{y}; \qquad \text{da cui:} \qquad \frac{x}{y} = \frac{D_1^3 d_2^2}{D_2^3 d_1^2}.$$

Questo risultato era intuibile, poichè esso dice che: le lunghezze del grado nei due termometri sono in ragione diretta dei volumi dei bulbi, ed in ragione inversa delle sezioni dei cannelli.

b) Problemi da risolvere.

(In questi problemi si trascuri la dilatazione del vetro).

1. La temperatura (media) del corpo umano è di 37° *C*; a quanti gradi Réaumur e Fahrenheit essa corrisponde?

2. A quale temperatura centigrada i gradi segnati dal termometro Fahrenheit sono il doppio di quelli del termometro centigrado?

3. Sapendo che il mercurio si dilata di *cm*³ 0,000181 per ogni *cm*³ del suo volume e per ogni grado di riscaldamento, calcolare il diametro che deve avere il foro del cannello di un termometro, il cui bulbo abbia la capacità di *cm*³ 0,5, affinchè la colonna di mercurio si allunghi di *mm* 3 per l'aumento di temperatura di 1 grado.

4. Quale dev'essere il raggio del bulbo sferico di un termometro a mercurio, perchè il cannello lungo l e col foro del diametro d, sia graduato da 0° a 100° *C*? (Vedere il problema precedente per la dilatazione del mercurio).

5. Per quale intervallo di temperatura può essere graduato un termometro a mercurio, il cui bulbo sferico ha il diametro interno d e il cannello ha il foro di raggio r e la lunghezza l?

CALORIMETRIA

8. Caloria. — Sebbene il calore non sia materia, pure lo immaginiamo come [illegible] che passa da un corpo all'altro; cioè, quando un corpo si riscalda si dice che *acquista calore*, e quando si raffredda *perde calore*.

Il calore è una grandezza suscettibile di misura. Infatti, due sferette eguali di ottone, immerse nell'acqua bollente, avranno *quantità eguali* di calore, e la quantità totale di calore in esse contenuta è *la somma* delle quantità possedute da ciascuna di esse; n sferette eguali, immerse nell'acqua bollente, avranno una quantità di calore n volte di quella posseduta da una sola, e questa $1/n$ di quella contenuta in tutte le n sferette. Cioè per il calore sussistono le condizioni che definiscono una *classe di grandezze.*

Supporremo per ora che si tratti anche di *grandezza continua*; cioè che la quantità di calore contenuta in un corpo può aumentare o diminuire di una quantità piccola a piacere; mentre vedremo in seguito (§ 22) che ciò a rigore non si può ammettere.

Per misurare allora una quantità di calore, occorre prima stabilire l'**unità di calore**. Per unità pratica di calore si è convenuto di prendere **la Caloria**, che è: *la quantità di calore che occorre per riscaldare 1* kg *di acqua pura, da 14°,5 a 15°,5 C.* Sebbene vi sia qualche piccola differenza, in pratica si prende eguale ad 1 caloria la quantità di calore necessaria per riscaldare 1 *kg* di acqua di 1 grado fra 0° e 100°.

Nelle misure scientifiche si usa **la piccola caloria o caloria-grammo**, che è la millesima parte della caloria; cioè *la quantità di calore necessaria per riscaldare da 14°,5 a 15°,5 C un grammo di acqua pura.*

Sicchè la quantità Q di calore, necessaria per riscaldare P grammi d'acqua (pura) da t° a T°, è:

$$1) \qquad Q = P\,(T - t) \ \textit{picc. calorie.}$$

Es. Per riscaldare 5 litri d'acqua da 10° all'ebollizione, occorrono:

Calorie (5 × 90) = 450 *Calorie.*

Per raffreddare 10 *kg* d'acqua da 80° a 20°, occorre sottrarre:

Calorie (10 × 60) = 600 *Calorie.*

9. Calore specifico - Capacità termica. — A parità di peso, sostanze diverse richiedono una diversa quantità di calore per riscaldarsi di eguale temperatura. Ciò si può dimostrare facilmente, con la seguente esperienza del Tyndall: Si prendono alcune sferette di diversa sostanza, aventi, ad es., peso eguale, e si riscaldano tutte alla stessa temperatura, ponendole ad es. nell'acqua bollente. Indi si versano su di un disco di cera di conveniente spessore; si vedrà dopo qualche tempo, che mentre qualcuna delle sferette, fondendo la cera, avrà forato completamente il disco, le altre sono affondate più o meno, ma in *misura diversa*, nella cera. Le prime hanno ceduto cioè una quantità di calore maggiore delle altre; quindi, pesi eguali delle diverse sostanze, per riscaldarsi ad eguale temperatura, avevano assorbito diverse quantità di calore.

Oppure: due palle eguali d[illegible] temperatura), s'immergono l'una in un recipiente con[illegible] acqua, l'altra in un altro recipiente contenente 2 *kg* di mercurio[illegible] l'acqua riscaldarsi pochissimo mentre il mercurio si scalda 30 volte di più.

Si chiama calore specifico medio *di un corpo fra t^o e T^o, il numero di calorie necessarie per riscaldare 1* kg *di quel corpo di 1 grado, fra t^o e T^o.*

Cioè, se per riscaldare 1 *kg* di quel corpo da t^o a T^o, occorre la quantità di calore q, il calore specifico medio fra t^o e T^o è:

$$2) \qquad c = \frac{q}{T-t} .$$

Se la differenza $T - t$ è molto piccola, il rapporto del secondo membro della 2) si chiama: **calore specifico alla temperatura** t.

Il calore specifico dell'acqua è quindi eguale ad 1.

Se c è il calore specifico di una sostanza, il cui peso sia di P grammi, per riscaldarlo da t^o a T^o occorre la quantità di calore:

$$3) \qquad Q = Pc\,(T - t) \text{ picc. calorie.}$$

Per 1 grado sarà: $Q' = Pc$. Questa quantità di calore si chiama la **capacità termica** di quella sostanza.

La Calorimetria insegna a misurare il calore specifico dei corpi; si chiamano *calorimetri* gli apparecchi adoperati per tale misura.

Indichiamo due metodi, detti: il primo *della fusione del ghiaccio*, l'altro *delle mescolanze.*

10. Metodo della fusione del ghiaccio. — Si abbia un blocco di ghiaccio, in cui sia praticata una cavità (*pozzetto*), (Fig. 5). Si prende il corpo di cui si cerca il calore specifico; se ne determina con la bilancia il peso P; si riscalda ad una data temperatura t, che si misura con un termometro; s'introduce rapidamente nel pozzetto, e si ricopre con una lastra di ghiaccio. Il corpo si raffredda sino a 0°, e fonde una certa quantità di ghiaccio; si raccoglie l'acqua fusa e si pesa; sia p tale peso.

Fig. 5.

Sia x il calore specifico cercato; per la 3) del paragrafo precedente, la quantità di calore che esso cede raffreddandosi sino a 0°, è: Ptx.

D'altra parte si sa che per fondere 1 *kg* di ghiaccio occorrono 79,6 calorie (§ 49); quindi i p *kg* di ghiaccio fuso hanno assorbito 79,6 p calorie.

Manifestamente tutto il calore ceduto dal corpo nel raffreddarsi è stato assorbito dal ghiaccio fuso; quindi si ha l'equazione:

$$4) \qquad Ptx = 79{,}6\,p; \qquad \text{da cui:} \qquad x = \frac{79{,}6\,p}{Pt} .$$

Es. Per determinare il calore specifico del piombo, se ne prende un pezzo di g 650, e si riscalda a 100°. Posto nel pozzetto, si raccolgono g 24,5 di acqua. Il calore specifico del piombo è:

$$x = \frac{79{,}6 \times 24{,}5}{650 \times 100} = 0{,}03 .$$

[illegible] è assai semplice, e fu adoperato da Lavoisier e [illegible] non è esatto, non potendosi raccogliere *tutta* l'acqua fusa; [illegible] di questa rimane sul corpo e sul ghiaccio, bagnati.

[illegible] modificò il metodo, rendendolo più esatto, deducendo il peso del [illegible] (senza bisogno di raccogliere l'acqua) dalla diminuzione di [illegible] che esso subisce fondendo (§ 52).

[illegible] dispose l'apparecchio nel modo seguente:

11. **Calorimetro di Bunsen.** — Una provetta di vetro T è saldata dentro un'ampolla B, anch'essa di vetro, piena completamente d'acqua, (Fig. 6). Questa comunica inferiormente con un cannello MI, che si ripiega verso l'alto, e termina con un piccolo imbuto I; in questo si adatta a tenuta un altro cannello L, capillare e graduato. In tali cannelli è contenuto mercurio. Tutto l'apparecchio è racchiuso dentro una scatola S, piena di ghiaccio pesto. Ciò si fa per mantenere il calorimetro a temperatura costante ed impedire scambi di calore con l'esterno.

Si comincia a mettere dentro la provetta T una mescolanza frigorifera, che fa gelare attorno alla provetta una parte dell'acqua di B. Si forma così attorno a T una crosta di ghiaccio; si osserva a quale divisione A arriva in tali condizioni il mercurio nel cannello L.

Fig. 6.

Preparato così l'apparecchio, si toglie da T la miscela frigorifera, e vi si introduce il corpo di cui si cerca il calore specifico, pesato e riscaldato come nel metodo del pozzetto, del paragrafo precedente. Intorno a T fonde una parte del ghiaccio; avviene una diminuzione di volume, ed il mercurio retrocede da A in C.

Si è preventivamente campionato l'apparecchio, per conoscere a quanti grammi di ghiaccio fuso, ossia a quante calorie cedute al ghiaccio, corrisponde il retrocedere del mercurio per ogni divisione. Ciò si ottiene versando in T un peso noto p di acqua riscaldata a una temperatura nota t'; essa raffreddandosi cede pt' calorie. Se il mercurio retrocede di n divisioni, ogni divisione corrisponde a: $Q = \frac{pt'}{n}$ calorie cedute dall'acqua al calorimetro.

Ritornando all'esperienza precedente, se da A a C vi sono k divisioni, il corpo di calore specifico incognito ha ceduto kQ calorie, e l'equazione 4) diventa:

$$P t x = k Q, \quad \text{da cui:} \quad x = \frac{k Q}{P t}.$$

Questo metodo è abbastanza esatto e comodo, e perciò di frequente adoperato per la determinazione del calore specifico.

(1) Bunsen Robert, chimico; n. a Göttingen nel 1811, m. ad Heidelberg nel 1899.

12. Metodo delle mescolanze. — È questo il metodo più usato, adoperato da Regnault.

Il calorimetro è composto di un recipiente metallico S (fig. 7), contenente acqua pura, di cui si è determinato il peso p. Un termometro A ci dà la *temperatura iniziale* t di essa: un agitatore O, mescolando bene l'acqua, ne rende la temperatura uniforme in tutti i punti.

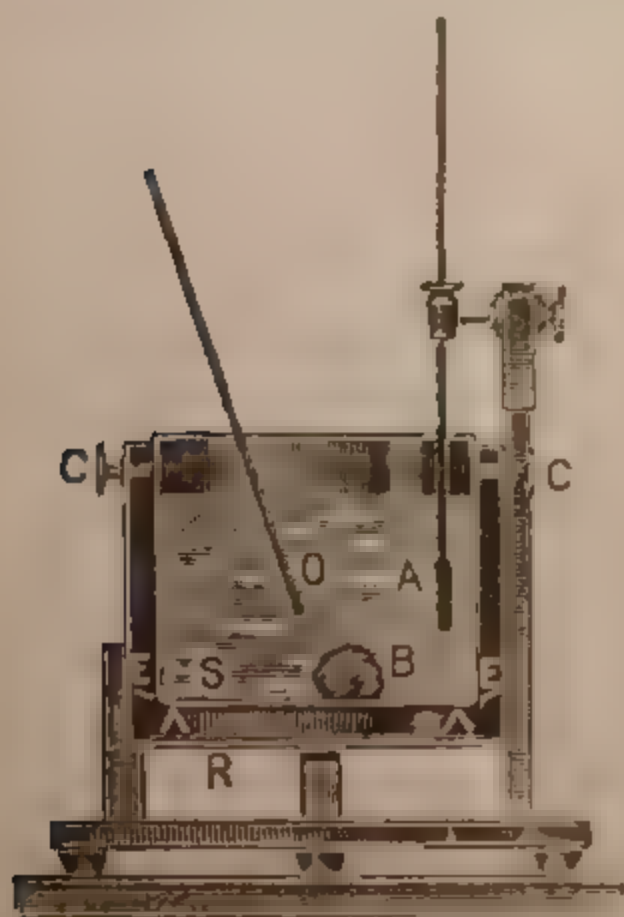



Fig. 7.

Si prenda ora il corpo B di cui si cerca il calore specifico x; se ne determina il peso P; si riscalda in apposita stufa a secco, sino ad una data temperatura T (maggiore di t) determinata con un termometro, e lo si lascia cadere rapidamente, perchè non si raffreddi nel passaggio, dentro l'acqua del calorimetro. Il corpo cede calore all'acqua e questa ne acquista, finchè entrambi si dispongono ad una stessa *temperatura finale* θ, letta col medesimo termometro A. Dovremo pertanto scrivere un'equazione, i cui due membri sono rispettivamente la quantità di calore ceduta dal corpo e quella acquistata dall'acqua.

Ora, se x è il calore specifico del corpo B, la quantità di calore da esso ceduta raffreddandosi di $T-\theta$ gradi (da T^o a θ^o), per la 3) è: $Px\,(T-\theta)$; parimenti, la quantità di calore ricevuta dall'acqua, riscaldandosi di $\theta - t$ gradi (da t^o a θ^o), per la 1) è: $p\,(\theta - t)$; l'equazione quindi è:

5) $$Px(T-\theta) = p\,(\theta - t); \qquad \text{da cui:}$$

6) $$x = \frac{p\,(\theta - t)}{P\,(T-\theta)}.$$

Il calore specifico cercato si determina quindi in base ai numeri p, P, t, θ, T ottenuti con l'esperienza.

Es. Nel calorimetro sono $p = g$ 700 di acqua, alla temperatura iniziale $t = 15^o$. Si vuol determinare il calore specifico dell'alluminio, di cui si ha un pezzo del peso $P = g$ 500; lo si riscalda alla temp. $T = 150^o$, e s'immerge nell'acqua; dopo qualche minuto, allorchè il termometro non sale più, si legge la temperatura finale $\theta = 33^o$. Qual'è il calore specifico dell'alluminio?

Per la 6) sarà:

$$x = \frac{700 \times (33 - 15)}{500 \times (150 - 33)} = 0{,}215.$$

13. Equivalente in acqua del calorimetro. — Nell'applicazione del metodo delle mescolanze, sono necessarie alcune correzioni.

Infatti non è solo l'acqua del calorimetro, che riceve calore; si riscaldano anche: il recipiente, il termometro, l'agitatore, ecc. Sia p_1 il peso del recipiente (vuoto), c_1 il calore specifico (medio) della sostanza di cui è fatto; esso scaldandosi, da t^o a θ^o, riceve la quantità di calore: $p_1 c_1 (\theta - t)$. Sia p_2 il peso del termometro, c_2 il calore specifico della sostanza di cui è fatto; esso riceve la quantità di calore: $p_2 c_2 (\theta - t)$. Sia p_3 il peso dell'agitatore, c_3 il calore specifico della sostanza di cui è fatto; esso

riceve la quantità di calore: $p_3c_3(\theta-t)$; e così via, se vi sono altri corpi in contatto con l'acqua. Allora la 4) più correttamente va scritta così:

$$Px(T-\theta) = p(\theta-t) + p_1c_1(\theta-t) + p_2c_2(\theta-t) + p_3c_3(\theta-t) + \ldots.$$

Raccogliamo nel 2° membro il fattore comune $(\theta-t)$:

$$Px(T-\theta) = (p + p_1c_1 + p_2c_2 + p_3c_3 + \ldots.)(\theta-t).$$

Ponendo: $p_1c_1 + p_2c_2 + p_3c_3 + \ldots = p'$, si ottiene:

$$Px(T-\theta) = (p+p')(\theta-t). \qquad 6)$$

Quest'equazione equivale alla 4), allorchè consideriamo che il calorimetro contenga in più un peso d'acqua p'; perciò p' si chiama: *equivalente in acqua del calorimetro*.

Inoltre la temperatura θ letta col termometro è alquanto minore del vero, perchè nel frattempo l'acqua si è un po' raffreddata, cedendo calore all'ambiente. Si attenua questo raffreddamento, facendo il recipiente S del calorimetro ben lucido (i corpi lucidi si raffreddano più lentamente di quelli neri, § 21) e ponendolo dentro un altro recipiente R, pure lucido, poggiandolo al fondo su puntine di sughero. In tal modo il calorimetro si trova isolato dall'ambiente, e perde meno calore. Meglio oggi, si adopera quale calorimetro, un *vaso di Dewar* (§ 85). Oltre a ciò si studia preventivamente il raffreddamento del calorimetro; vi si versa perciò acqua ad una data temperatura; poi si legge la temperatura segnata dal termometro dopo 1 - 2 - 3 .... minuti primi; se poi facendo la misura del calore specifico, si legge una data temperatura finale θ, dopo ad es. 3 minuti, si sa dallo studio precedente, che in tale tempo l'acqua si è raffreddata di τ°; allora il valore giusto da mettere nella 6) è: $\theta + \tau$.

Con tali cautele il metodo permette la misura del calore specifico sino alla quinta cifra decimale.

14. Legge di Dulong e Petit. — I risultati delle misure precedenti sono espressi in tabelle che dànno per ogni corpo il rispettivo calore specifico. Riportiamo qui i valori del calore specifico medio (fra 0° e 100°) di qualcuno dei corpi più comuni:

Alluminio	0,2164	Piombo	0,0314
Argento	0,0556	Rame	0,0932
Ferro	0,1098	Stagno	0,0562
Mercurio	0,0333	Zinco	0,0929

Ora, moltiplichiamo ciascuno di questi numeri per il *peso atomico* della sostanza corrispondente; avremo ad es.:

per il Ferro: $0{,}1098 \times 55{,}8 = 6{,}1$
» » Piombo: $0{,}0314 \times 207{,}1 = 6{,}2$
» » Zinco: $0{,}0929 \times 65{,}4 = 6{,}1$

cioè si ottengono prodotti pressochè eguali. Abbiamo così la:

Legge di Dulong (1) **e Petit** (2): *Per i corpi solidi elementari* (cioè i corpi semplici nel senso chimico), *il prodotto del calore specifico per il peso atomico è costante.*

---

(1) Dulong Pierre Louis; n. a Ruen nel 1785, m. a Parigi nel 1838.
(2) Petit Alexis; n. a Vesoul (Alta Saona) nel 1791, m. a Parigi nel 1820.

Si può anche dire che:

Il calore specifico è inversamente propo[illegible]

Cioè gli atomi dei varii elementi, a pari [illegible] eguale quantità di calore. Quindi:

***Il calore atomico** è una quantità costante.*

Questa legge è solo approssimata; essa permetterebbe di ricavare il peso atomico dei corpi semplici solidi, misurandone il calore specifico.

15. **Calore specifico dell'acqua.** — Come abbiamo notato al § 9, dalla definizione della caloria risulta che il calore specifico dell'acqua è 1. Per gli altri corpi, come risulta dagli esempi del paragrafo precedente, esso è molto minore. Cioè l'acqua è, tra i corpi comuni, quello che a pari peso richiede la maggior quantità di calore per riscaldarsi ad una data temperatura.

Questo fatto spiega l'influenza del mare sulla temperatura ambiente e la differenza fra il clima marittimo e quello continentale. Il terreno dei continenti, per il suo piccolo calore specifico, e perchè solido, si riscalda rapidamente al sole, solamente alla superficie; ma altrettanto rapidamente si raffredda la notte. Ciò spiega il notevole salto di temperatura fra il giorno e la notte, come pure fra l'inverno e l'estate, nell'interno dei continenti.

Vicino al mare invece la temperatura varia meno; perchè l'acqua del mare, sia per il grande calore specifico, sia perchè essendo fluida si rimescola e deve scaldarsi per rilevante profondità, sotto l'azione del sole rimane più fresca che il continente e mitiga il calore dell'estate. D'inverno poi, restituisce lentamente il calore accumulato, e rende il clima meno rigido.

16. **Variazione del calore specifico.** — Il calore specifico non varia soltanto da una sostanza all'altra. Ma per lo stesso corpo varia alquanto con la temperatura. Così, ad es., il calore specifico del ferro è:

$$\text{fra } 0^\circ \text{ e } 100^\circ = 0{,}1098 \quad ; \quad \text{a } 200^\circ = 0{,}1150 \quad ; \quad \text{a } 350^\circ = 0{,}1255 \ldots.$$

Inoltre, per la stessa sostanza il calore specifico varia con lo stato d'aggregazione; ed in generale è maggiore allo stato liquido. Così, p. es., il calore specifico del ghiaccio è 0,5, e quello del vapor d'acqua è 0,34.

In seguito (§ 117) accenneremo al calore specifico dei gas.

17. **Problemi sulla Calorimetria.**

a) **Problemi risoluti.**

1. *Un pezzo di rame, del peso di g 500, è collocato in un forno a temperatura incognita. Estratto dal forno è immerso in un recipiente contenente g 1500 d'acqua a 20° C; questa si riscalda sino alla temperatura di 41°,7 C. Qual'era la temperatura del forno?* (Si trascurino le perdite di calore).

Risoluzione. — Per la 6) del § 12, chiamando x la temperatura del forno, e ricordando dal § 14, che il calore specifico del rame è 0,0932, si ha:

$$0{,}0932 = \frac{1500 \times (41^\circ{,}7 - 20^\circ)}{500 \times (x - 41^\circ{,}7)} \; ; \qquad \text{da cui si ricava:} \qquad x = 740^\circ \text{ C}.$$

[illegible] *il cui raggio base è* r *e l'altezza* h, *è scaldato a* T° *ed è immerso* [illegible] *il cui peso a vuoto è* p, *e contiene litri l di mercurio a* t°. *Determinare la temperatura finale del mercurio.*

(Cal. spec. del vetro = 0,15; si trascurino gli scambi di calore con l'esterno).

Risoluzione. — Il peso del cono di ferro, se $d_1 = 7{,}8$ è la sua densità, è:

$P = Vd_1 = \frac{7{,}8 \pi r^2 h}{3} = 2{,}6 \pi r^2 h.$ Sia x la temperatura cercata, $c_1 = 0{,}110$ il cal. spec. medio del ferro; questo raffreddandosi da T° ad x°, cede calorie:

$$Q = Pc_1 (T-x) = 0{,}110 \times 2{,}6 \times \pi r^2 h (T-x) = 0{,}286 \pi r^2 h (T-x).$$

Sia $c_2 = 0{,}15$ il cal. spec. del vetro; il recipiente per scaldarsi da t° a x° richiede calorie: $Q_1 = 0{,}15\, p\, (x - t)$.

Chiamando d_2 la densità del mercurio a t°, l litri di mercurio pesano *kg*: $p_1 = ld_2$. Sia $c_3 = 0{,}033$ il cal. spec. del mercurio; p_1 *kg* scaldati da t° ad x° richiedono calorie.

$$Q_2 = 0{,}033\, p_1 (x - t) = 0{,}033\, ld_2 (x - t).$$

Eguagliando il calore ceduto dal ferro a quello acquistato dal recipiente e dal mercurio, si avrà:

$$Q = Q_1 + Q_2; \quad \text{cioè:} \quad 0{,}286 \pi r^2 h (T - x) = 0{,}15\, p\, (x - t) + 0{,}033\, ld_2 (x - t);$$

o anche: $0{,}286 \pi r^2 h (T - x) = (0{,}15\, p + 0{,}033\, ld_2)(x - t);$

che è l'equazione del problema. Risolvendo rispetto ad x, si ricava:

$$x = \frac{0{,}286 \pi r^2 h T + 0{,}15\, p t + 0{,}033\, l d_2 t}{0{,}286 \pi r^2 h + 0{,}15\, p + 0{,}33\, l d_2}$$

b) **Problemi da risolvere.** (Trascurare gli scambi di calore con l'esterno).

1. Quante calorie occorrono per riscaldare 50 litri d'acqua da 4° all'ebollizione?
2. Si versano 10 *kg* d'acqua bollente in un recipiente contenente 5 *kg* di ghiaccio fondente; qual'è lo stato e la temperatura finale del miscuglio? (Trascurare il calore assorbito dal recipiente).
3. Quanti *kg* di ghiaccio fondente occorre introdurre in 10 litri d'acqua a 20° *C* perchè la mescolanza sia a 10° *C*?
4. In una cavità praticata in un blocco di ghiaccio fondente, s'introduce un pezzo di ferro di *g* 500 a 250° *C*. Calcolare il peso del ghiaccio fuso.
5. Un pezzo di ferro del peso di *kg* 8, è scaldato alla temperatura di 300° *C*, ed è immerso in un recipiente contenente litri 1,5 di mercurio a 15° *C*. Determinare la temperatura a cui si riscalda il mercurio. (Trascurare il calore assorbito dal recipiente).
6. Una caldaia contiene 1500 litri d'acqua a 10° *C*. Quanto carbone occorre bruciare per portarla a 100°, supponendo che il focolare utilizzi il 40% e che 1 *kg* di carbone bruciando produca 7000 calorie?
7. Si versano l litri d'acqua a 30° in un vaso emisferico di rame a 0°, che si riempie esattamente con quell'acqua; la temperatura dell'acqua si abbassa di t°. Qual'è a 0° lo spessore delle pareti del vaso? (Densità dell'acqua a 30° = 0,9957).
8. In un vaso di alluminio del peso p, che contiene il peso p_1 d'acqua a temperatura incognita, s'immerge un pezzo di rame del peso P, riscaldato a T°; la temperatura finale del miscuglio diviene t°. Calcolare la temperatura iniziale dell'acqua.
9. Un recipiente contiene acqua a t°, un altro acqua a T°. Quanti *kg* dell'una e quanti dell'altra si dovranno prendere per ottenere un miscuglio che abbia la temperatura θ, ed il peso P?

TRASMISSIONE DEL CALORE

18. Conduzione. – Il calore si propaga in tre modi: per **conduzione**, **per irraggiamento**, e **per conveziono**.

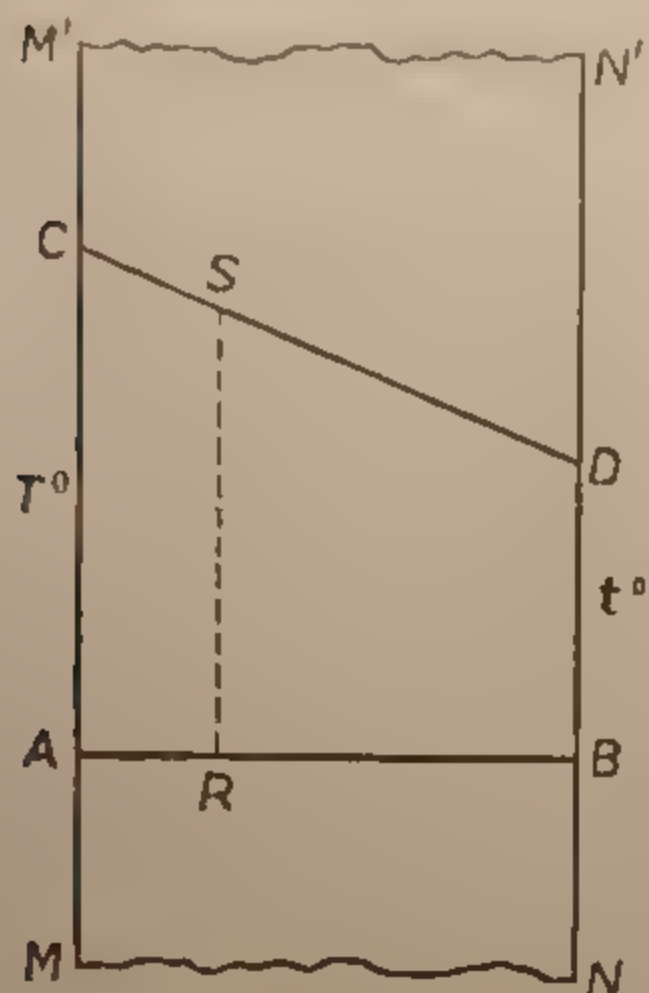



Fig. 8.

La trasmissione del calore per conduzione avviene specialmente nei solidi; il calore si propaga da molecola a molecola, senza che varii la posizione di queste nel corpo.

Supponiamo di considerare un muro illimitato, ma di spessore finito l. Le due pareti MM', NN' piane e parallele, siano rispettivamente alle temperature T e t, $(T > t)$, (Fig. 8). Sia AB un segmento qualsiasi perpendicolare alle pareti, compreso fra queste; in A la temperatura è T, in B è t; in un punto R intermedio, la temperatura ha un valore compreso fra T e t.

Per calcolare tale valore, rappresentiamo col segmento AC la temperatura T, (cioè prendiamo AC proporzionale a T; ad es. AC sia lungo tanti *mm* quanti sono i gradi di T); rappresentiamo parimenti col segmento BD la temperatura t. Congiungiamo C con D; da R conduciamo la perpendicolare ad AB, che incontrerà CD in un punto S: *il segmento RS rappresenterà la temperatura in R.* In altre parole la temperatura dentro il muro decresce da A a B proporzionalmente alla distanza da A.

Se le due pareti si mantengono sempre alla temperatura T e t, vi sarà un continuo passaggio di calore da una parete all'altra. Ora, si è trovato che:

La quantità di calore Q, trasmessa da una superficie di area a *della parete MM', in un tempo* s, *è:*

1. direttamente proporzionale all'area a.

2. direttamente proporzionale alla differenza di temperatura $T-t$ fra le due pareti.

3. direttamente proporzionale al tempo s.

4. inversamente proporzionale allo spessore l *del muro.*

Queste leggi sono comprese nella formula:

$$1) \qquad Q = K\,\frac{as\,(T-t)}{l}\,;$$

nella quale K è un coefficiente di proporzionalità, variabile da sostanza a sostanza, che si chiama la *conducibilità assoluta* della sostanza che si considera. Il valore di K si ricava dalla 1), facendo eguale all'unità tutte le altre quantità. Cioè:

Il **coefficiente di conducibilità assoluta** *di una sostanza, è la quantità di calore trasmessa in un minuto secondo attraverso un cubo di tale sostanza, avente il lato di un* cm, *da una faccia a quella opposta, se la differenza di temperatura tra di queste è di un grado.*

Il massimo valore di K si ha per l'argento, che è cioè il corpo che conduce meglio il calore.

19. **Conducibilità apparente.** - Ma nella pratica le cose sono alquanto diverse. Poggiamo sulla superficie dell'acqua bollente due bicchieri di rame, col fondo di eguale superficie, ma di spessore diverso; ad es. l'uno dello spessore di *mm* 2, l'altro di *mm* 8; contengono entrambi del ghiaccio. Una parte di questo fonderà per il calore trasmesso dalle pareti del bicchiere. Per la 4ª legge del paragrafo precedente, il secondo bicchiere con pareti di spessore quadruplo, dovrebbe trasmettere nello stesso tempo la quarta parte del calore del primo; e perciò dovrebbe fondersi in esso la quarta parte di ghiaccio che nell'altro. Invece l'esperienza mostra che la quantità di ghiaccio fuso nei due bicchieri è pressochè eguale. Ciò perchè sulle pareti interna ed esterna di ciascun bicchiere, aderisce uno straterello d'aria, isolante del calore ed eguale nei due bicchieri, rispetto a cui diventa quasi trascurabile l'influenza dello spessore diverso delle pareti. La conducibilità dei corpi in queste condizioni si dice **conducibilità apparente.**

Fig. 9.

Fig. 10.

Tra i corpi i migliori conduttori del calore sono i metalli. Ma vi è differenza fra metallo e metallo. Se, p. es., prendiamo due sbarrette B e C delle stesse dimensioni, ma una di ferro e l'altra di rame, vi attacchiamo a distanze eguali delle pallottole di cera (Fig. 9) e poi scaldiamo egualmente con una lampada le estremità vicine A, osserviamo dopo poco tempo che mentre dalla sbarra di ferro si sono staccate alcune palline per la fusione della cera, da quella di rame se ne sono staccate un numero maggiore.

Un'esperienza migliore si fa con la **cassetta di Ingenhouz** [1]. Essa è una scatola metallica, su una parete della quale sono infisse asticelle di dimensioni eguali, ma di sostanza diversa, spalmate da uno straterello di cera, (Fig. 10). Si versa nella scatola acqua bollente; il calore si propaga sulle asticelle, e su queste fonde la cera che le ricopre fino ad una certa distanza dalla parete calda della scatola. Orbene, dopo un dato tempo, la cera è fusa sulle diverse asticelle per una lunghezza assai diversa dall'una all'altra di esse.

---

(1) Ingen-Houss Jean; n. a Breda in Olanda nel 1730, m. a Bowoud in Inghilterra nel 1799.

Per ordine di conducibilità dei metalli più comuni abbiamo: *argento, rame, zinco, ferro, stagno, piombo.*

Con la conducibilità dei metalli si spiega la seguente esperienza: si prenda una palla di metallo e si avvolga con mussola o tela fine, (Fig. 11). Si ponga sul tessuto un tizzone acceso; esso brucerà senza danneggiare la tela. Ciò perchè il calore è sottratto rapidamente dal metallo conduttore, ed il tessuto rimane quasi freddo.

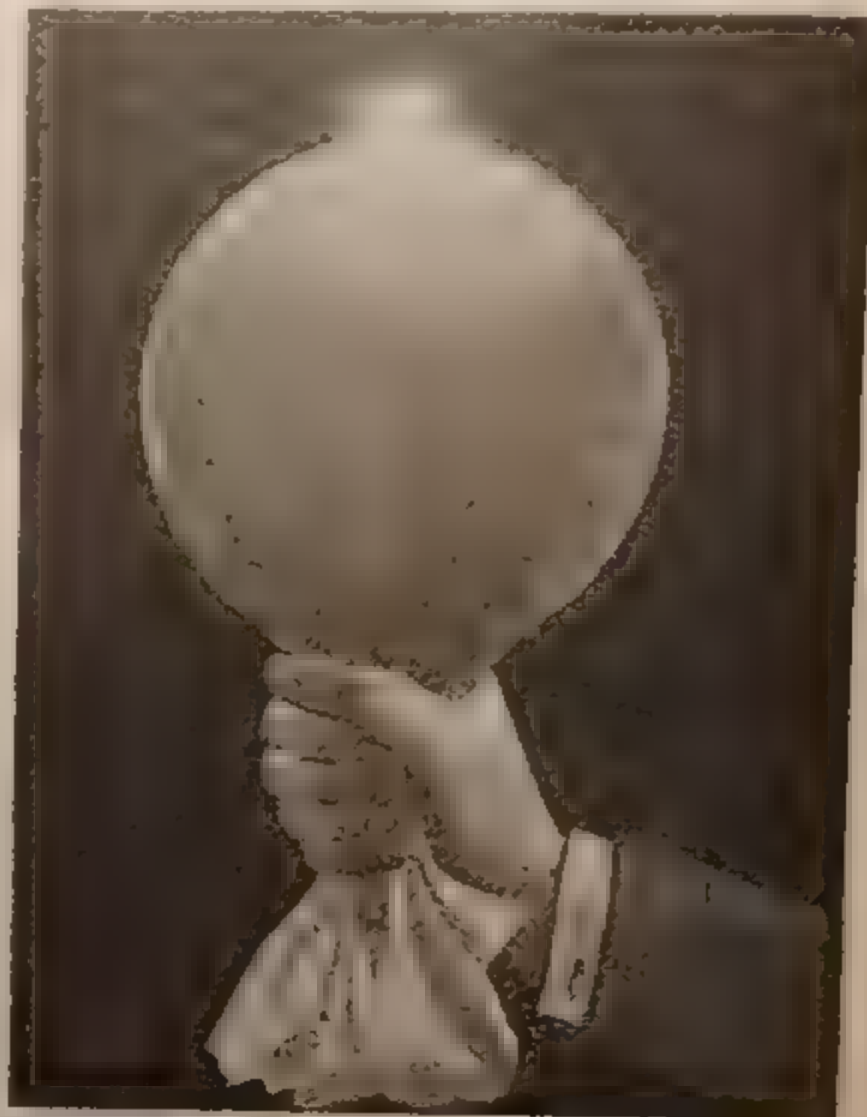



Fig. 11.

20. **Applicazioni della conducibilità dei corpi.** — Sulla buona conducibilità dei metalli, è basata la **proprietà delle reti metalliche.** Ponendo una fitta reticella di metallo sopra una fiamma a gas, questa non passa al di sopra della reticella, (Fig. 12); ciò perchè la reticella diffonde rapidamente il calore su tutta la sua superficie, e si mantiene a temperatura insufficiente a trasmettere l'accensione del gas. E che sopra la reticella vi sia gas che potrebbe accendersi è provato dal fatto, che accostandovi un fiammifero acceso, la fiamma si accende pure sopra. Parimenti si può accendere il gas sopra della rete, senza che la fiamma si propaghi inferiormente, (Fig. 13). Su tale proprietà è basata la **lampada di sicurezza di Davy** (1), impiegata nelle miniere di carbon fossile, per evitare gli scoppi del *grisou* (2). Essa è una lampada ad olio, la cui fiamma è circondata da un cappuccio di rete metallica, (Fig. 14). Se nella miniera vi è il *grisou* esso entra nella lampada e in contatto con la fiamma produce un piccolo scoppio; ma l'accensione non può propagarsi all'esterno attraverso la rete. Anzi quel piccolo scoppio interno spegne la fiamma, togliendo la causa di ulteriore pericolo, e mette sull'avviso il minatore. Si può provare in scuola il funzionamento di questa lampada, calandola dentro un recipiente nel cui fondo si sia versato un poco d'etere. Questo evapora rapidamente e i suoi vapori combustibili fanno l'ufficio del *grisou*.

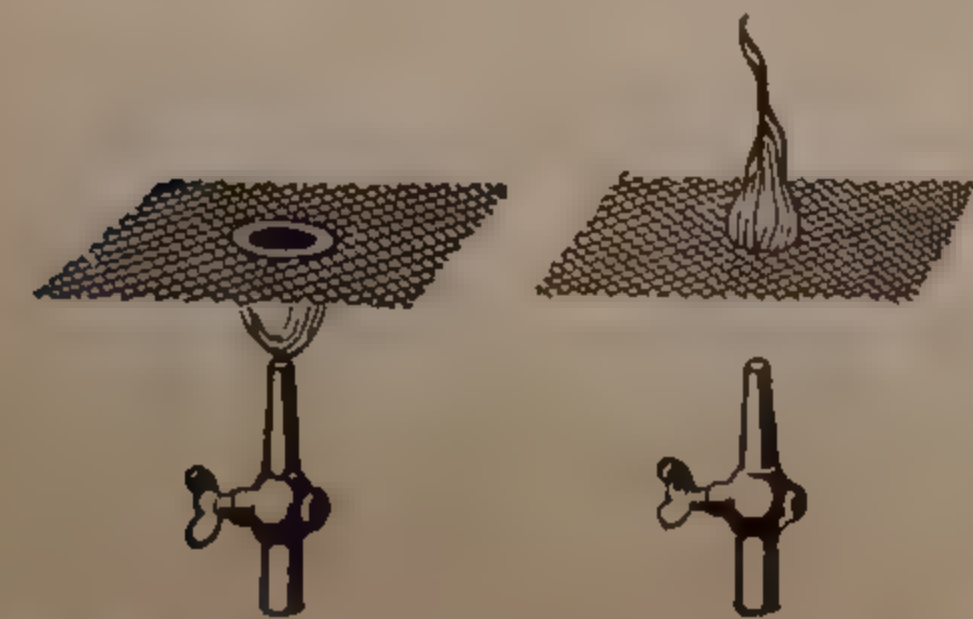



Fig. 12. Fig. 13.

---

(1) Davy Sir Humphry, Presidente della Soc. Reale di Londra; n. a Penzance in Cornovaglia nel 1778, m. a Ginevra nel 1829.

(2) Il *grisou* è un gas combustibile, prevalentemente metano, che qualche volta si sprigiona dentro le miniere di carbon fossile; mescolandosi con l'aria forma una miscela esplosiva.

S[illegible] *conduttori* o *isolanti* pel calore, le stoffe, il legno, la la[illegible] il vetro, ecc., e tutti i gas. Così, adoperiamo d'inverno indumenti di lana, per preservarci dal freddo; e per conservare il ghiaccio d'estate, lo si avvolge nella lana o nella paglia. Gli utensili di cucina, il ferro da stiro, ecc., si muniscono di manici di legno, per non scottare le mani. Le pellicce, e le fibre che rinserrano aria, sono molto isolanti appunto per l'aria che contengono. Sono note le così dette pentole svedesi o **cassette di autocottura.** Sono pentole munite di coperchio, (Fig. 15), in cui si porta il contenuto all'ebollizione, su un fornello ordinario. Appena il liquido bolle, si toglie la pentola dal fuoco e si colloca entro una cassetta imbottita internamente con feltro o con sughero, e si chiude il coperchio. La pentola lì dentro si mantiene calda per parecchie ore, e continua la cottura degli alimenti senz'altro consumo di combustibile.

Fig. 14.

S'impiegano pure rivestimenti calorifughi di sughero o altre sostanze, per preservare dal raffreddamento i tubi di vapore o quelli dei caloriferi. Il miglior mezzo di cui oggi disponiamo per isolare il calore, sono i *vasi di Dewar*, di cui parleremo nel § 85.

La diversa conducibilità dei corpi ci spiega alcuni fatti comuni: Un pavimento di mattoni ci sembra più freddo di uno di legno, perchè più conduttore del calore. Parimenti sentiamo fredda una maniglia di metallo, perchè ci sottrae rapidamente il calore della mano, rispetto a cui ha temperatura più bassa. Il ghiaccio conduce male il calore; gli abitanti delle regioni polari abitano d'inverno dentro casotti di neve battuta, e dentro vi accendono anche il fuoco; pur essendo così a 0°, sono protetti dal freddo esterno assai più intenso.

Fig. 15.

21. Irraggiamento. — Qualunque corpo caldo, lasciato a sè nell'aria o anche nel vuoto, si raffredda; ciò perchè il calore si propaga nello spazio come la luce, *per irraggiamento*. Così arriva a noi il calore del Sole, attraverso lo spazio privo d'aria. Questa forma di calore, dovuta a moto vibratorio dell'*etere cosmico*, la cui natura studieremo meglio in *Ottica*, viene chiamata **calore radiante.**

Prendiamo un grosso termometro T, il cui bulbo sia circondato da un corpo C (Fig. 16), scaldato preventivamente ad una data temperatura; poniamolo dentro un recipiente chiuso, circondato da ghiaccio, le cui pareti cioè sono mantenute a temperatura costante; vedremo la temperatura di C

abbassarsi gradatamente. Ma osserveremo [illegible] da 100° a 99° in 5 secondi, si raffredderà da 50° a 49° in 10 secondi, e da 25° a 24° in 20 secondi.... La velocità di raffreddamento è quindi proporzionale alla differenza di temperatura fra il corpo caldo e la parete della cavità in cui è posto; e poichè più grande è la velocità di raffreddamento, maggiore è la quantità di calore emessa nello stesso tempo, si avrà che:

La quantità di calore irradiata nello stesso tempo da un corpo posto in una cavità chiusa, è proporzionale alla differenza delle temperature del corpo irradiante e della superficie della cavità.

Questa va col nome di **legge di Newton**; essa è solo approssimata.

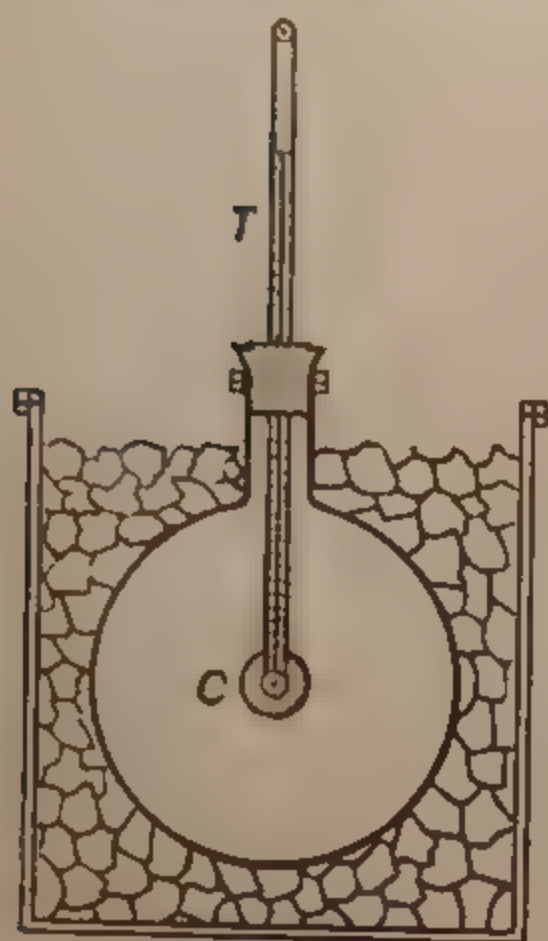



Fig. 16.

Inoltre, a pari temperatura, l'emissione del calore dipende dalla qualità del corpo irradiante e specialmente dalla natura della sua superficie. I corpi lisci e lucidi si raffreddano più lentamente che i corpi anneriti. Per ogni sostanza si è calcolato il **potere emissivo**; cioè: *la quantità di calore emessa dall'unità di superficie nell'unità di tempo, se la differenza di temperatura è di 1 grado.* La sostanza che ha il massimo potere emissivo è il *nerofumo*; quella che ha il minimo è *l'argento lucido.*

Il calore che si propaga per irraggiamento segue tutte le leggi di propagazione della luce, che studieremo in *Ottica*; e come la luce si diffonde, si riflette, si refrange, ecc. Vi sono dei corpi che si lasciano attraversare dal calore radiante e si chiamano **diatermani**; quelli che non si lasciano attraversare si chiamano **atermani.** Non è detto che i corpi trasparenti per la luce, lo siano anche per il calore radiante. Il salgemma, ad es., è uno dei corpi più diatermani, sebbene poco trasparente alla luce. Il vetro, l'allume, l'acqua, ecc., sono diatermani per i raggi calorifici emessi dai corpi caldi luminosi; sono invece atermani per i raggi calorifici oscuri. Ciò spiega la funzione delle serre; le cui pareti di vetro lasciano entrare il calore che accompagna i raggi solari, ma non lasciano uscire il calore oscuro emanato dai corpi interni già scaldati dal sole.

22. **I quanti di Plank.** — La quantità di calore emessa nelle radiazioni di un corpo irradiante, non può variare con continuità; cioè non può aumentare o diminuire per quantità infinitesime. Planck recentemente (nel 1900) trovò, che essa può variare a salti, a gradini, secondo multipli di una quantità elementare, costante ed unitaria, non infinitesima ma finita sebbene piccolissima, che chiamò *quanto d'azione* o semplicemente **quanto.** Vedremo in seguito (Vol. 3° - § 77), che il calore è un'energia, ed il *quanto* di Planck corrisponde precisamente ad una energia elementare, chiamata la **costante di Planck**, che è di 6,55.10^{27} *erg* per secondo. Quel che avviene per il calore, avviene anche per le altre forme di energie radianti (luce, elettricità, raggi X, ecc.). Il numero dei quanti emessi in una volta, dipende dalla specie di energia radiante. Concludendo:

L'energia emessa da un corpo irradiante avviene per proiezione di multipli tutti eguali di quanti.

23. **Trasmissione del calore in una sbarra.** — Riscaldando l'estremità A (Fig. 17) di una sbarra, se il calore rimanesse tutto nella sbarra, questa finirebbe per assumere eguale temperatura in ogni suo punto, in un tempo più o meno lungo, a seconda della sua conducibilità.

Invece la sbarra, portandosi a temperatura superiore a quella dell'ambiente, irradia calore intorno a sè; e per la legge di Newton ne irradia

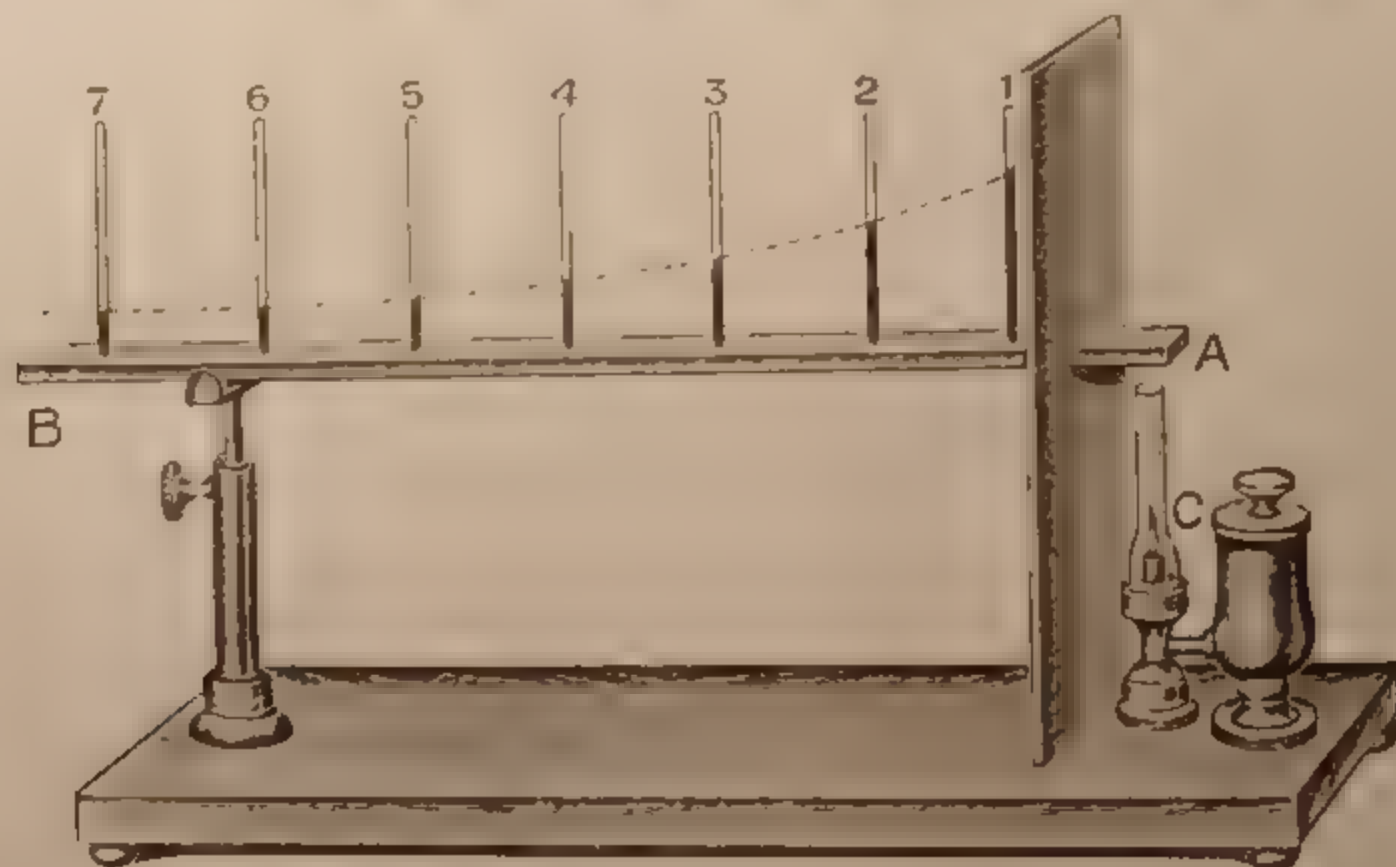



Fig. 17.

maggiormente vicino ad A, dove è più calda, che non vicino a B. La temperatura lungo la sbarra quindi va diminuendo dapprima più rapidamente e poi più lentamente. Infatti ponendo dei termometri eguali 1. 2. 3.... entro piccole fossette ripiene di mercurio, praticate a distanze eguali nella sbarra, il mercurio nei loro cannelli arriva ad altezza diversa, come è indicato dalla linea punteggiata.

24. **Assorbimento del calore radiante.** — Un corpo esposto all'irraggiamento di una sorgente di calore, *assorbe* calore e si riscalda. Così, ad es., si riscaldano gli oggetti esposti al sole. I varî corpi assorbono in modo diverso il calore radiante; ponendo al sole un pezzo di tela bianca ed un pezzo di panno nero, questo si riscalda più che la tela. Per questo di estate è preferibile vestire abiti chiari.

I corpi che emettono più facilmente il calore, lo assorbono anche più facilmente. Si suole dire che per ciascun corpo: *il potere emissivo eguaglia il potere assorbente.* Il nero fumo, che ha il maggiore potere emissivo, ha anche il maggiore potere assorbente. Quindi, pulizia a parte, è più conveniente lasciare annerire esternamente le pentole, perchè si riscalderanno più rapidamente che se fossero lucidate. Parimenti la neve esposta al sole, fonde più rapidamente là ove contiene una foglia d'albero; perchè questa assorbe dal Sole molto più calore che la neve (bianca).

Un corpo lucido (speculare) riflette il calore radiante come la luce, quindi si riscalda poco per l'azione di esso; un termometro col bulbo lucido, ed un altro col bulbo affumicato, esposti al sole, segnano una temperatura molto diversa. Come per l'emissione, anche l'energia assorbita da un corpo, non può variare per quantità infinitesime, ma per multipli di *quanti.*

25. Convezione. — Per convezione o trasporto il calore si propaga solo nei fluidi (liquidi e gas), nei quali le molecole muovendosi trasportano il calore da un punto all'altro del corpo.

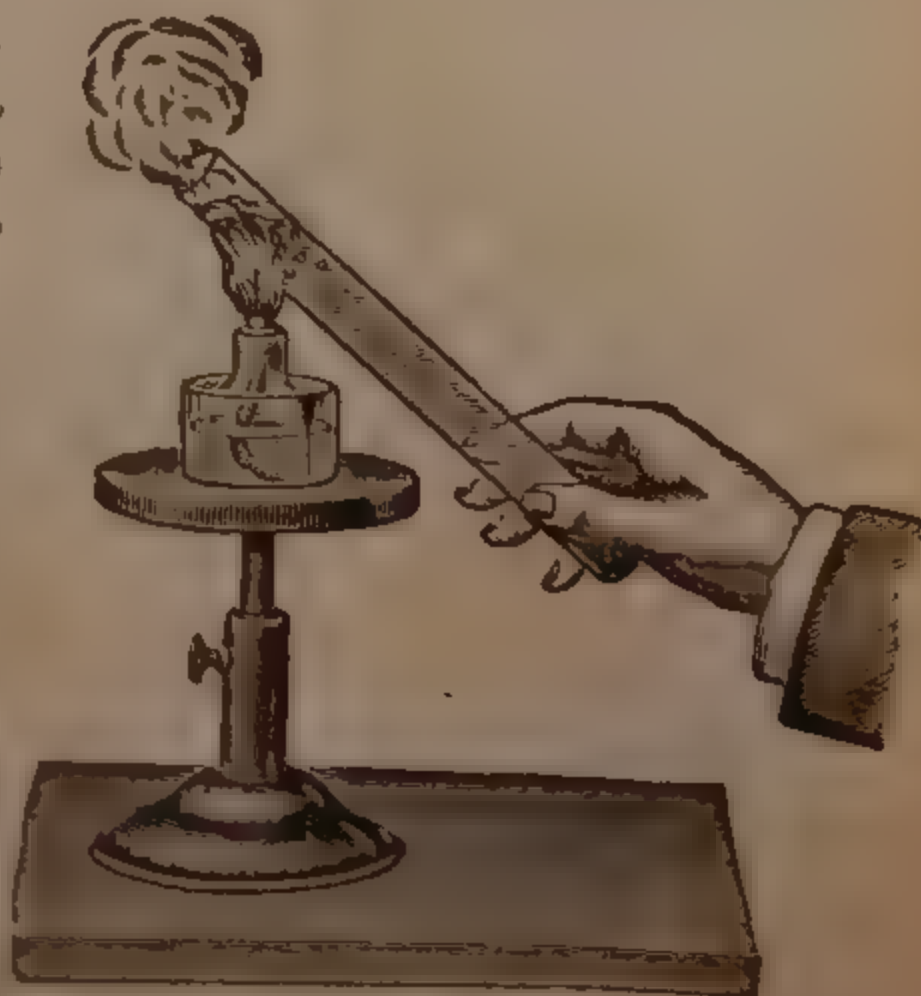
Riscaldando in un punto A del fondo (Fig. 18), l'acqua contenuta in un recipiente, essa si dilata, diventa più leggera e s'innalza; mentre l'acqua più fredda scende in basso. Si stabilisce così una doppia corrente, come mostrano le frecce. Ciò si può osservare mettendo nell'acqua un po' di segatura di legno, che segue il movimento dell'acqua; questo movimento avviene *appena s'inizia il riscaldamento*; e non si deve confondere col moto più tumultuoso che si produce allorchè l'acqua bolle.

Fig. 18.

Per questo movimento il calore si trasporta rapidamente nella massa dell'acqua, e questa si riscalda ovunque. Se invece si riscaldasse l'acqua nella parte superiore, l'acqua calda rimarrebbe in alto, ed il calore non potrebbe propagarsi in basso che *per conduzione*. Ma l'acqua per conduzione è un corpo isolante del calore, e quindi questo non potrebbe trasmettersi dall'alto al basso.

Così, scaldando con una fiamma vicino alla superficie superiore l'acqua contenuta in una provetta di vetro (Fig. 19), in quel punto può anche bollire; mentre nel fondo della provetta rimane fredda, tanto da potersi tenere con le mani; ed un pezzo di cera posta in quel punto, non fonde.

Fig. 19.

È in modo simile, per convezione, che si trasporta il calore nei caloriferi ad acqua calda, detti comunemente **termosifoni**. In essi vi è una caldaia piena d'acqua C (Fig. 20), posta solitamente in cantina, che si scalda in apposito focolare. L'acqua calda diviene più leggera e sale per dei tubi S, distribuendosi nei varii *radiatori* R collocati nelle diverse stanze. Qui l'acqua raffreddandosi cede il calore all'ambiente, e divenendo più pesante scende per altri tubi D e ritorna a riscaldarsi

nuovamente [illegible]. Così è sempre la stessa acqua che circola spontaneamente e perennemente in tutto l'impianto.

In parte per irraggiamento ed in parte per convezione le stufe e i radiatori scaldano gli ambienti. Dal radiatore caldo si solleva una colonna d'aria calda che sale verso il soffitto e va spandendosi nelle varie direzioni; mentre l'aria fredda in basso si muove verso il radiatore. Così rimescolandosi, tutta l'aria della stanza si riscalda più rapidamente e più uniformemente.

Per effetto della corrente di convezione l'aria calda s'innalza nelle canne delle stufe e nei camini, producendo il *tiraggio* che richiama l'aria dall'esterno attraverso il combustibile, di cui così mantiene la combustione; e s'innalza parimenti nei condotti dei *caloriferi ad aria calda*, portando seco il calore che poi cede all'ambiente da riscaldare.

I moti convettivi dell'aria si possono facilmente osservare in una stanza, vicino alle pareti; o meglio da una stanza all'altra attraverso una porta socchiusa: avvicinandovi una candela accesa si vedrà la fiamma piegarsi nel senso della corrente dell'aria in movimento.

La stessa cosa succede, in proporzioni assai maggiori, per la formazione dei venti.

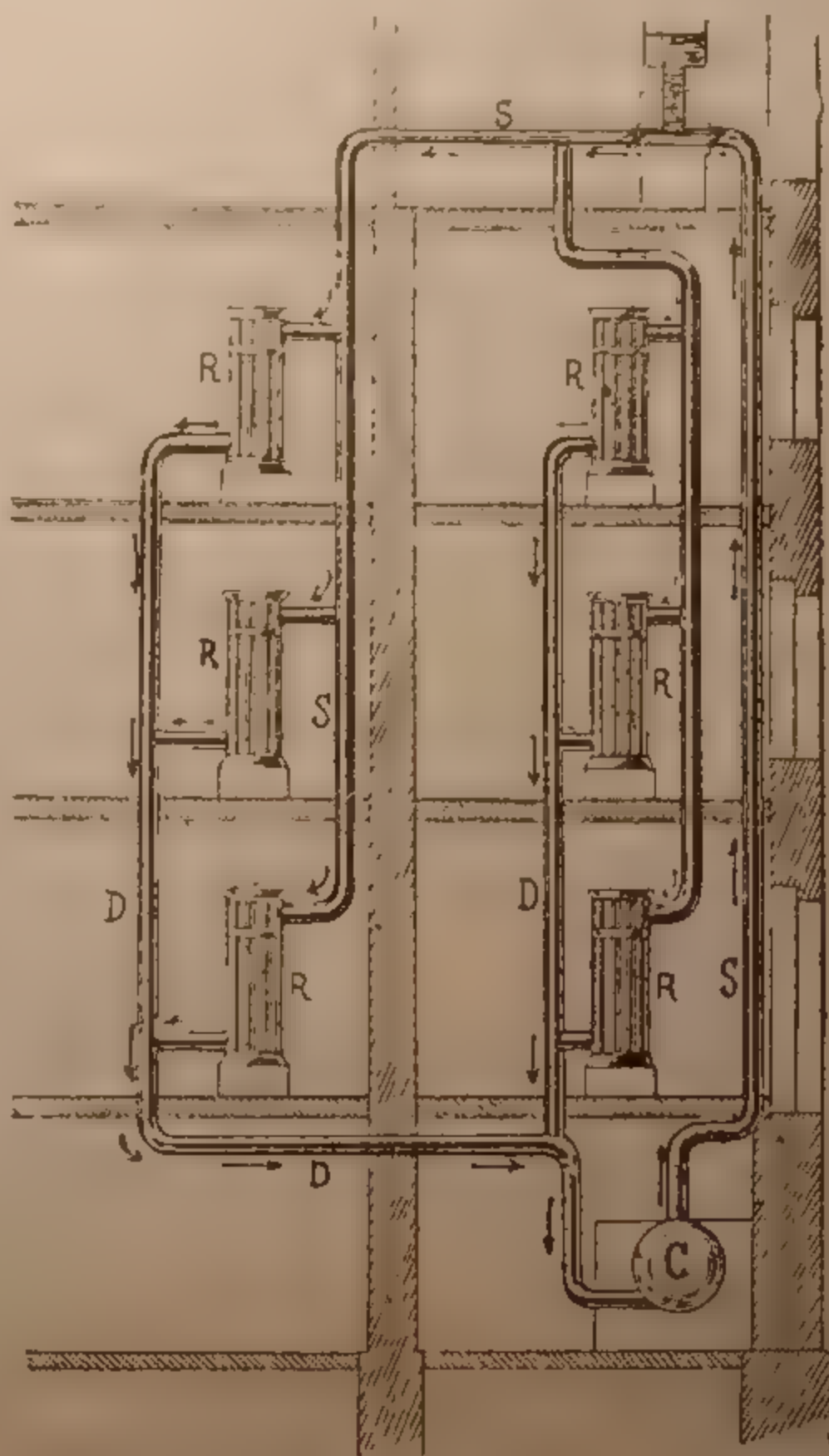



Fig. 20.

26. Problemi sulla trasmissione del calore.

a) Problemi risoluti.

1. *Una lastra di ferro ha l'area di una faccia di* dm² *3 e lo spessore di* mm *18; una delle facce è mantenuta a 58° e l'altra a −10°. Calcolare la quantità di calore che attraversa la lastra in 30ᵐ, (K = 0,2).*

Risoluzione. — Si deve applicare la 1) del § 18, esprimendo tutte le quantità in unità assolute; facendovi cioè: $K = 0{,}2$; $a = cm^2\ 300$; $s = 1800^s$; $T = 58^\circ$; $t = -10^\circ$; $l = cm\ 1{,}8$. Si ottiene allora:

$$Q = 0{,}2 \times \frac{300 \times 1800 \times 68}{1{,}8}\ picc.\ cal. = 4\,080\,000\ picc.\ cal. = 4\,080\ cal.$$

2. *Le pareti di un muro, di spessore* l, *sono rispettivamente alle temperature* T *e* t, (T > t). *Calcolare la temperatura nell'interno del muro, alla distanza* d *dalla parete più calda.*

Risoluzione. Come si è fatto nel § 18, rappresentiamo il sistema come in Fig. 21. Sia cioè: $AC = T$; $BD = t$; $AB = l$. Sia E il punto alla distanza $(AE) = d$ da A; la temperatura da calcolare è: $EF = x$.

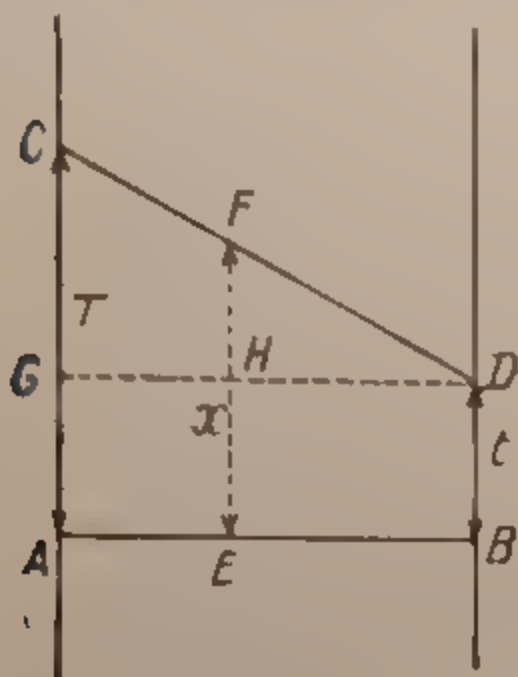



Fig. 21.

Conduciamo da D la DG parallela ad AB; sia H l'intersezione con EF. Dai triangoli simili DHF e DGC, si ricava:

$DH : HF = DG : GC$; cioè: $(l-d) : (x-t) = l : (T-t)$;

da cui: $l(x-t) = (l-d)(T-t)$, e risolvendo:

$$x = \frac{(l-d)(T-t) + lt}{l} = T - \frac{d}{l}(T-t).$$

b) Problemi da risolvere.

1. La temperatura della parete interna di un muro, spesso *cm* 60, è di 25° e quella della parete esterna è di —8°. Calcolare:

a) Qual'è la temperatura nell'interno del muro, a *cm* 12 di distanza da ciascuna delle pareti.

b) A quale distanza dalla parete esterna la temperatura è di 0°.

2. Una sfera cava di metallo, il cui coefficiente di conducibilità è $K = 0{,}12$, ha le pareti dello spessore di *mm* 15 ed il diametro esterno di *cm* 23. Essa piena di ghiaccio a 0° s'immerge nell'acqua bollente; in quanto tempo fonde tutto il ghiaccio contenutovi? (Peso specifico del ghiaccio = 0,93).

3. Le pareti di un muro, di spessore l, sono rispettivamente alle temperature T e t, $(T > t)$. A quale distanza dalla parete più calda la temperatura è gli $\frac{m}{n}$ di T?

4. Le pareti di un muro, di spessore l, sono rispettivamente alle temperature T e t. Calcolare la temperatura interna alla distanza d da ciascuna parete.

5. La temperatura della parete più calda di un muro è T; alla distanza d da essa (dentro il muro) la temperatura è t; lo spessore del muro è l; quant'è la temperatura dell'altra parete?

6. Una sfera cava di metallo ha il diametro esterno d, e lo spessore delle pareti è s; essa è piena completamente di ghiaccio a — 10° C e s'immerge nell'acqua mantenuta bollente. In quanto tempo fonde tutto il ghiaccio contenutovi?

(P. sp. del ghiaccio = 0,93; $k = 0{,}12$. Caso particolare: $d =$ *cm* 30, $s =$ *mm* 18).

7. Quante calorie bisogna fornire ogni ora ad una stanza, larga *m* 4, lunga *m* 5, alta *m* 4,50, con due porte di m^2 (1,20 × 2,50), e una finestra di m^2 (1,30 × 3,50), per mantenere la temperatura a 18° C, se la temperatura esterna è di — 5° C?

Coefficienti di trasmissione: delle pareti 0,8 per m^2 e per ora; del legno della porta 1,5; dei vetri della finestra 3; del pavimento e soffitto 1,2; l'aria si rinnova spontaneamente ad ogni ora, attraverso le sue pareti e il suo calore specifico è 0,237.

8. Un pezzo di ferro di *g* 500 si raffredda per irraggiamento da 800° a 790° in 5^s, in un ambiente a 0°. Quante calorie irradia in 20^s, raffreddandosi da 350°, e a quale temperatura perviene? (Vedasi a § 14 il calore specifico del ferro).

DILATAZIONE

Dilatazione termica dei solidi.

27. **Dilatazione lineare.** — Abbiamo visto (Vol. I - § 16), che tutti i corpi riscaldati si dilatano, (eccetto alcuni corpi, ad es. l'acqua, § 37). L'argilla, molto riscaldata, si contrae; ma ciò avviene per variazione di aggruppamento molecolare dei componenti. Inoltre il caucciù, *se teso*, s'accorcia con l'aumentare della temperatura. Dobbiamo fare ora uno studio più razionale di questo fenomeno, cominciando dalla dilatazione dei solidi.

Per i corpi solidi esamineremo dapprima la **dilatazione lineare**, cioè la dilatazione del corpo in una direzione sola; ossia l'aumento della lunghezza del corpo col riscaldamento.

L'allungamento di un'asta può studiarsi col **pirometro**. È questo formato da una sbarretta di metallo CD (Fig. 22) fissata ad un estremo con una vite A, su una colonnetta di sostegno C. All'altro estremo è sostenuta da un'altra colonnetta B, che non le impedisce però di scorrere. Con la punta D quest'asticella poggia sul braccio più corto di una leva di 1° genere DO, la cui estremità I fa da indice su un quadrante graduato. Quando l'asticella è fredda, la punta I si trova sullo zero della graduazione; scaldando l'asticella con un fornelletto a spirito MN, o in altro modo, si vede l'estremità I dell'indice sollevarsi di qualche divisione; dallo spostamento di I si calcola l'allungamento della sbarra.

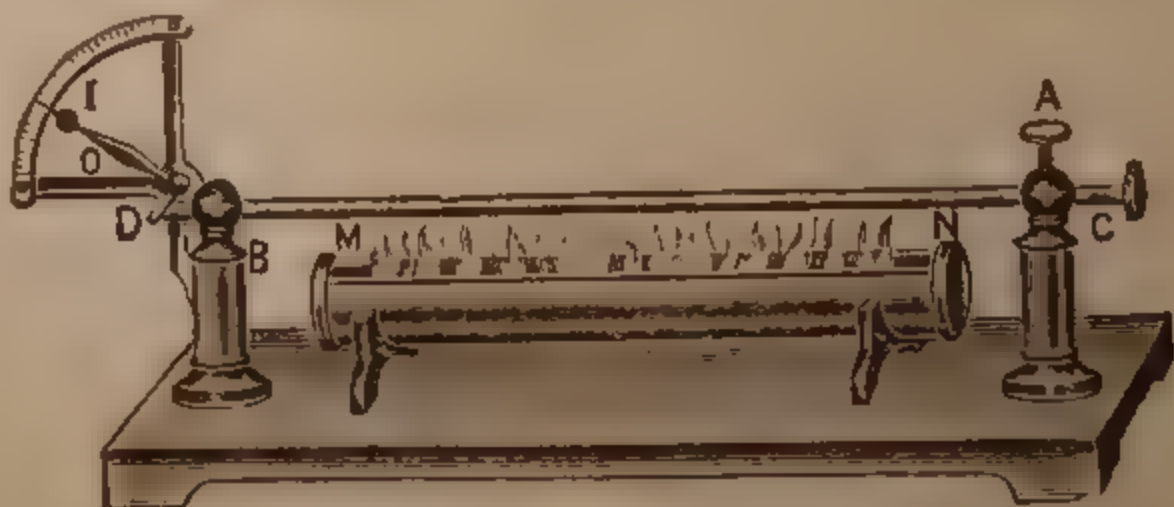



Fig. 22.

Dalle misure eseguite, si sono ricavate le seguenti leggi:

Leggi della dilatazione lineare: *L'allungamento di una sbarra:*

1. *Per una data variazione di temperatura è proporzionale alla lunghezza della sbarra.*

2. *A parità di lunghezza, entro limiti ristretti, è proporzionale all'aumento di temperatura.*

3. *A parità di lunghezza e di riscaldamento, varia da sostanza a sostanza.*

Sia l_0 (1) la lunghezza della sbarra a 0°; riscaldata a $t°$ essa aumenta, e diventi l_t. L'allungamento è allora $l_t - l_0$. Per le leggi precedenti è:

$$1) \qquad l_t - l_0 = \lambda l_0 t;$$

in cui λ è un coefficiente di proporzionalità, costante per una data sostanza, ma variabile da sostanza a sostanza. Si chiama il **coefficiente di dilatazione lineare medio tra 0° e t°**; il suo valore si ricava dalla 1), risolvendo l'equazione rispetto a λ; è:

---

(1) Si legge *l con zero*.

2) $$\lambda = \frac{l_t - l_0}{l_0 t}.$$

Dividendo l'allungamento totale $l_t - l_0$ per l_0, si ricava l'allungamento per unità di lunghezza, e dividendolo per t si ricava l'allungamento per ogni grado; la 2) quindi esprime che:

Il coefficiente di dilatazione lineare (medio) è l'allungamento che subisce l'unità di lunghezza di un corpo per il riscaldamento di 1 grado.

I valori di λ sono piccolissimi. Per lo zinco, che è fra i metalli più dilatabili, è: $\lambda = 0{,}000031$; cioè una sbarretta di zinco lunga 1 *cm*, si allunga di *cm* 0,000031 per ogni grado di riscaldamento. Diamo qui i coefficienti di dilatazione lineare di alcune delle sostanze più note:

Quarzo fuso	$\lambda = 0{,}0000007$
Invar [1]	» = 0,0000008
Legno (nel senso delle fibre) circa . . .	» = 0,000003
Vetro	» = 0,000008
Platino	» = 0,000009
Ferro	» = 0,000012
Rame	» = 0,000019
Alluminio	» = 0,000022
Piombo	» = 0,000028
Zinco	» = 0,000031

28. **Variazione della lunghezza con la temperatura.** — Dalla 1), risolvendo rispetto a l_t si ricava:

3) $$l_t = l_0(1 + \lambda t)$$

$(1 + \lambda t)$ si chiama il **binomio di dilatazione lineare**; quindi:

La lunghezza di una sbarra a t° è eguale alla lunghezza della stessa sbarra a 0° moltiplicata per il binomio di dilatazione lineare.

Es. *Qual'è la lunghezza a 150° C di una sbarra di rame, lunga a 0° cm 250?*
Si ha per la 3):

$$l_{150} = l_0(1 + 150\lambda) = \text{cm}\,250(1 + 150 \times 0{,}000019) = \text{cm.}\,250{,}71.$$

Risolviamo un altro problema.

Dalla 3) si ricava:

4) $$l_0 = \frac{l_t}{1 + \lambda t};$$ le 3) e 4) valgono per qualunque temperatura. Ad un'altra temperatura s, la 4) diventa: $l_0 = \dfrac{l_s}{1 + \lambda s}$, e sostituendo nella 3):

5) $$l_t = l_s \frac{1 + \lambda t}{1 + \lambda s};$$

che ci dà la lunghezza di una sbarra ad una temperatura qualsiasi t, quando si conosca la lunghezza della medesima sbarra ad un'altra temperatura s.

I risultati trovati sin'ora sono solamente approssimati, quanto basta per le applicazioni comuni della pratica.

---

(1) L'*invar* è una lega di ferro e nichel, al 35 % di nichel.

29. Dilatazione cubica. — Si consideri ora la dilatazione in tutte le direzioni, cioè l'aumento di volume di un corpo. È ciò che chiamiamo la **dilatazione cubica.**

Facciamo considerazioni analoghe a quelle della dilatazione lineare. L'esperienza dimostra le seguenti leggi:

Leggi della dilatazione cubica: *Gli aumenti di volume:*

1. A parità di riscaldamento sono proporzionali al volume del corpo.

2. A parità di volume, entro limiti ristretti, sono proporzionali all'aumento di temperatura.

3. A volume eguale e pari riscaldamento, variano da sostanza a sostanza.

Siano V_0 e V_t i volumi dello stesso corpo alle temperature 0^o e t^o; è $V_t - V_0$ l'aumento totale di volume del corpo. Per le leggi precedenti si ha:

$$6) \qquad V_t - V_0 = k\,V_0\,t\,;$$

in cui k è un coefficiente di proporzionalità, costante per una data sostanza, ma variabile da sostanza a sostanza. Si chiama il **coefficiente di dilatazione cubica, medio tra 0° e t°**; il suo valore si ricava dalla 6):

$$7) \qquad k = \frac{V_t - V_0}{V_0 t}, \quad \text{ed esprime che:}$$

Il coefficiente di dilatazione cubica medio, tra 0° e t°, è l'aumento che subisce l'unità di volume di un corpo, per il riscaldamento di 1 grado.

Si supponga ora un corpo i cui coefficienti di dilatazione lineare e cubica siano λ e k; esso abbia la forma di un cubo il cui lato a 0° sia lungo 1 *cm.* Si scaldi tale corpo di 1 grado; la lunghezza del lato diventerà $1 + \lambda$, ed il volume $1 + k$.

Poichè il volume del cubo è eguale al cubo della lunghezza del lato, si ha:

$$1 + k = (1 + \lambda)^3 = 1 + 3\lambda + 3\lambda^2 + \lambda^3.$$

Essendo λ piccolissimo, il quadrato ed il cubo sono assai minori. cioè trascurabili (1). Quindi molto approssimativamente si può ritenere:

$$1 + k = 1 + 3\lambda; \qquad \text{da cui:}$$

$$8) \qquad k = 3\lambda; \qquad \text{cioè l'altra legge:}$$

4. Il coefficiente di dilatazione cubica è, per la stessa sostanza, molto approssimativamente il triplo di quello lineare.

30. Variazione del volume con la temperatura. — Dalla 4) ricaviamo, risolvendo rispetto a V_t:

$$9) \qquad V_t = V_0\,(1 + k\,t)$$

$(1 + kt)$ si chiama il **binomio di dilatazione cubica**; quindi:

Il volume di un corpo a t° è uguale al volume dello stesso corpo a 0°, moltiplicato per il binomio di dilatazione cubica.

---

(1) Per $\lambda = 0{,}00003$, è $\lambda^2 = 0{,}0000000009$ e $\lambda^3 = 0{,}000000000000027$.

Es. *Un blocco di zinco a 0° ha il volume di cm³ 500, qual'è il suo volume a 200°?*
Poichè per lo zinco $\lambda = 0,000031$, e per la 8): $k = 0,000093$, quindi per la 9):

$$V_{200} = cm^3\, 500\, (1 + 0,000\,093 \times 200) = cm^3\, 509,3.$$

Dalla 9) si ricava, risolvendo rispetto a V_0:

10) $$V_0 = \frac{V_t}{1 + kt};$$ le 9) e 10) valgono per qualunque temperatura.

Ad un'altra temperatura s la 10) diventa: $V_0 = \frac{V_s}{1 + ks}$, e sostituendo nella 9),

11) $$V_t = V_s \frac{1 + kt}{1 + ks};$$ che ci dà il volume di un corpo ad una temperatura qualsiasi t, quando si conosca il volume dello stesso corpo ad un'altra temperatura s. Anche ora si tratta di risultati approssimati.

31. **Applicazioni della dilatazione.** — I fatti dipendenti dalla dilatazione dei corpi, sono moltissimi:

I fabbricanti di carri scaldano il cerchio di ferro e lo fanno entrare a forza così caldo attorno alla ruota (Fig. 23); in modo che poi raffreddandosi si restringe e rinserra fortemente la ruota.

Si lascia un piccolo intervallo tra i pezzi successivi delle rotaie delle strade ferrate (Fig. 24), perchè possano dilatarsi liberamente. Senza questa precauzione l'allungamento che esse subirebbero scaldate dal sole, sommandosi per tutte le sbarre poste su molti chilometri di strada, sarebbe così grande da provocare distorsioni del binario.

I ponti metallici non devono essere fissati sui piloni; ma vi poggiano su rulli che ne permettano il libero scorrimento per dilatazione. Parimenti non debbono essere murate le griglie nei focolari, nè saldate in tutti i lati le lamiere di metallo che coprono le cupole di alcuni edifizî.

Fig. 23.

Per la dilatazione l'asta del pendolo di un orologio si allunga d'estate, e l'orologio ritarda. Per evitare ciò si costruivano una volta *pendoli compensati*, formati con aste multiple di diversi metalli, dilatantisi in senso inverso, in modo che la lunghezza del pendolo non variasse con la temperatura. Oggi si preferisce costruire l'asta con *invar* (§ 27), la cui dilatazione è così piccola da potersi trascurare. Più comunemente, per economia, si può fare l'asta di legno, anch'esso di dilatazione trascurabile; purchè sia imbevuto di paraffina, per evitare le variazioni di lunghezza con l'umidità, che sarebbero superiori a quelle prodotte dalla temperatura.

Un corpo solido scaldato uniformemente, si dilata regolarmente in tutti i punti; scaldato invece irregolarmente in un punto più che in un altro,

[illegible] di compressione enormi. Questi sforzi si produrranno [illegible]mente, quanto meno il corpo condurrà il calore, e quanto più bruscamente è riscaldato, in modo da prodursi differenze notevoli di temperatura nei diversi punti. Ciò avviene nel vetro, il quale scaldato su una fiamma si rompe; spesso basta versare il caffè bollente in un bicchiere, perchè questo si incrini. Nei laboratori si può scaldare sul gas l'acqua in un vaso di vetro, purchè sia a pareti sottili, e s'interponga una fitta reticella di metallo tra la fiamma e il vetro; tale rete per la sua conducibilità diffonde regolarmente il calore su una grande superficie (§ 20) e permette un riscaldamento più uniforme.

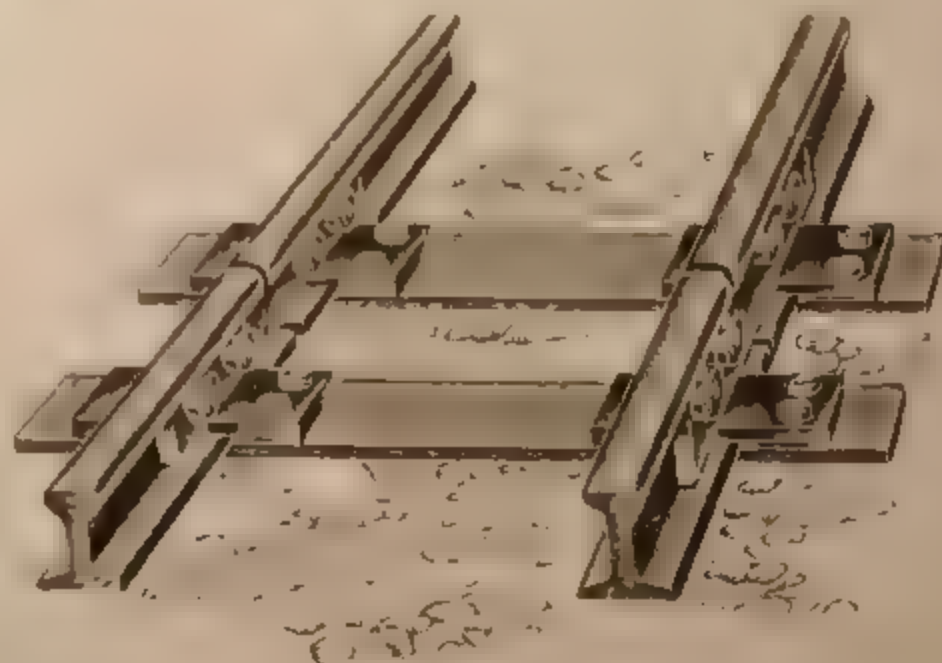



Fig. 24.

Talvolta non si riesce a togliere un tappo di vetro smerigliato dal collo di una bottiglia; non si può nè battere nè far forza per la fragilità del vetro; basta invece scaldare leggermente il collo della bottiglia sulla fiamma del gas, con che si dilata alquanto, ed il tappo si toglie facilmente.

La dilatazione del quarzo è così piccola (§ 27), che si può arroventare un pezzo di quarzo e buttarlo rovente nell'acqua senza che si rompa.

L'eguale coefficiente di dilatazione del vetro e del platino, permette di saldare a caldo l'uno all'altro; con altro metallo la saldatura si romperebbe per la differente contrazione dei due corpi nel raffreddamento.

Consideriamo una sbarra di ferro lunga 1 *m*; scaldata a 100° essa si allunga di *mm* 1,2. Per produrre pari allungamento con una trazione su una sbarra della sezione di 1 cm^2, occorrerebbe la forza di 2500 *kg*. È la medesima forza che la sbarra può sviluppare raffreddandosi e contraendosi. In tal modo si spiega come si possano raddrizzare muri che pencolano, riunendoli con sbarre di ferro riscaldate e inchiavardate agli estremi contro il muro, mentre sono calde; raffreddandosi si contraggono con tale forza da tirarsi dietro il muro.

Fig. 25.

La diversa dilatazione delle varie sostanze, si può dimostrare con le **lamine bimetalliche**. Inchiodiamo insieme una sull'altra due strisce AB (Fig. 25) di metallo diverso, ad es. di rame e ferro, di eguale dimensione. Si ottiene un regolo unico, che a temperatura ordinaria è diritto. Se si riscalda, esso s'incurva *col rame dalla parte convessa*, come in EF; ciò perchè il rame si dilata più del ferro, e perciò deve assumere una lunghezza maggiore, qual'è appunto quella della parte convessa. Se invece si raffreddasse, s'incurverebbe in senso inverso, come in CD. Questo principio ha ricevuto applicazione per la compensazione dei bilancieri degli orologi da tasca ed in molti altri casi.

32. Variazione della densità con la temperatura.

Sia V_0 il volume di un corpo a 0^o e d_0 la densità, il suo peso è (Vol. 1° - § 194): $P = V_0 d_0$. Si scaldi il corpo a t^o; il volume diventi V_t e la densità d_t; il peso è: $P = V_t d_t$. E poichè il peso non varia col riscaldamento, dev'essere:

$$12)\qquad V_0 d_0 = V_t d_t ; \qquad \text{cioè:} \qquad \frac{d_0}{d_t} = \frac{V_t}{V_0}$$

e quindi: *le densità sono inversamente proporzionali ai volumi.*

Dalla 9) del § 30, si ricava: $\frac{V_t}{V_0} = 1 + kt$; sostituendo nella 12):

$$13)\qquad \frac{d_0}{d_t} = 1 + kt ; \qquad \text{da cui:} \qquad d_t = \frac{d_0}{1 + kt} . \qquad \text{Cioè:}$$

la densità a t° è uguale a quella a 0° divisa per il binomio di dilatazione.

La 13) vale per qualunque temperatura; alla temperatura s diventa:

$$d_s = \frac{d_0}{1 + ks} , \qquad \text{da cui:} \qquad d_0 = d_s (1 + ks); \qquad \text{sostituendo nella 13):}$$

$$14)\qquad d_t = d_s \frac{1 + ks}{1 + kt} ;$$

che ci dà la densità di un corpo a t^o, quando si conosca la densità dello stesso corpo ad un'altra temperatura s.

Risolvendo la 13) rispetto a k si ricava:

$$15)\qquad k = \frac{d_0 - d_t}{t\, d_t} ;$$

cioè: si può ricavare il coefficiente di dilatazione di un corpo, misurandone la densità a t^o e a 0^o.

33. Problemi sulla dilatazione dei solidi.

a) Problemi risoluti.

1. *Una rotaia di ferro è lunga* m 8 *a* 0°; *quanto sarà lunga a* –15° *ed a* +45°?

Risoluzione. — Per la 3) del § 28 si ha, ponendo $\lambda = 0{,}000\,012$:

$$l_{-15} = m\, 8\, (1 - 0{,}000\,012 \times 15) = \text{m}\, 7{,}998\,560;$$
$$l_{45} = m\, 8\, (1 + 0{,}000\,012 \times 45) = \text{m}\, 8{,}004\,320.$$

2. *Un filo metallico* (sottilissimo, rigido), *è piegato secondo il contorno di un triangolo isoscele; i lati sono di ferro ed hanno la lunghezza l a t°; la base è di rame ed ha lunghezza l' pure a t° ($l' < l$). A quale temperatura occorre portare tale triangolo, per renderlo equilatero?* (Caso particolare: l = cm 100; l' = cm 99,7; t = 15°).

Risoluzione. — Siano λ e λ' rispettivamente i coefficienti di dilatazione lineare del ferro e del rame, ed x la temperatura richiesta. Le lunghezze l_x dei lati e l'_x della base a tale temperatura sono, per la 5) del § 28:

$$l_x = l \frac{1 + \lambda x}{1 + \lambda t} ; \qquad\qquad l'_x = l' \frac{1 + \lambda' x}{1 + \lambda' t} .$$

Per ipotesi deve essere: $l_x = l'_x$; ossia:

$$l\,\frac{1+\lambda x}{1+\lambda t} = l'\,\frac{1+\lambda' x}{1+\lambda' t}.$$ Risolvendo rispetto ad x si ottiene:

$$x = \frac{l - l' + t(l\lambda' - l'\lambda)}{l'\lambda' - l\lambda + \lambda\lambda' t(l' - l)};$$ meglio, essendo $\lambda\lambda'$ così piccolo da potersi trascurare:

$$x = \frac{l - l' + t(l\lambda' - l'\lambda)}{l'\lambda' - l\lambda}.$$ Nel caso particolare, è: $\lambda = 0{,}000\,012$; $\lambda' = 0{,}000\,019$,

e si ha: $$x = \frac{100 - 99{,}7 + 15(100 \times 0{,}000\,019 - 99{,}7 \times 0{,}000\,012)}{99{,}7 \times 0{,}000\,019 - 100 \times 0{,}000\,012} = \mathbf{447^o}.$$

3. *Un blocco d'alluminio pesa g 525; qual'è il suo volume a 80° C?* (Le densità a 0^o e 150^o siano: $d_0 = 2{,}650$ e $d_{150} = 2{,}624$).

Risoluzione. — Si ha: $$V_0 = \frac{\text{Peso}}{d_0} = cm^3\,\frac{525}{2{,}650} = cm^3\,198{,}113.$$

Per la 15) è: $$k = \frac{2{,}650 - 2{,}624}{150 \times 2{,}624} = 0{,}000\,066;$$ quindi:

$$V_{80} = V_0(1 + kt) = cm^3\,198{,}113\,(1 + 0{,}000\,066 \times 80) = \mathbf{cm^3\,199{,}159}.$$

4. ***Un cilindro retto di ferro, lungo l_0 a 0°, galleggia verticalmente nel mercurio. Calcolare di quanto vi si immerge a 0° ed a t°.***

Risoluzione. — Il peso del cilindro se r è il raggio a 0^o, e d_0 la densità del ferro a 0^o, è: $P = \pi r^2 l_0 d_0$; il peso del mercurio spostato, chiamando x l'altezza cercata, e d'_0 la densità del mercurio a 0°, è:

$P' = \pi r^2 x d'_0$; per la condizione d'equilibrio dei galleggianti (Vol. 1° - § 212). dev'essere: $P = P'$;

cioè: $\pi r^2 l_0 d_0 = \pi r^2 x d'_0$; o anche: $l_0 d_0 = x d'_0$;

da cui: $x = l_0 \dfrac{d_0}{d'_0}$. Ora, è: $d_0 = 7{,}81$; $d'_0 = 13{,}59$; quindi:

$$x = \frac{7{,}81}{13{,}59}\,l_0 = \mathbf{0{,}575\,l_0}.$$

Parimenti, a t^o, chiamando l_t la lunghezza del cilindro, r_1 il suo raggio, d_t la sua densità, λ il suo coefficiente, di dilatazione lineare, k quello cubico, k' il coefficiente di dilatazione cubica del mercurio, esso pesa:

$$P_1 = \pi r_1^2 l_t d_t; \quad \text{e per le 3) e 13):} \quad P_1 = \pi r_1^2 l_0 (1 + \lambda t)\,\frac{d_0}{1 + kt}.$$

Il peso del mercurio spostato, chiamando y la nuova altezza cercata, e d'_t la densità del mercurio a t^o, è:

$$P_1' = \pi r_1^2 y d_t'; \quad \text{sempre per la 13):} \quad P_1' = \pi r_1^2 y\,\frac{d'_0}{1 + k't}.$$

Per la ricordata condizione di equilibrio dei galleggianti, dev'essere:

$P_1 = P_1'$; cioè: $\pi r_1^2 l_0 d_0 \dfrac{1 + \lambda t}{1 + kt} = \pi r_1^2 y \dfrac{d_0'}{1 + k't}$; o anche, semplificando:

$$l_0 d_0 \frac{1 + \lambda t}{1 + kt} = y\,\frac{d_0'}{1 + k't}; \quad \text{da cui:} \quad y = \frac{l_0 d_0 (1 + \lambda t)(1 + k't)}{d'_0 (1 + kt)}.$$

Ora è: $\dfrac{l_0 d_0}{d_0'} = 0{,}575\,l_0$ (valore trovato prima);

$\lambda = 0{,}000\,012$; $k = 3\lambda = 0{,}000\,036$; $k' = 0{,}000\,181$ (§ 35-3); quindi:

$$y = 0{,}575\,l_0\,\frac{(1 + 0{,}000\,012\,t)(1 + 0{,}000\,181\,t)}{1 + 0{,}000\,036\,t}.$$

b) Problemi da risolvere.

1. Qual'è la lunghezza a 30° *C* del metro campione (Vol. 1° § 21)?

2. Un pendolo la cui asta è di ferro, batte esattamente il secondo alla temperatura di 0°; di quanto ritarda al giorno d'estate, se la temperatura è di 25° *C*? (Si veda la formula del pendolo, Vol. 1° - § 119).

3. Un regolo di rame è lungo *cm* 121,450 a 250°; qual'è la sua lunghezza a 90° *C*?

4. Il diametro interno di un anello di rame a t^{o} è l; quello di una sfera di ferro è $l+d$ alla stessa temperatura. A quale temperatura la sfera passerà dentro l'anello?

5. Due regoli, uno di ferro e l'altro di rame, sono saldati uno di seguito all'altro; la lunghezza del regolo così ottenuto è l a 0°. Determinare la lunghezza di ciascun regolo, sapendo che a t^{o} hanno la stessa lunghezza.

6. Quanto pesa una sfera di zinco, il cui raggio a 180° *C* è di *cm* 5,68? ($d_0 = 6,862$).

7. Una sfera di platino di raggio r a 0°, è sospesa con un filo sottilissimo sotto il piattello di una bilancia idrostatica, ed è immersa completamente in una bacinella contenente mercurio a 0°; si equilibria la bilancia in tali condizioni, con una zavorra. Di quanto occorre variare questa zavorra, per mantenere la bilancia in equilibrio allorchè il mercurio è portato a t^{o}?

(Coefficiente di dilatazione del mercurio = 0,000 181).

Dilatazione dei liquidi.

34. Dilatazione apparente ed assoluta. — Per i liquidi non si può parlare che di dilatazione cubica. Per trovare il coefficiente di dilatazione di un liquido, dovremo, per la 7) del § 29, determinare di quanto si dilata un volume noto V_0 di esso, scaldato di t^{o}. Per questo dovremo mettere necessariamente il liquido in un recipiente opportuno, p. es., della forma della Fig. 26. Supponiamo che a temperatura ordinaria il liquido arrivi nel punto *A* del cannello graduato; scaldando, il livello si vede dapprima scendere sino a *B*, perchè il recipiente dilatandosi aumenta di capacità: ma poi riscaldandosi anche il liquido, sale sino a *C*. *Apparentemente* il liquido si è dilatato da *A* a *C*; questa perciò si chiama **dilatazione apparente** e la indichiamo con D_{ap}. La **dilatazione vera o assoluta** D_{as} è da *B* a *C*, supposto che *AB* sia la dilatazione del recipiente, che indichiamo con D_r. È chiaro pertanto che:

$$D_{as} = D_{ap} + D_r \tag{1}$$

C
A
B

Fig. 26.

La dilatazione apparente si ricava con l'esperienza; non così la dilatazione del recipiente, non essendo possibile riscaldare prima il recipiente da solo, e poi il liquido. Se si conoscesse il coefficiente di dilatazione del vetro con cui è fatto il recipiente, si potrebbe calcolare la dilatazione D_r con la formula 7) del § 29; perchè i recipienti aumentano di volume esattamente come se fossero massicci. Ma essendo il vetro una sostanza di costituzione variabile, non è possibile assegnargli con esattezza un coefficiente di dilatazione fisso. Occorre perciò ricavare la dilatazione del recipiente per altra via.

35. Dilatazione assoluta del mercurio - Metodo di Dulong e Petit. — Dulong e Petit adottarono un metodo classico per misurare il coefficiente di dilatazione assoluta del mercurio. Costruirono un apparecchio formato da due tubi di vetro A e B, comunicanti fra loro per mezzo di un tubo capillare ab, (Fig. 27).

Misero nei due tubi del mercurio: il quale, se è alla stessa temperatura nei due rami, si dispone allo stesso livello. Ma ora si porti il tubo A a 0°, circondandolo con ghiaccio, e l'altro tubo B si scaldi a temperatura nota t^0 (misurata con vari termometri d e d_1), circondandolo con un liquido che si scalda con opportuno fornello. Il mercurio nei due rami non ha più la stessa densità, e perciò si dispone a diversa altezza (Vol. 1° - § 208); e precisamente più alto nel ramo B più caldo.

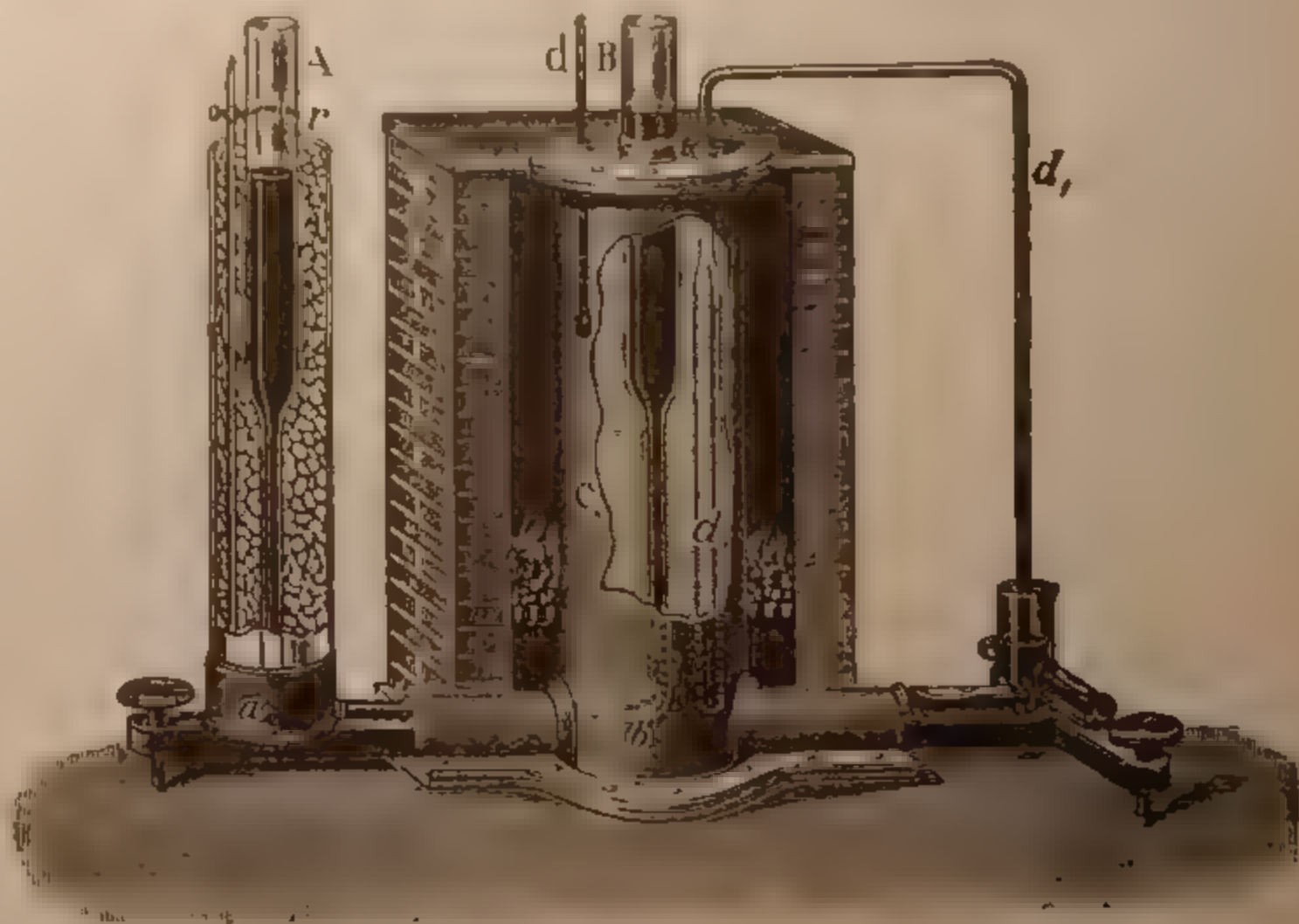



Fig. 27.

Siano h_0 e h_t le altezze del mercurio nei due rami (misurate dal livello ab), d_0 e d_t le rispettive densità; per il 2° caso del principio dei vasi comunicanti or ora richiamato, si ha:

$$\frac{h_t}{h_0} = \frac{d_0}{d_t}\,; \qquad \text{per la 13) del § 32, si ottiene:}$$

$$\frac{h_t}{h_0} = 1 + kt\,, \qquad \text{da cui, risolvendo rispetto a } k\text{:}$$

$$k = \frac{h_t - h_0}{t\,h_0}\,. \tag{2}$$

Cioè, in conclusione, si ricava il coefficiente di dilatazione assoluta k del mercurio, misurando con l'esperienza: le altezze h_t e h_0 a cui esso si dispone nei due rami dell'apparecchio descritto e la temperatura t nel ramo riscaldato. Dalle esperienze eseguite, Dulong e Petit trovarono per il coefficiente medio del mercurio, fra 0° e 100°:

$$k = 0{,}000181\,. \tag{3}$$

36. Dilatometro. — Conoscendo la dilatazione assoluta del mercurio si riempie con esso il recipiente della Fig. 26, che si chiama il dilatometro; riscaldandolo si osserva la dilatazione apparente; e per la 1) del § 34, sottraendola da quella assoluta, ora nota, si ricava la dilatazione del recipiente.

Conosciuta questa per un dato dilatometro, si può calcolare con esso la dilatazione assoluta di ogni altro liquido.

Riportiamo i coefficienti medi di dilatazione di alcuni liquidi:

alcool etilico . $k = 0{,}001\,195$; etere solforico $k = 0{,}001\,617$;
acido solforico » $= 0{,}000\,726$; cloroformio » $= 0{,}001\,320$.

37. Massimo di densità dell'acqua. — Dicemmo (Vol. 1° - § 16) che tutti i corpi riscaldati si dilatano, e quindi raffreddati si contraggono. Ma l'acqua, entro certi limiti di temperatura, fa eccezione. Mettiamo infatti nel dilatometro dell'acqua, e partendo dalla temperatura ordinaria, si raffreddi gradatamente: si osserva che il livello nel cannello dapprima si abbassa, per la contrazione del liquido. Ma raggiunta una data temperatura pur continuando a raffreddare, l'acqua non solo non si contrae più; ma anzi risale nel cannello, cioè si dilata. Esiste dunque per l'acqua una temperatura, alla quale essa ha *il minimo volume* e quindi il massimo di densità.

Fatta l'esperienza col dilatometro, la temperatura a cui corrisponde il livello più basso nel cannello è di $+6^\circ\, C$; ma ciò che si osserva in questo caso è la dilatazione apparente. La seguente esperienza, dovuta ad Hope [1], dimostra invece che *il massimo di densità dell'acqua è a* $+4^\circ\, C$.

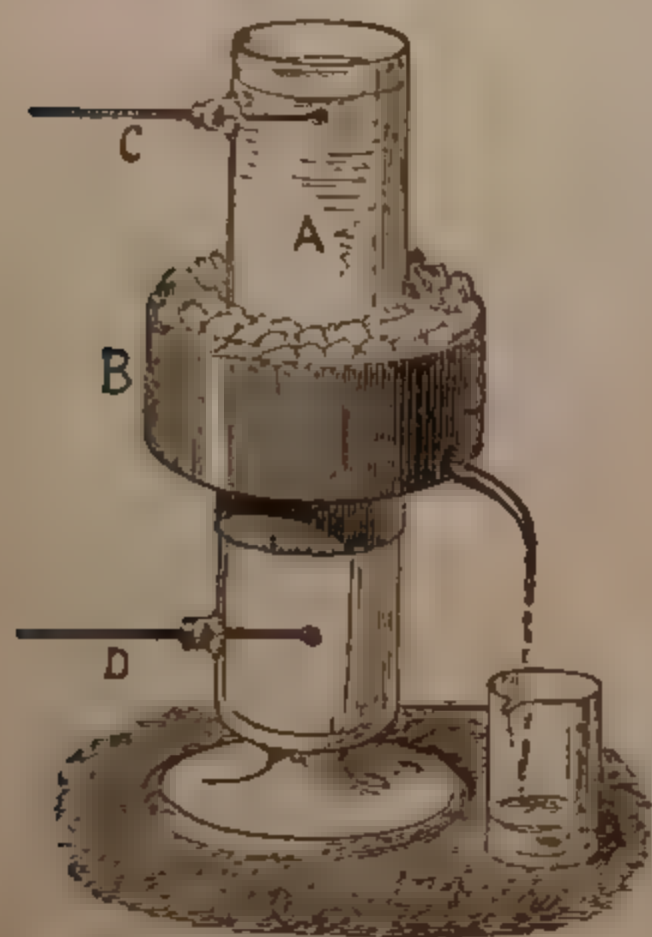



Fig. 28.

Si riempie d'acqua un recipiente cilindrico A, nel quale penetrano due termometri C e D: l'uno nella parte superiore dell'acqua, l'altro vicino al fondo. La parte mediana di A è circondata da una vaschetta B (Fig. 28), contenente una mescolanza frigorifera (ghiaccio e sale).

Si vedrà dapprima calare il termometro inferiore D fino ad arrivare a $+4^\circ\, C$. A questo punto esso rimane stazionario; mentre il termometro C scende a sua volta, anche sino a 0°. Ciò perchè l'acqua raffreddata in mezzo ad A diventa *più densa* e perciò scende al fondo; ma ciò sino a 4°; al di sotto di questa temperatura invece l'acqua è *meno densa* e quindi sale in alto. Il massimo di densità dell'acqua è così veramente a $+4^\circ\, C$.

Questo fatto è provvidenziale; perchè d'inverno l'acqua alla superficie di un lago può anche gelare, mentre al fondo è alquanto più calda: tanto da permettere di conservare la vita dei pesci, che appunto svernano al fondo.

La seguente Tabella indica la densità dell'acqua a varie temperature:

Temperatura	Densità	Temperatura	Densità
0	0,999 871	20	0,998 259
2	0,999 969	30	0,995 765
4	1,000 000	50	0,988 190
6	0,999 970	70	0,977 940
10	0,999 747	100	0,958 650

(1) Hope Thomas Charles; n. a Edinburgh nel 1766, m. ivi nel 1844.

38. Problemi sulla dilatazione dei liquidi.

a) Problemi risoluti.

1. *Una [illegible] esattamente piena di mercurio alla temperatura di 15° C; la sua capacità [illegible] cm³ 1500. Quanti cm³ di mercurio ne escono se si pone tutta la bottiglia nell'acqua bollente?*

Risoluzione. — La capacità della bottiglia a 15° è:

$$V_{15} = V_0 (1 + kt) = cm^3\, 1500 \,(1 + 0{,}000\,036 \times 15) = cm^3\, 1500{,}81.$$

La capacità a 100° è: $V_{100} = cm^3\, 1500\,(1 + 0{,}000036 \times 100) = cm^3\, 1505{,}40.$
Il mercurio a 15° ha pari volume della bottiglia, cioè: $V_{15} = cm^3\, 1500{,}81.$
Il mercurio a 100° ha il volume, (§ 30-11):

$$V_{100} = cm^3\, 1500{,}81\, \frac{1 + 0{,}000\,181 \times 100}{1 + 0{,}000\,181 \times 15} = cm^3\, 1523{,}84.$$

Quindi escono dalla bottiglia: $cm^3\,(1523{,}84 - 1505{,}40) =$ **cm³ 18,44**

2. *In un recipiente cilindrico di vetro di raggio interno* R *a 0°, contenente mercurio, si introduce una palla di platino di raggio* r *a 0°; con ciò il mercurio arriva all'altezza* h; *si riscalda tutto l'insieme a* t°. *Di quanto si solleva il mercurio nel recipiente?*

Soluzione. — Il mercurio e la palla a 0° occupano insieme il volume:

$V_0 = \pi R^2 h$; la palla da sola ha il volume: $v_0 = {}^4/_3\, \pi r^3$; quindi di mercurio nel recipiente ve n'è un volume: $v'_0 = \pi\,(R^2 h - {}^4/_3\, r^3)$.

A t^0 il volume del mercurio diventa ($k = 0{,}000\,181$):

$v'_t = v'_0 (1 + kt) = \pi\,(R^2 h - \frac{4}{3} r^3)(1 + 0{,}000\,181\, t)$; e quello della palla, se $k' = 0{,}000\,027$ è il coefficiente di dilatazione cubica del platino, diventa:

$v_t = v_0 (1 + k' t) = \frac{4}{3} \pi r^3 (1 + 0{,}000\,027\, t)$. Il volume totale diventa:

$$V_t = v_t + v'_t = \frac{4}{3} \pi r^3\,(1 + 0{,}000\,027\, t) + \pi\,(R^2 h - \frac{4}{3} r^3)(1 + 0{,}000\,181\, t)$$

Il raggio del recipiente a t^0, se λ è il coefficiente di dilatazione lineare della sostanza di cui esso è formato, diventa: $R_t = R\,(1 + \lambda t)$.

Se x è l'altezza di cui si solleva il mercurio, esso si disporrà all'altezza $h + x$, e il liquido e la palla occuperanno insieme, a t^0, il volume:

$V'_t = \pi R_t^2 (h + x) = \pi R^2 (1 + \lambda t)^2 (h + x) = \pi R^2 (1 + 2 \lambda t)(h + x)$, avendo trascurato il termine in λ^2, al solito piccolissimo. Poichè è $V_t = V'_t$, avremo l'equazione:

$$\frac{4}{3} \pi r^3 (1 + 0{,}000\,027\, t) + \pi (R^2 h - \frac{4}{3} r^3)\,(1 + 0{,}000\,181\, t) = \pi R^2 (1 + 2 \lambda t)\,(h + x)\,;$$

che risoluta rispetto ad x ci dà il valore cercato:

$$x = \frac{\frac{4}{3} r^3\,(1 + 0{,}000\,027\, t) + (R^2 h - \frac{4}{3} r^3)(1 + 0{,}000\,181\, t) - R^2 h\,(1 + 2 \lambda t)}{R^2 (1 + 2 \lambda t)}\,;$$

che si semplifica in:

$$x = \frac{t}{R^2 (1 + 2 \lambda t)}\,[R^2 h\,(0{,}000\,181 - 2 \lambda) - 0{,}000\,205\, r^3].$$

b) Problemi da risolvere.

1. Un recipiente di vetro, completamente pieno a 0°, contiene g 1200 di mercurio, ed un pezzo di ferro di g 150. Si riscalda tutto il recipiente a 100°: si domanda il peso del mercurio che ne esce.

2. La capacità di un palloncino di vetro il cui peso è di g 75, è tale che l'acqua che lo riempirebbe a 4° sarebbe di g 1000. Si domanda il volume di mercurio che occorre introdurre in tale palloncino, perchè esso s'immerga fino a metà nell'acqua a 45°. (Trascurare lo spessore delle pareti).

3. Un solido galleggia su un liquido a 0°; il rapporto tra il volume della parte immersa ed il volume totale del solido è 0,963548; il coefficiente di dilatazione cubica di esso è 0,000023; quello medio del liquido è 0,001104. A quale temperatura il solido s'immergerà completamente?

4. Un tubo capillare di vetro, aperto alle estremità, contiene una colonna cilindrica di mercurio lunga mm 125 a 30°. Quale sarà la lunghezza di tale colonna a 0°?

5. Un termometro a mercurio a 0° ha il bulbo sferico di raggio r, e il cannello col foro del diametro d. Calcolare di quanto s'innalza il mercurio per t°.

6. Un recipiente di vetro è zavorrato internamente in modo, che immerso nell'acido solforico a 0°, emerge per $^1/_n$ del suo volume totale. A quale temperatura bisogna riscaldare l'acido, perchè il recipiente vi si immerga totalmente? Determinare il valore minimo di n, sapendo che l'acido solforico bolle a 317° C.

7. Coi dati della Tabella del § 37, si disegni la grafica della densità dell'acqua, e su di essa si determini:
   1. La densità dell'acqua alle temperature di 3°, 35°, 84°.
   2. A quale temperatura la densità dell'acqua è: 0,999520 - 0,990250 - 0,974320.
   3. A quali temperature la densità dell'acqua è: 0,999950.
   4. A quale altra temperatura l'acqua ha densità eguale che a 2°,7.

Dilatazione dei gas.

39. Dilatazione a pressione costante - Leggi di Volta e Gay-Lussac. — Anche per i gas non può trattarsi che di dilatazione cubica. Alessandro Volta [1] nel 1793, per il primo diede risultati sicuri sulla dilatazione dell'aria. Egli trovò che:

L'aria acquista per eguali aumenti di temperatura, eguali accrescimenti di pressione e di volume.

Eguale risultato trovò per il vapore d'acqua e venne pure a stabilire che:

Il vapore acqueo e l'aria hanno lo stesso coefficiente di dilatazione.

Il Gay-Lussac [2] nel 1802 e negli anni successivi, estese le sue ricerche agli altri gas allora noti. Per fare questo studio, egli faceva entrare il gas in un palloncino di vetro A (Fig. 29), essiccandolo attraverso un tubo BC contenente sostanze igroscopiche. Il palloncino A è munito di un cannello graduato AB; una goccia di mercurio mn separa il gas dall'aria esterna, e serve da indice. Si circonda dapprima il palloncino con ghiaccio fondente,

(1) Volta Alessandro, sommo fisico italiano, inventore della pila, insegnò nell'Università di Pavia; n. a Como nel 1745, m. ivi nel 1827.

(2) Gay-Lussac Louis Joseph; n. a St. Léonard (Limousin) nel 1778, m. a Parigi nel 1850.

ed osservando la posizione di m si deduce il volume V_0 del gas a 0°; indi si sostituisce al ghiaccio dell'acqua che si riscalda a temperatura nota t, misurata da termometri T. Il gas di A si dilata, e sposta l'indice di mercurio da m a p; dalla nuova posizione di questo si deduce il volume V_t del gas a t°. Per mezzo della solita formula:

Fig. 29.

$$1)\qquad a = \frac{V_t - V_0}{V_0 t},$$

si può calcolare il coefficiente di dilatazione del gas, che ora indichiamo con a. Per la grande dilatabilità dei gas, trascuriamo la dilatazione del recipiente.

Gay-Lussac trovò con l'esperienza le seguenti leggi:

1. La dilatazione termica dei gas è indipendente dalla natura di essi.

Cioè tutti i gas hanno lo stesso coefficiente di dilatazione.

2. Il volume di un gas, mantenendone costante la pressione, aumenta per ogni grado di riscaldamento, di $^1/_{273}$ del valore che ha a 0°.

Cioè il coefficiente di dilatazione è per ogni gas:

$$2)\qquad a = \frac{1}{273} = 0{,}00366\,.$$

In tali condizioni il gas dilatandosi, mantiene costante la sua pressione: perciò tale coefficiente si chiama: **coefficiente di dilatazione a pressione costante** o semplicemente, **coefficiente di dilatazione.**

Dalla 1) si ricava al solito:

$$3)\qquad V_t = V_0(1 + at)\,;$$

che si può scrivere, essendo V_0 una quantità costante:

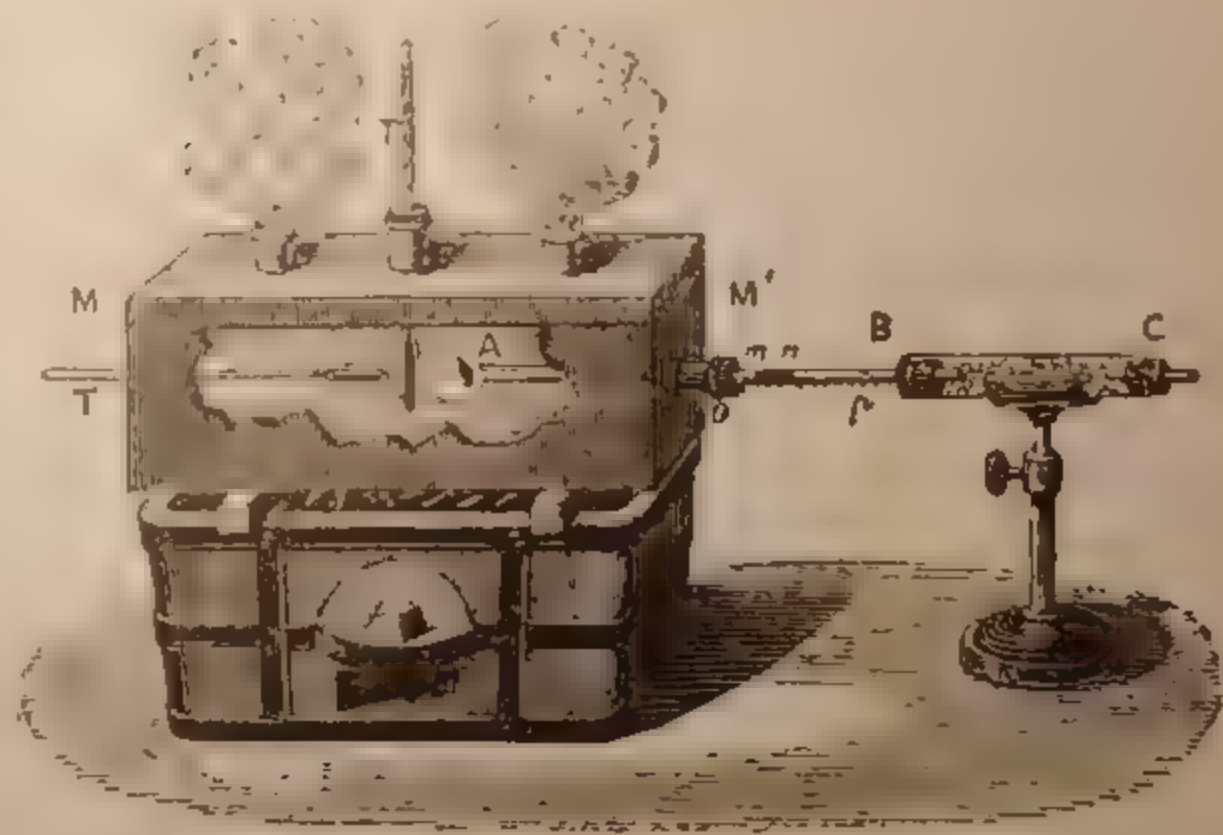
$$4)\qquad \frac{V_t}{1 + at} = \text{cost.}\,;$$

la quale formula esprime appunto le leggi di Volta e Gay-Lussac.

Es. *A quale temperatura, tenendo costante la pressione, raddoppia il volume di un gas?*

Si vuole: $V_t = 2\,V_0$; quindi la 3) diventa:

$2\,V_0 = V_0(1 + at)$; cioè: $1 + at = 2$; da cui:

$$t = \frac{1}{a} = 273^\circ.$$

40. Dilatazione a volume costante. — Ma un gas, a differenza di un solido e di un [illegible] do da mantenere invariabile il volume, ponendolo, [illegible] chiuso. Però in tal modo, col riscaldamento aumenterà la [illegible] del gas. Studiando come varia tale pressione con la temperatura, si trovarono le leggi:

3. *L'aumento di tensione che un gas subisce a volume costante col riscaldamento, è indipendente dalla natura del gas.*

4. *L'aumento di tensione a volume costante è, per ogni grado di riscaldamento, di $^1/_{273}$ della tensione che il gas possedeva a 0°.*

Il numero $^1/_{273}$ rappresenta in questo caso *l'aumento che subisce l'unità di pressione per il riscaldamento di 1 grado*; si chiama il **coefficiente di dilatazione a volume costante** o semplicemente **coefficiente di tensione.** Indichiamolo con β; siano H_0 e H_t le pressioni che ha una data massa di gas, sotto lo stesso volume, alle temperature 0° e t°. L'aumento totale di pressione col riscaldamento, è $H - H_0$; l'aumento per ogni grado è $\frac{H_t - H_0}{t}$, e l'aumento per 1 grado e per ogni unità di pressione è:

5) $$\beta = \frac{H_t - H_0}{H_0 t}\,; \qquad \text{formula analoga alla 1).}$$

Dalla 5) si ricava, risolvendo rispetto ad H_t:

6) $$H_t = H_0(1 + \beta t); \qquad \text{cioè:}$$

La pressione di un gas a t° è eguale alla pressione dello stesso gas a 0° (sotto lo stesso volume) moltiplicata per il binomio di dilatazione.

La 6) si può scrivere, essendo H_0 una quantità costante:

7) $$\frac{H_t}{1 + \beta t} = \text{cost.}\,; \qquad \text{che esprime appunto le leggi precedenti.}$$

Es. *La pressione di un gas è di 2,50* atm. *a 20° C; che valore assume, mantenendo costante il volume, scaldato a 350° C?*

Per la 6) è: $H_0 = \frac{H_{20}}{1 + \beta \times 20} = \frac{2{,}50}{1 + 0{,}00366 \times 20}$; quindi sempre per la 6):

$$H_{350} = H_0(1 + 0{,}00366 \times 350) = \frac{2{,}50(1 + 0{,}00366 \times 350)}{1 + 0{,}00366 \times 20} = \mathbf{5{,}31\ atm.}$$

41. Esperienze di precisione - Gas ideali. — Il Regnault ripetè queste esperienze con apparecchi più perfezionati e con il massimo rigore nelle misure. Egli trovò che le leggi precedenti sono solo approssimate. Quindi non è vero che i due coefficienti α e β sono eguali per tutti i gas, e neanche per lo stesso gas è esattamente $\alpha = \beta$.

Le differenze sono tuttavia assai piccole, e tanto più piccole quanto più lontano è il gas dalla liquefazione. Valgano per ciò i seguenti esempi che dànno i valori di α e β per alcuni gas:

	α	β
Idrogeno	0,003661	0,003667
Aria	0,003670	0,003665
Anidride carbonica	0,003710	0,003668
Anidride solforosa	0,003903	0,003845

Si ammette appunto che le leggi di Gay Lussac (come la legge di Boyle, Vol. I°, § 240) siano esatte per i *gas ideali* o *perfetti*, cioè infinitamente lontani dalla liquefazione. Tali gas non esistono in natura; tuttavia, per i gas meno liquefacibili, come l'idrogeno, l'ossigeno, l'azoto, ecc., le leggi suddette si ritengono praticamente soddisfatte.

42. **Termometro a gas.** — La 6) del § 40 permette di calcolare la pressione H_t di un gas a t^o, quando siano note la pressione H_0 a 0° e la temperatura t a cui si riscalda.

Se invece possiamo misurare H_t e H_0, dalla 6) possiamo ricavare la temperatura t a cui il gas è stato portato. Infatti, risolvendo rispetto a t si ha:

$$8) \qquad t = \frac{H_t - H_0}{H_0 \beta} .$$

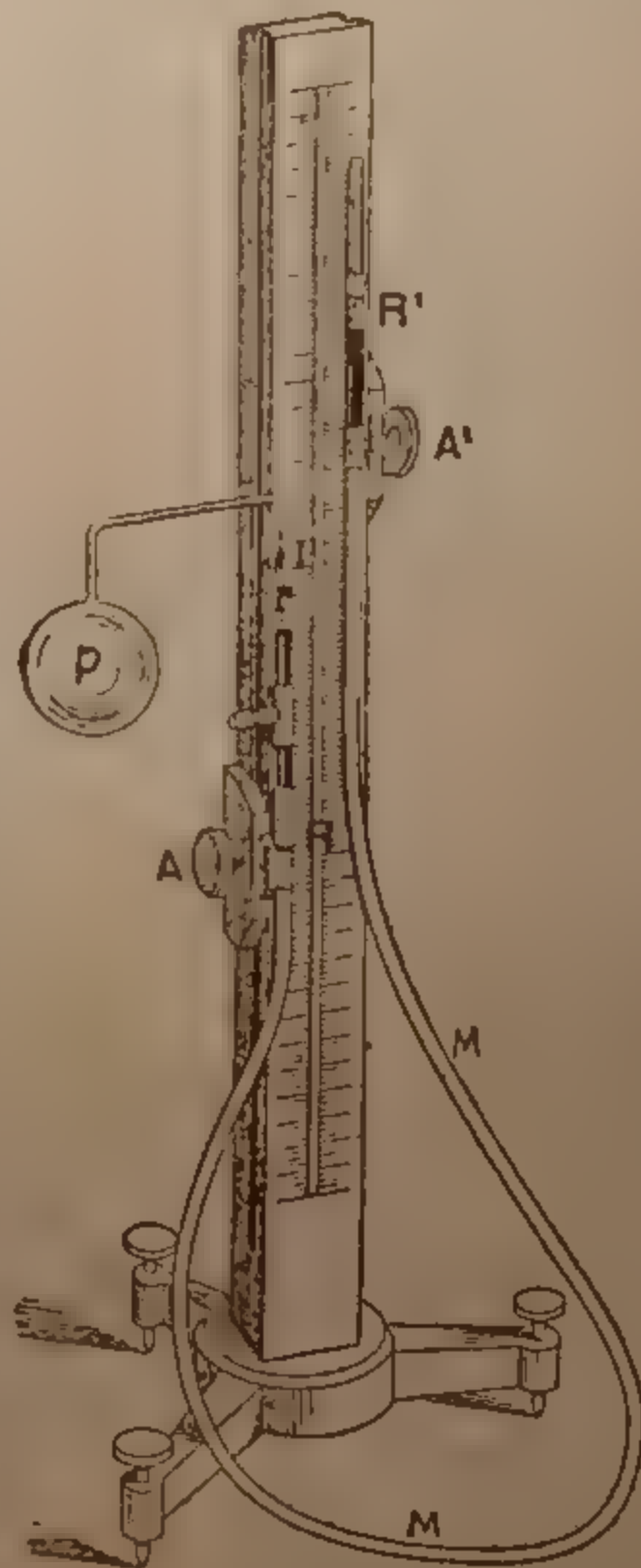
Possiamo pertanto costruire un apparecchio atto a misurare la temperatura; cioè un **termometro a gas.** Esso usualmente è formato da un palloncino P, solitamente di vetro, comunicante con un tubo di vetro r (Fig. 30). Questo a sua volta è congiunto ad un altro tubo R', per mezzo di un robusto tubo di gomma M. In tutti questi tubi è contenuto mercurio; mentre in P è racchiuso un gas, solitamente idrogeno, ben disseccato. I due tubi r ed R' sono sostenuti da corsoi A ed A', che permettono ad essi di alzarsi od abbassarsi lungo un'asta verticale R graduata.

Fig. 30.

Si comincia ad immergere il palloncino P nel ghiaccio, e si sposta il cannello R' finchè in r il mercurio arriva a sfiorare una puntina I di smalto, che è dentro al tubo; così si porta il volume del gas racchiuso in P ad un valore ben determinato. Si legge il dislivello del mercurio tra r ed R', che sommato con la pressione atmosferica esterna, misurata col barometro, dà il valore di H_0. Si pone indi P nell'ambiente di cui si vuol misurare la temperatura (che supponiamo, ad es., maggiore di 0°). Il gas di P si dilata ed il mercurio scende in r; ma noi lo riportiamo a sfiorare I sollevando il cannello R'. Si forma così un nuovo dislivello tra r ed R', che sommato con la pressione atmosferica, ci dà il valore della pressione H_t a t^o. Applicando allora la formula 8) si ricava il valore cercato di t^o.

Es. Nel ghiaccio il dislivello tra r ed R' sia *mm* 54, e la pressione atmosferica 760 *mm*. Sarà: $H_0 = 760 + 54 = 814$.

Nell'ambiente di cui si cerca la temperatura, il dislivello tra r ed R' sia *mm* 230; sarà: $H_t = 760 + 230 = 990$. La temperatura incognita sarà:

$$t = \frac{990 - 814}{814 \times 0{,}00366} = 59^o{,}08 ,$$

Quest'apparecchio è sensibile, poichè i gas sono assai dilatabili; è esatto, perchè la dilatazione dei gas è assai più regolare di quella degli altri corpi; serve per un intervallo di temperatura assai vasto, e cioè dalla temperatura di liquefazione dell'idrogeno (– 252° C) alla temperatura più elevata che può sopportare il palloncino P, che può costruirsi di materiale più refrattario del vetro. Esso è dunque molto vantaggioso; ma la misura esige molto tempo e parecchi calcoli. Per queste ragioni non è adoperabile per le misure ordinarie di temperatura; ma è solo usato per misure scientifiche.

43. **Equazione caratteristica dei gas, o legge dello stato aeriforme.** — Le variabili dello stato gassoso sono tre: volume, pressione, temperatura. Conosciamo già le relazioni che legano due a due queste variabili; cioè:

1. **Relazione tra volume e pressione** (a temperatura costante); vedemmo la *legge di Boyle*, (Vol. 1°, § 229):

$$VH = \text{cost.} \qquad 9)$$

2. **Relazione tra volume e temperatura** (a pressione costante); vedemmo la *legge di Volta e Gay-Lussac*, 4) del § 39:

$$\frac{V}{1+at} = \text{cost.} \qquad 10)$$

3. **Relazione tra pressione e temperatura** (a volume costante); vedemmo la 7) del § 40, che si può scrivere, ricordando che $a = \beta$:

$$\frac{H}{1+at} = \text{cost.} \qquad 11)$$

4. Ora finalmente vogliamo indicare *una relazione fra tutte e tre le variabili* V, H, t; cioè ci proponiamo di vedere come varia il volume di un gas, se variano insieme la pressione e la temperatura.

Per questo siano V e V_1 i volumi della stessa massa gassosa alla stessa pressione H, ma rispettivamente alle temperature t e t'. Per la 10) si ha:

$$\frac{V}{1+at} = \frac{V_1}{1+at'}$$

e moltiplicando per H ambo i membri:

$$\frac{VH}{1+at} = \frac{V_1 H}{1+at'}.$$

Portando ora il gas da V_1 alla pressione H a V' alla pressione H', mantenendo costante la temperatura t', si ha per la 9):

$$V_1 H = V'H'$$ e sostituendo nella precedente:

$$\frac{VH}{1+at} = \frac{V'H'}{1+at'}; \qquad 12)$$ cioè, chiamando con k una costante:

$$\frac{VH}{1+at} = K. \qquad 13)$$

Questa è la relazione cercata, che si chiama la legge dello stato aeriforme, o equazione caratteristica dei gas, e può enunciarsi:

Per ogni gas, il prodotto del volume per la pressione, diviso per il binomio di dilatazione, è una quantità costante.

Tale relazione evidentemente vale finchè $\alpha = \beta$, cioè solo per i gas ideali; essa permette di risolvere tutti i problemi relativi allo stato gassoso.

Le leggi 9), 10), 11), sono un caso particolare della 13).

Es. *Abbiamo cm³ 2500 di gas a 50° C ed alla pressione di 3,5 atm.; quanto diventa il suo volume se portata a 250° C ed alla pressione di 11 atm.?*

Si applichi la 13) con: $V = 2500$; $t = 50°$; $H = 3,5$; $t' = 250°$ ed $H' = 11$. Si avrà:

$$\frac{2500 \times 3,5}{1 + 0,00366 \times 50} = \frac{x \times 11}{1 + 0,00366 \times 250};$$

da cui:

$$x = \text{cm}^3\, \frac{2500 \times 3,5(1 + 0,00366 \times 250)}{11(1 + 0,00366 \times 50)} = \textbf{cm}^3\ \mathbf{1287}.$$

44. **Zero e temperatura assoluti.** — Ci proponiamo ora il quesito: poichè raffreddando un gas (a volume costante) la sua pressione diminuisce, esiste una temperatura alla quale tale pressione si riduce a zero?

La 6) del § 40 ci permette di risolvere tale questione. Essa vale per qualunque valore di t; quale è il valore di t per la quale H_t si annulla?

Facendo nella 6) $H_t = 0$, si ha:

$$0 = H_0(1 + \beta t). \qquad \text{Essa è soddisfatta per:}$$

$$H_0 = 0 \qquad \text{ed} \qquad 1 + \beta t = 0.$$

Ora, $H_0 = 0$ vuol dire che a zero gradi la pressione del gas è nulla; questo non può avverarsi che nel caso in cui non vi sia gas, cioè si abbia il vuoto assoluto. Ma allora la pressione si mantiene nulla a qualunque temperatura ed il problema è indeterminato.

Escludendo questo caso, rimane l'altra condizione:

$$1 + \beta t = 0, \qquad \text{da cui:} \qquad t = -\frac{1}{\beta}.$$

Ponendo per β il suo valore 0,00366, si ricava infine:

$$t = -273°,09, \quad \text{o approssimativamente:} \quad t = -273°.$$

Un gas ideale dunque, raffreddato a $-273°\ C$, non ha più pressione; e siccome non si può immaginare che la pressione possa ridursi a meno di zero, *non può esistere temperatura più bassa di questa*. Essa si chiama perciò **lo zero assoluto.**

Nella Scienza si suole contare la temperatura a partire dallo zero assoluto, e si chiama **temperatura assoluta.** Chiamando T la temperatura assoluta e t quella centigrada, si ha manifestamente:

$$T = 273° + t.$$

t può essere positivo o negativo, a secondo che è sopra o sotto lo zero (ghiaccio fondente); T è sempre positivo.

Es. $\quad 60°\ C = 273 + 60 = 333°$ assoluti;

$\quad -25°\ C = 273 - 25 = 248°$ »

45. Equazione di Clapeyron. — Facendo uso della temperatura assoluta, il 1° membro della 13) del § 43 si può trasformare successivamente così:

$$\frac{VH}{1+at} = \frac{VH}{1+\frac{1}{273}t} = \frac{VH}{\frac{273+t}{273}} = \frac{273\,VH}{T} \text{ ; quindi la 13) diventa:}$$

$$VH = \frac{K}{273}T \qquad \text{e ponendo:} \qquad \frac{K}{273} = R$$

$$VH = RT. \tag{14}$$

In tale eguaglianza R è una costante; quindi si può allora enunciare la legge dello stato aeriforme nel seguente modo:

Legge di Clapeyron. *Il prodotto del volume per la pressione di qualunque gas, è proporzionale alla temperatura assoluta di esso.*

Il valore della costante R dipende dalla qualità del gas, e dalle unità scelte per la misura di V ed H. Dalla 14) si ricava:

$R = \frac{VH}{T}$; se il gas è in condizioni normali (a 0° e 760 *mm*) è: $R = \frac{V_0 H_0}{273}$.

Considerando una massa di gas di 1 *g*, il volume V_0 si otterrà dividendo per la massa di 1 cm^3; così per l'idrogeno, un cm^3 del quale pesa *g* 0,000 089 (Vol. 1°, § 219), è:

$V_0 = \frac{1}{0{,}000\,089}$; $H_0 = g\ 1033$ per cm^2; quindi sostituendo:

$$R = \frac{1 \times 1033}{0{,}000\,089 \times 273} = 42\,515\,.$$

Analogamente si procede per gli altri gas. Se per V mettiamo il volume occupato da un grammo-molecola del gas, allora R non dipende più dalla qualità del gas, e si chiama la **costante universale dei gas.** Essa, in unità assolute, ha il valore: $R = 8{,}31 \cdot 10^7$.

46. Equazione di Van der Waals. — L'equazione di Clapeyron vale per i gas ideali. Van der Waals [1] la modificò in modo da applicarla ai gas reali.

Osserviamo che le molecole hanno dimensioni piccolissime ma finite, e che perciò la somma dei volumi delle molecole di una data massa gassosa ha un certo valore m finito. Ma il valore minimo del volume occupato dal gas, qualunque sia la sua pressione e la sua temperatura, non può ridursi ad m; sia perchè ogni molecola crea attorno a sè una zona di protezione che impedisce alle altre molecole di venire in contatto con essa, sia perchè anche se le molecole venissero in contatto, rimangono sempre degli interstizi tra di loro. Il volume del gas acquista perciò un valore minimo $b > m$, che si chiama il **covolume**; Van der Waals con considerazioni teoriche che non riportiamo, riteneva che fosse $b = 4\,m$; e quindi b varia col variare di m, cioè da un gas all'altro. Le molecole del gas pertanto, non possono muoversi in tutto il volume V occupato da esso, ma nel volume $V - b$, che è la quantità che dobbiamo sostituire al posto di V nella 14).

---

(1) Van der Waals Johannes, fisico nell'Univ. di Amsterdam; n. a Leida nel 1837, m. nel 1923.

La p[illegible] del gas, non è la sola causa che spinge una molec[illegible] obbediscono anche ad una forza d'at-tr[illegible]. Tale forza d'attrazione, che non è altro che la coe[illegible] come tutte le forze di gravitazione (Vol. 1°, § 181) è inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra le molecole; è manifesto che la distanza tra le molecole per una data massa gassosa è proporzionale al volume V occupato dal gas (poichè aumentando V, aumenta nella stessa proporzione la distanza tra le molecole, il cui numero per una data massa gassosa è costante); quindi la forza d'attrazione F tra le molecole, è anche inversamente proporzionale al quadrato di V. Cioè possiamo scrivere: $F = \frac{a}{V^2}$, dove a è un'altra costante, anch'essa variabile da gas a gas. Quindi nella 14) al posto di H, dobbiamo sostituire $H + \frac{a}{V^2}$.

In tal modo l'equazione di Clapeyron si trasforma nell'altra, che si chiama l'**equazione di Van der Waals**:

$$15) \qquad (V - b)\left(H + \frac{a}{V^2}\right) = R\,T; \qquad \text{che è l'equazione cercata.}$$

Ripetiamo che a e b sono due costanti, dipendenti dalla qualità del gas, e che si possono determinare in base a risultati sperimentali (§ 113).

47. Problemi sulla dilatazione dei gas. — (Trascurare la dilatazione dei recipienti, e supporre che si tratti di gas ideali).

a) Problemi risoluti.

1. *Un recipiente sferico, il cui raggio è di* cm 8, *contiene idrogeno a pressione normale e alla temperatura di 50° C; si mette in comunicazione con un altro recipiente a forma di cono retto, il cui raggio base è di* cm 12 *ed il lato di* cm 25, *pur esso a 50° C, nel quale è stato fatto il vuoto completo. Calcolare la temperatura a cui bisogna scaldare tutto il sistema, perchè l'idrogeno si mantenga alla pressione primitiva.*

Risoluzione. — Il volume di quell'idrogeno a 50° è:

$V_{50} = cm^3 \frac{4}{3} \pi \times 8^3 = cm^3\, 2144.$ L'altezza del cono è:

$h = \sqrt{25^2 - 12^2} = \sqrt{481} = cm\, 21{,}932;$ il suo volume è perciò:

$V_c = cm^3 \frac{\pi \times 12^2 \times 21{,}932}{3} = cm^3\, 3307.$ L'idrogeno, alla temperatura incognita t, deve occupare il volume: $V_t = V_{50} + V_c$, mantenendo la pressione iniziale. Ora, per la 15) del § 30, dev'essere:

$$V_t = V_{50} \frac{1 + a t}{1 + 50 a}; \qquad \text{cioè:} \qquad V_{50} + V_c = V_{50} \frac{1 + a t}{1 + 50 a};$$

sostituendo alle lettere i valori trovati:

$$2144 + 3307 = 2144 \frac{1 + 0{,}00366\, t}{1 + 50 \times 0{,}00366},$$ e risolvendo rispetto a t: $t = 548°$ (circa).

2. *Un recipiente, pieno d'aria* [illegible] *è chiuso da una valvola di cm² 20 di sezione, caricata con un peso di kg 50. A quale temperatura occorrerà riscaldare il recipiente, perchè la valvola si apra?*

Risoluzione. — Il peso di *kg* 50, sulla sezione di *cm²* 20, produce la pressione (Vol. 1°, § 198-199):

$$H = \frac{50}{20}\ \mathrm{kg/cm^2} = 2{,}5\ \mathrm{kg/cm^2} = \frac{2500}{1033}\ atm. = 2{,}42\ atm.$$

Perchè l'aria, inizialmente a 0° e 1 *atm*, acquisti tale pressione, occorre portarla alla temperatura t (§ 40-6), tale che:

$$H = H_0 (1 + \beta t); \quad \text{cioè, essendo } H_0 = 1: \quad 2{,}42 = 1 + 0{,}00366\, t; \quad \text{da cui:}$$

$$t = \frac{1{,}42}{0{,}00\,366} = 388^\circ\ \mathrm{C}.$$

3. *Una vescica impermeabile, piena d'aria, ha il volume di litri 1,5 a 10° e 76 cm di pressione. Quale volume acquisterà a 25 m di profondità nel mare, se la temperatura dell'acqua è di 4°?* (Densità dell'acqua del mare = 1,026).

Risoluzione. — La pressione a *m* 25 di profondità si ottiene in *cm* di mercurio, facendo uso della legge dei vasi comunicanti, con liquidi diversi (Vol. 1°, § 208); cioè, chiamando x la pressione cercata, e d la densità del mercurio a 4°, si ha:

$$25 : x = d : 1{,}026; \qquad \text{da cui:} \qquad x = \mathrm{m}\,\frac{25 \times 1{,}026}{d}.$$

Ora, per la 13) del § 32, si ha:

$$d = \frac{d_0}{1 + kt} = \frac{13{,}59}{1 + 0{,}000\,181 \times 4} = 13{,}58; \qquad \text{quindi sostituendo:}$$

$$x = m\,\frac{25 \times 1{,}026}{13{,}58} = cm\ 189 \text{ di mercurio}.$$

Allora, applicando la 12) del § 43, chiamando V il volume cercato, avremo:

$$\frac{1{,}5 \times 76}{1 + 0{,}00\,366 \times 10} = \frac{V \times 189}{1 + 0{,}00\,366 \times 4}; \qquad \text{da cui, risolvendo:}$$

$$V = \text{litri}\ \frac{1{,}5 \times 76\,(1 + 0{,}00\,366 \times 4)}{189\,(1 + 0{,}00\,366 \times 10)} = \text{litri } 0{,}590 = \mathrm{cm^3}\ 590.$$

4. *Ridurre alle condizioni normali il volume V di un gas, misurato alla temperatura t°, ed alla pressione H.*

Risoluzione. — Il volume V_0 a 0° e 76 *cm*, si ricava dalla 12) del § 43:

$$V_0 \cdot 76 = \frac{V H}{1 + at}; \quad \text{cioè, misurando } H \text{ in } cm \text{ di mercurio:} \quad V_0 = \frac{H}{76} \cdot \frac{V}{1 + at}.$$

5. *Qual'è il peso di un litro d'aria a t° e alla pressione H?*

Risoluzione. — Un litro d'aria nelle condizioni normali (0° e 76 *cm*), assume a $t°$ e H *cm* il volume v tale che (§ 43-12):

$$\frac{vH}{1 + at} = 1 \times 76; \qquad \text{cioè:} \qquad v = \frac{76}{H}(1 + at).$$

Poichè un litro d'aria, nelle condizioni normali, pesa *g* 1,293 (Vol. 1°, § 219), tale sarà anche il peso di v litri a $t°$ e H *cm*; un litro a $t°$ e H *cm* pesa quindi:

$$p = \mathrm{g}\ \frac{1{,}293}{v} = \mathrm{g}\ \frac{1{,}293}{1 + at} \cdot \frac{H}{76}$$

[illegible] Problemi da risolvere.

1. [illegible] rimanendo costante la pressione, triplica o si riduce ad un terzo il volume di una data massa gassosa a 0°?

2. La pressione di un dato gas è a 0° di 1,5 *atm*; quanto diventa essa a 1500°, mantenendo il volume costante?

3. Un tubo termometrico di vetro, aperto all'estremità, ha il bulbo sferico di raggio r ed il cannello col diametro (interno) d a 0°; contiene idrogeno fin nel cannello alla distanza l dal bulbo, separato dall'esterno con una goccia di mercurio. Di quanto si sposta questa goccia, se (rimanendo costante la pressione esterna) la temperatura diventa t?

4. Si hanno litri 6.5 d'aria a 15° *C* ed alla pressione di 2 *atm*. A che temperatura si deve portare quest'aria, perchè il volume si riduca a *l*. 4,2 alla pressione di 5 *atm*?

5. A che pressione bisogna sottoporre *l*. 121 d'aria secca a 12° *C* e 750 *mm*, perchè il volume si riduca a *l*. 95, alla temperatura di 25° *C*?

6. A quale temperatura la pressione di un gas diventa n volte quella a $t°$, mantenendo il volume costante?

7. Quanto pesano m^3 5 di aria, alla pressione di 3,5 *atm*, ed alla temp. di 115° *C*?

8. Un recipiente di vetro della capacità di dm^3 2 a 0°, è pieno d'aria secca, a 0° e 76 *cm* di pressione; si riscalda il tutto a 100° e si apre il recipiente in un'atmosfera alla pressione di 74 *cm*. Calcolare il peso dell'aria uscita.

9. A quale temperatura l'ossigeno alla pressione di 380 *mm* di mercurio avrà la stessa densità dell'idrogeno a 0° e 760 *mm*? (densità rispetto all'aria a 0°; dell'ossigeno = 1,106 e dell'idrogeno = 0,069).

10. A quale temperatura bisogna scaldare l'aria di una mongolfiera, il cui involucro pesa 130 *kg* ed ha il volume di 300 m^3, perchè sia in equilibrio nell'aria a 10° e 730 *mm*?

11. Un recipiente sferico di raggio r contiene aria a $t°$ ed alla pressione H; un altro recipiente cilindrico di raggio r_1 e altezza h, contiene aria a $t_1°$ ed alla pressione H_1. Mettendo in comunicazione i due recipienti, qual'è la temperatura e la pressione che si stabilisce in entrambi? (Vedasi il problema risoluto N. 4).

12. Un recipiente cilindrico, il cui volume è v a 0°, è formato di lamiera di ferro di spessore piccolissimo e vuoto pesa p; è pieno per metà di mercurio e per metà di idrogeno alla pressione esterna (76 *cm*); può comunicare con l'esterno per mezzo di un forellino piccolissimo ed è appeso sotto un piattello di una bilancia con un filo sottilissimo, con l'asse verticale; la bilancia è zavorrata in modo che a 0° il cilindro è immerso completamente in un liquido di densità d. Si scalda questo liquido alla temperatura T ($>$ 0°). Determinare le nuove condizioni di equilibrio, e discutere il problema.

CAMBIAMENTI DI STATO

48. **Cambiamento di stato** — Sappiamo che ogni sostanza può presentarsi in ciascuno dei tre stati d'aggregazione: *solido - liquido - gassoso*. Il passaggio da uno stato all'altro si ottiene specialmente per differenza di temperatura.

Fig. 31.

Il passaggio da solido a liquido si ottiene per **fusione** e per **soluzione**.

Il passaggio inverso da liquido a solido, si ha per **solidificazione** e per **cristallizzazione**.

Il passaggio da liquido a gas si ha per **evaporazione** o per **ebollizione**.

Il passaggio da gas a liquido si ottiene per **liquefazione**.

Il passaggio diretto da solido a gas si ha per **sublimazione**.

La Fig. 31 indica questi passaggi, che studieremo separatamente.

Fusione e solidificazione.

49. **Fusione** *è il passaggio dallo stato solido allo stato liquido, per somministrazione di calore* (1).

Per alcuni corpi il passaggio avviene in modo netto, dallo stato rigido a quello fluido; es. il ghiaccio. In questo caso si dice **fusione brusca**.

Altri corpi invece, prima di fondere assumono uno stato molle, intermedio fra solido e liquido; es. la cera, il vetro, ecc. In tal caso si dice **fusione pastosa**. Hanno fusione pastosa i miscugli di sostanze diverse; onde comincia la fusione di una delle sostanze, mentre le altre sono ancora solide.

Le leggi della fusione, trovate con l'esperienza, sono le seguenti:

1. A pressione normale, ogni corpo fonde ad una sua determinata temperatura, che si chiama il **punto di fusione**.

Es. il ghiaccio ovunque e comunque si scaldi, fonde sempre a 0°.

Diamo il punto di fusione di alcune sostanze comuni:

Mercurio	– 38°,8	Argento . . .	960°
Ghiaccio	0°	Rame . . .	1083°
Stagno	232°	Ferro	1510°
Piombo	327°	Platino . . .	1775°
Alluminio	659°	Tungsteno .	3000° (circa).

2. Durante la fusione la temperatura rimane costante.

Comunque si scaldi del ghiaccio, sia con poco sia con molto calore, finchè vi è un pezzo di ghiaccio da fondere, la temperatura dell'acqua formatasi non può essere superiore a 0°.

(1) Non si dirà mai che il ghiaccio *liquefa* o *si scioglie*; esso *fonde*.

[illegible] *di una data sostanza, occorre somministrare un certo* [illegible] *[illegible] le* calorie di fusione *di quella sostanza.* [illegible] (§ 40) che le calorie di fusione sono 79,6. Per gli altri [illegible] volmente meno, come appare dagli esempi seguenti:

Argento . .	21,07 calorie;	Mercurio .	2,77 calorie
Piombo . . .	5,37 »	Stagno . . .	14,25 »
Zolfo	9,37 »	Zinco . . .	28,13 »

Questo fatto del grande calore di fusione del ghiaccio, è anch'esso provvidenziale. D'estate la neve sulle montagne sgela gradatamente e lentamente, alimentando perennemente i fiumi. Se anzichè neve vi fosse un'altra sostanza con minore calore di fusione, fonderebbe in fretta ed in poche settimane; producendosi dapprima ingrossamento dei fiumi e inondazioni, mentre poi in poco tempo se ne inaridirebbero le fonti. Inoltre, la neve è bianca, e perciò assorbe meno calore radiante del Sole (§ 24).

Es. *Quanti litri d'acqua bollente si devono versare su* kg *5 di ghiaccio a* $-20°$ *C, perchè esso fonda e l'acqua ottenuta rimanga a 0°?* (Cal. spec. del ghiaccio = 0,5; § 16).

5 *kg* di ghiaccio per passare da $-20°$ a 0° richiedono: $5 \times 20 \times 0,5 =$ 50 calorie
» » » » fondere » $5 \times 79,6 =$ 398 »

Totale 448 calorie;

per fornire le quali occorrono *kg* 4,48 di acqua, che si raffreddi da 100° a 0°.

50. **Solidificazione** *è il passaggio dallo stato liquido allo stato solido per sottrazione di calore.*

Raffreddando dell'acqua, la sua temperatura diminuisce gradatamente sino a raggiungere 0°; a questo punto la temperatura *rimane costante*, mentre compariscono i primi ghiacciuoli; l'acqua lentamente e progressivamente solidifica, finchè non si è formato un blocco unico di ghiaccio. Da questo momento la temperatura può abbassarsi ancora al disotto di 0°.

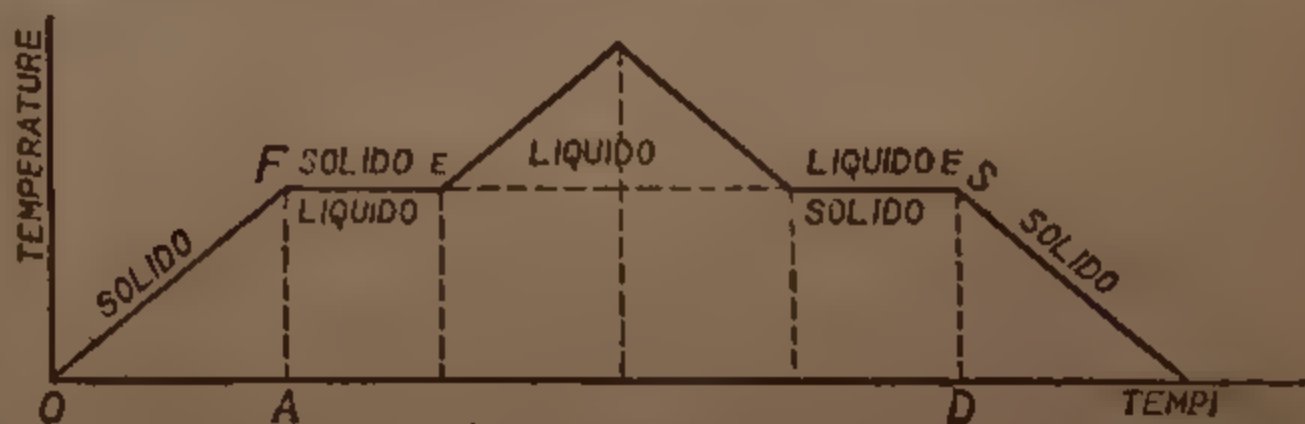
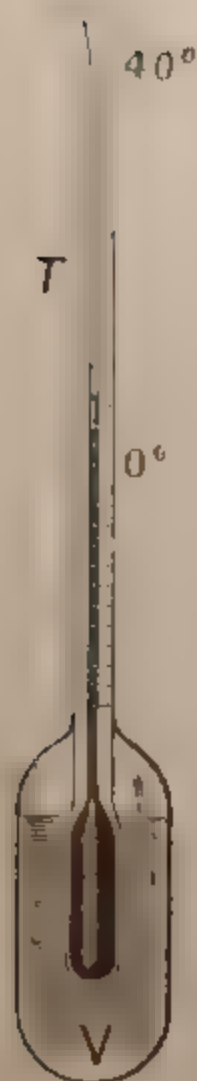
Abbiamo cioè le seguenti leggi:

1. *Ciascun liquido solidifica ad una sua determinata temperatura* chiamata il **punto di solidificazione.**

2. *Per lo stesso corpo, i punti di fusione e di solidificazione coincidono.*

3. *Durante la solidificazione la temperatura rimane costante.*

Fig. 32.

Il diagramma della Fig. 32 rappresenta le variazioni di temperatura di un corpo durante la fusione e la solidificazione. Esso è stato ottenuto portando sull'asse delle ascisse i tempi (supponendo che la somministrazione di calore sia in quantità proporzionale al tempo) e sull'asse delle ordinate le temperature. AF rappresenta il punto di fusione ed SD quello di solidificazione.

51. Soprafusione. — Riscaldando un [illegible] al suo punto di fusione, esso *fonde sempre*. Viceversa, [illegible] un liquido raffreddato al punto di solidificazione. [illegible] lentamente dell'acqua posta in un recipiente chiuso (meglio se acqua disaerata, ricoperta alla superficie da uno strato d'olio), e se è mantenuta in quiete, può darsi che la sua temperatura si abbassi a parecchi gradi sotto zero (talvolta anche sino a −15° ed in un tubo capillare perfino a −20°), senza che l'acqua solidifichi. Ma se quest'acqua così fredda si agita, o meglio se vi si lascia cadere un granellino di ghiaccio, il liquido gela quasi tutto ad un tratto, e ***la sua temperatura sale fino a 0°***.

Questo fenomeno avviene anche per gli altri liquidi, ed ha il nome di **soprafusione**. Non se ne può dare una spiegazione sicura; sembra che avvenga uno stato di equilibrio instabile delle molecole, che basta turbare in un punto perchè la solidificazione si produca in tutta la massa.

Sperimentalmente si prova la soprafusione dell'acqua mettendone un poco in un'ampollina di vetro *V* (Fig. 33) che circonda il bulbo di un termometro *T*, col quale è stata saldata a fuoco. Ponendo il tutto in una mescolanza frigorifera (ghiaccio e sale), vedremo il termometro scendere anche a −10°, pur mantenendosi l'acqua fluida. I vegetali devono alla soprafusione se possono, in una certa misura, resistere al gelo.

40°
T
0°
V

Fig. 33.

52. Variazione di volume nella fusione. — Quasi tutti i corpi fondendo si dilatano; cioè a pari peso il liquido occupa maggior volume della stessa sostanza solida. Così avviene, p. es., per la paraffina, il piombo, ecc. Alcuni corpi invece fondendo diminuiscono di volume; così, p. es., fa il ghiaccio: un dm^3 di acqua, gelando, occupa il volume di dm^3 1,09; cioè aumenta circa di $^1/_{11}$ il suo volume. Infatti, come è noto, il ghiaccio è più leggero dell'acqua e galleggia su questa.

Riempendo completamente una bottiglia d'acqua, turandola bene, e mettendola poi a ghiacciare, essa si spacca; poichè è enorme la forza che si sviluppa per la dilatazione dell'acqua all'atto di congelare. Si sono spaccate in tal modo perfino delle bombe d'acciaio; l'esperimento è stato fatto dal William in Siberia; la Fig. 34 mostra come è avvenuta l'esperienza.

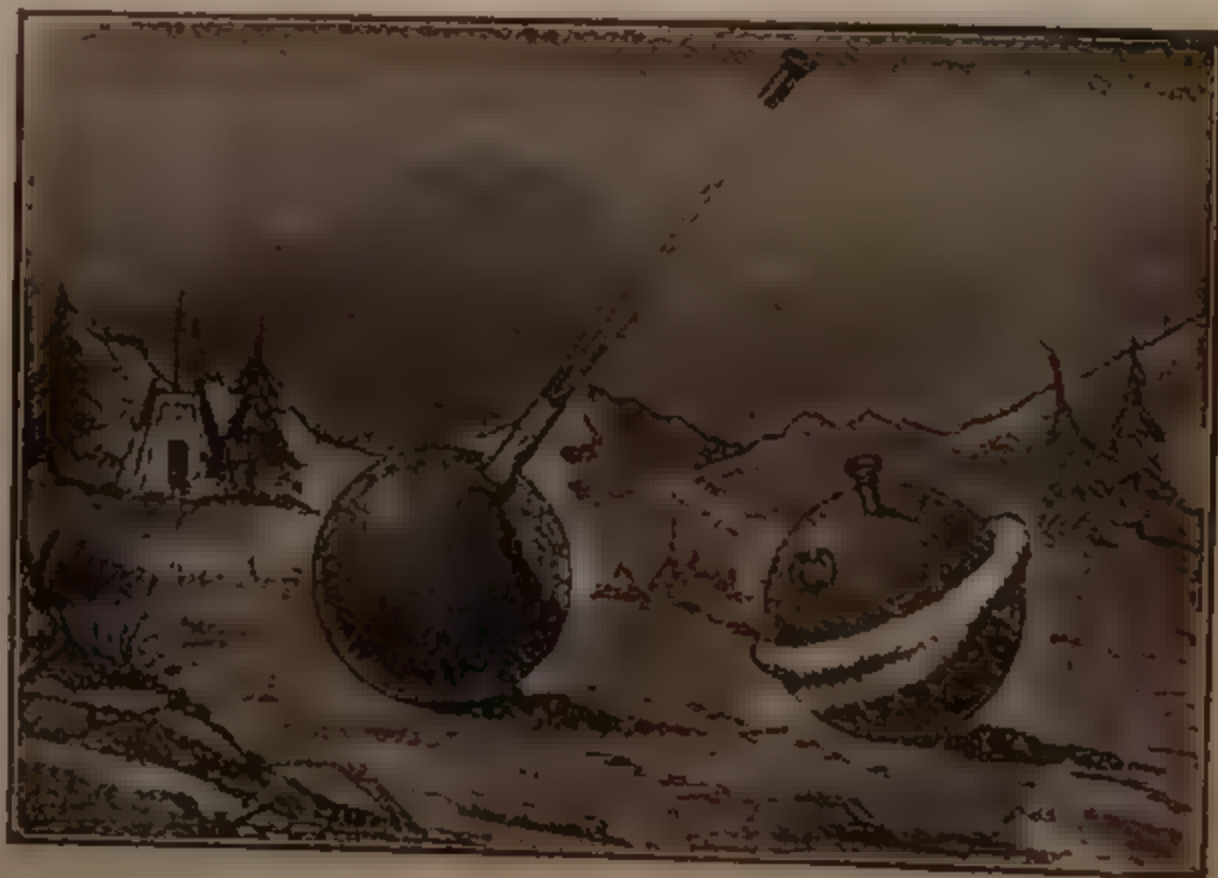



Fig. 34.

Con questo fatto si spiega il rompersi delle tegole e di statuette di terra cotta, esposte al gelo d'inverno; s'infiltra

nel loro [illegible] dilata e le rompe. Così pure avviene lo sgretolamento delle rocce sulle montagne.

Per lo [illegible] polari si ricoprono di ghiaccio galleggiante, e i nostri laghi d'inverno gelano alla superficie.

53. **Variazione del punto di fusione con la pressione.** — Un solido, sottoposto a pressione, non fonde più al suo punto normale di fusione; ma fonde a temperatura maggiore o minore a seconda che la pressione ostacola o favorisce la variazione di volume del corpo all'atto della fusione. Quindi:

1. *Per i corpi che fondendo si dilatano, aumentando la pressione s'innalza il punto di fusione.*

2. *Per i corpi che fondendo si contraggono, aumentando la pressione si abbassa il punto di fusione.*

54. **Rigelo.** — Il ghiaccio appartiene alla seconda categoria; se è compresso a 150 *atm.* fonde a −1°. Cioè, sotto pressione, a *0°* non può esservi ghiaccio, ma acqua. Togliendo la pressione naturalmente il liquido *rigela*. Così, se si pongono più pezzetti di ghiaccio in uno stampo *AB* (Fig. 35) e si comprimono fortemente, aprendo poi lo stampo se ne estrae un blocco solo *G* di ghiaccio; cioè i pezzetti si sono saldati insieme. Ciò avviene non perchè il ghiaccio sia plastico, come la cera; che anzi è rigido e fragile. Ma i pezzetti di ghiaccio, premuti uno contro l'altro, nel punto di contatto fondono; l'acqua formatasi riempie gli interstizî fra pezzo e pezzo, e ivi non essendo compressa rigela, cementando i varî pezzi.

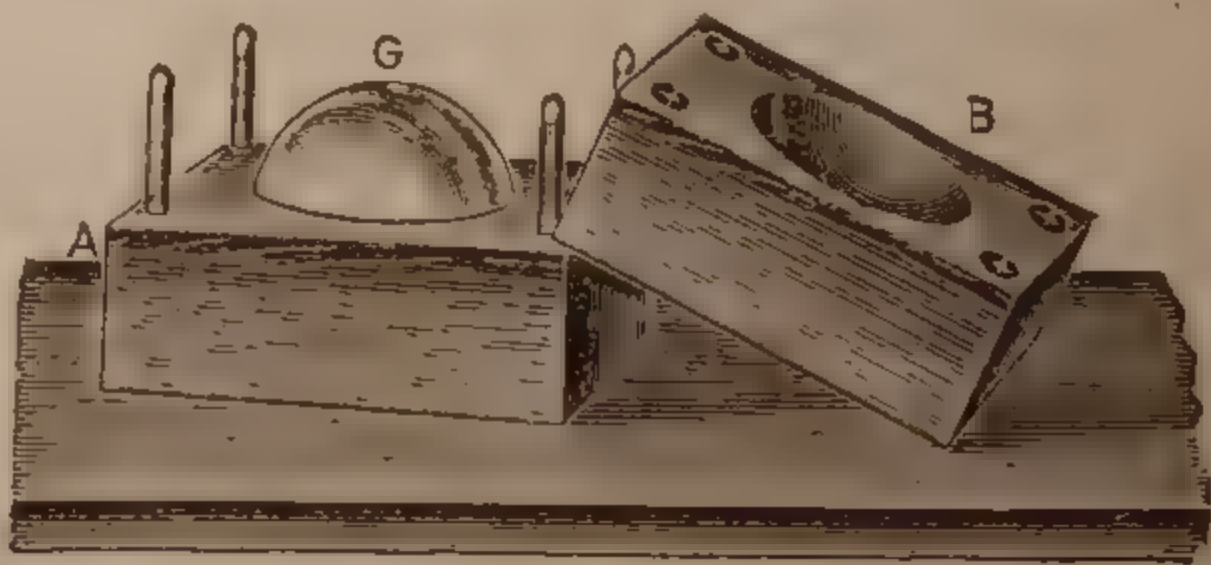



Fig. 35.

Mettendo a cavalcioni su un blocco di ghiaccio *G* un filo di metallo, teso da due pesi *P* (Fig. 36), il filo attraversa lentamente tutto il blocco, ma questo rimane ancora di un pezzo solo. Ciò perchè il filo preme sul ghiaccio e lo fonde e vi si immerge; ma l'acqua fusa passa sopra al filo ove non v'è pressione, e rigela, rinsaldando nuovamente il ghiaccio.

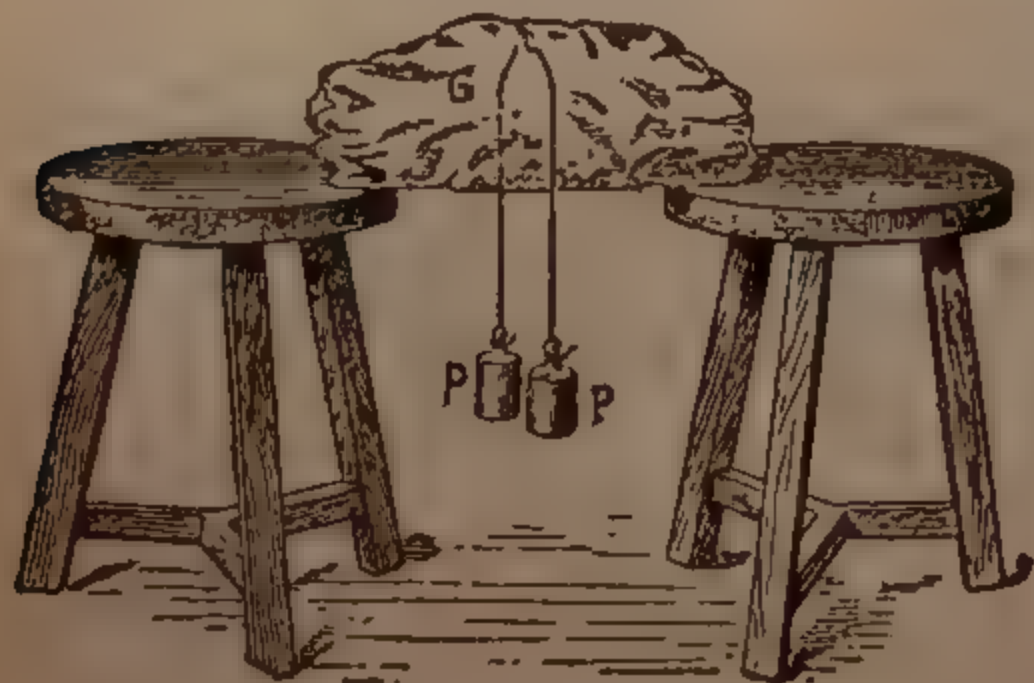



Fig. 36.

Così pure si spiega il lento movimento dei ghiacciai verso il basso; che avviene pur non essendo la costa un piano levigato, e pur mantenendo il ghiaccio in ogni punto contatto con la roccia.

55. Fusione delle leghe. — Si chiama *lega* un miscuglio omogeneo per fusione di metalli diversi: se uno dei componenti è il mercurio, si chiama ***amalgama***.

La temperatura di fusione delle leghe è in generale più bassa di quella dei singoli metalli che la compongono. Così, mentre i punti di fusione dello stagno e del piombo sono rispettivamente 232° e 327° (§ 19), una lega di questi metalli in parti eguali (la cosidetta lega degli stagnini) fonde a 181° Vi sono alcune leghe che fondono perfino a meno di 100°; ad es.:

LEGA DI:	COMPOSIZIONE PER %				Punto di fusione
	Bismuto	Stagno	Piombo	Cadmio	
Darcet . . .	47,05	21,20	28,58	—	95°
Rose	48,90	23,55	27,55	—	90°
Wood	55,74	13,73	13,73	16,80	70°
Lipowitz . .	50,0	13,3	26,7	10	65°

Spesso nelle leghe si ha dapprima una fusione parziale; seguita poi dalla fusione completa, a temperatura alquanto più alta.

La temperatura di fusione di una lega costituita da determinati metalli, varia con la proporzione di essi. Orbene; tra le infinite leghe di due metalli, che si possono ottenere variando la proporzione di essi, ne esiste *una che ha il minimo punto di fusione*. Essa si chiama **lega eutectica**. Così, ad es., la lega eutectica Piombo-Antimonio, è costituita di 87 parti di piombo e 13 di antimonio, e la sua temperatura di fusione è 228°; la lega degli stagnini sopra citata, è la lega eutectica Piombo-Stagno, e corrisponde alla composizione di 37 parti di piombo con 63 di stagno.

La lega eutectica corrisponde ad una specie di combinazione chimica; cioè le percentuali dei metalli che la formano sono proporzionali ai pesi atomici di essi. Così, la lega degli stagnini corrisponde alla composizione $Pb\ Sn_3$, e l'altra Piombo-Antimonio indicata, corrisponde a $Sb\ Pb_4$.

56. Problemi sulla fusione e solidificazione.

a) Problemi risoluti.

1. *Su un cortile rettangolare, la cui diagonale è di* m *50 ed il perimetro di* m *140, è caduto uno strato di neve a —8°, spesso* cm *8. Quanta acqua a 15° deve piovere su tale neve per fonderla e ottenere in totale acqua a 3°?* (il peso della neve appena caduta è di *kg* 85 per *m³*; il calore specifico della neve = 0,5; le sue calorie di fusione = 79,6).

Risoluzione. — Chiamando x ed y le lunghezze dei lati del cortile, si ha:

$\begin{cases} x + y = 70 \\ x^2 + y^2 = 2500. \end{cases}$ e per il teorema di Pitagora: Dalla seconda equazione, aggiungendo ad ambo i membri $2xy$, si ricava:

$(x+y)^2 = 2500 + 2xy$; e poichè: $(x+y)^2 = 70^2$, sostituendo:

$4900 = 2500 + 2xy$; da cui: $xy = m^2\ 1200$; che è l'area del cortile.

[illegible]

[illegible] $0{,}08) = m^3\ 96$; ed il peso di essa:

$p = kg\ (96 \times 85) = kg\ 8160.$ Per scaldare tale neve da -8° a 0° occorrono:

$Q_1 = (8160 \times 0{,}5 \times 8)\ cal. = 32\,640\ cal.$ Per fonderla occorrono:

$Q_2 = (8160 \times 79{,}6)$ cal. $= 649\,536$ cal. Per riscaldarla da 0° a 3° occorrono:

$Q_3 = (8160 \times 3)\ cal. = 24\,480\ cal.$ In totale occorre somministrare:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (32\,640 + 646\,272 + 24\,480)\ cal. = 706\,656\ cal.$$

Tale calore dev'essere ceduto da x *kg* d'acqua piovana, che si raffreddi da 15° a 3°. Cioè dev'essere: $x\,(15 - 3) = 706\,656$; da cui: $x = kg\ \dfrac{706\,656}{12} =$ **kg 58 888.**

2. *In un recipiente (isolato dall'esterno) sono contenuti* kg p *di ghiaccio, alla temperatura* t, *e si versano* kg P *di piombo fuso, alla temperatura* T. *Determinare le condizioni e la temperatura finale del miscuglio.*

(Calore specifico del piombo liquido = 0,039, e del piombo solido = 0,031).

Risoluzione. — Per ipotesi dev'essere $t < 0^\circ$, e $T > 327^\circ$ (temp. di fus. del piombo).

Per portare *kg p* di ghiaccio da t a 0°, occorrono: $Q_1 = 0{,}5\,p$ cal.
» fondere » » » a 0°, » $Q_2 = 79{,}6\,p$ »
» portare » » d'acqua » 0° a 100° » $Q_3 = 100\,p$ »
» » » P di piombo » T a 327° occorre togliere: $Q_4 = 0{,}039\,P\,(T - 327)$ cal.
» solidificare *kg P* » a 327° » » $Q_5 = 5{,}37\,P$ »
» portare » P » da 327° a 0° » » $Q_6 = 0{,}031\,P \times 327$ »

Se $Q_4 + Q_5 + Q_6 < Q_1$ si riscalda alquanto il ghiaccio senza fonderne.
» $Q_1 < Q_4 + Q_5 + Q_6 < Q_1 + Q_2$ fonde in parte il ghiaccio, e tutto rimane a 0°.
» $Q_4 + Q_5 > Q_1 + Q_2$, tutto il ghiaccio fonde, e l'acqua ottenuta va ad una temperatura $x < 100^\circ$.
» $Q_4 + Q_5 > Q_1 + Q_2 + Q_3$ si porta l'acqua ottenuta all'ebollizione.

Supponiamo il 3° caso; sia x la temperatura finale del miscuglio. La quantità di calore assorbita dal ghiaccio per passare da t° a x° è:

$Q = Q_1 + Q_2 + px$; quella ceduta dal piombo sino ad x° è:
$Q' = Q_4 + Q_5 + 0{,}031\,P\,(327 - x)$. Si ha la solita equazione:
$Q = Q'$; cioè, sostituendo i valori trovati:

$$0{,}5p + 79{,}6p + px = 0{,}039P\,(T - 327) + 5{,}37P + 0{,}031\,P\,(327 - x); \quad \text{cioè:}$$

$$(p + 0{,}031\,P)\,x = (0{,}039\,T + 2{,}754)\,P - 80{,}1\,p; \qquad \text{da cui:}$$

$$x = \frac{(0{,}039\,T + 2{,}754)\,P - 80{,}1\,p}{p + 0{,}031\,P}$$

b) Problemi da risolvere.

1. Qual peso d'acqua a 40° *C*, occorre mescolare con *g* 500 di mercurio solido a -47°, perchè la temperatura finale del miscuglio sia di 12°?
(Calore specifico del mercurio solido = 0,032).

2. Quanti *kg* di stagno fuso, alla temp. di 250° *C*, occorre versare su *kg* 8 di ghiaccio a -15°, per ottenere un miscuglio a 58°? (Cal. spec. dello stagno liquido = 0,064).

4. Se un *kg* di carbone bruciando svolge 7000 calorie, quanti *kg* di carbone occorrono in un forno, per fondere 80 *kg* di alluminio, supposto che venga utilizzato solo il 25% del calore fornito dal carbone? (Calorie di fusione dell'alluminio = 75).

5. In un recipiente (isolato) è contenuto un peso p_1 di ghiaccio e un peso p_2 di mercurio, solidi, alla temperatura t; in esso si versa un peso P di stagno fuso, alla temperatura T. Determinare le condizioni e la temperatura finali del miscuglio. (Calore specifico del mercurio solido = 0,032; dello stagno liquido = 0,064).

6. Si raffredda del fosforo liquido (sovrafuso) sino a 30°, e a questo punto lo si fa solidificare. Quale frazione di questo solidifica? (Punto di fusione = 44°,2; calorie di fusione = 5°4; calore specifico = 0,20).

Soluzione.

57. **Soluzione satura.** — Ponendo in un bicchier d'acqua qualche granello di sale da cucina, questo dopo poco tempo scompare. Ciò perchè il sale si è disgregato nelle sue molecole, che si sono separate e mescolate con quelle dell'acqua; questa disgregazione è dovuta all'azione delle molecole dell'acqua su quelle del sale, cioè a forze di adesione per le quali è vinta la coesione del sale. Questo fenomeno si chiama *soluzione*, cioè:

Soluzione *è la disgregazione di un solido, effettuata da un liquido, a qualsiasi temperatura.*

Il solido si chiama il **soluto**, ed il liquido il **solvente.**

Ponendo nella stessa acqua un altro poco di sale, si scioglierà anch'esso; e così successivamente, fino ad un certo limite. Ad un certo punto mettendo nuovo sale, non si scioglie più; ma rimane allo stato solido nel fondo del bicchiere. Si dice allora che **la soluzione è satura.**

Si chiama **coefficiente di solubilità** *il rapporto tra il peso del soluto e quello del solvente, allorchè la soluzione è satura.* Si esprime usualmente rispetto a 100 parti di solvente; così si dice che il coefficiente di solubilità del sal da cucina è del 35,5 %, per indicare che per la soluzione satura occorrono *g* 35,5 di sale per 100 di acqua (1).

Il coefficiente di solubilità varia:

1. Per un dato solvente, col variare del soluto. Così, ad es., (a 10° *C*): il sal da cucina nell'acqua si scioglie sino al 35,5 %; il cloruro di calcio al 140 %; il sublimato corrosivo solo al 6,5 %; ecc. Quei corpi che non si sciolgono in quantità apprezzabile, si chiamano *insolubili*; tali sono, ad es., il marmo, il vetro, lo zolfo, nell'acqua. Non vi sono corpi perfettamente insolubili; così il vetro lascia sciogliere alcune tracce nell'acqua, come mostra l'appannarsi delle bottiglie di cristallo col lungo uso.

2. Per lo stesso soluto, col variare del solvente. Così, ad es., lo zolfo non si scioglie nell'acqua; ma si scioglie abbondantemente nel solfuro di carbonio; la cera si scioglie bene nell'acqua ragia; e le resine, insolubili in acqua, si sciolgono facilmente nell'alcool. L'aspirina, la fenacetina, ecc., poco solubili in acqua, si sciolgono bene nell'alcool; perciò il medico consiglia di bere un bicchierino di liquore dopo aver preso tali medicine, per renderne l'azione più pronta.

3. Per lo stesso solvente e lo stesso soluto, aumenta col crescere della temperatura. Così, il clorato di potassio si scioglie al 3,3 % alla temperatura di 0° *C*, si scioglie sino al 19 % a 50°, e al 60 % a 100°. Perciò è utile riscaldare il liquido, perchè la soluzione avvenga più presto.

Può sembrare talvolta che col riscaldamento diminuisca la solubilità; così certe acque di pozzo limpide a freddo, riscaldate s'intorbidano, e lasciano depositare del sale; quasichè tale sale, sciolto a freddo, non possa più rimanervi a caldo. Il fatto è dovuto a trasformazione chimica del sale disciolto. Esso è un bicarbonato che è solubile; ma col riscaldamento si trasforma in carbonato insolubile, che precipita allo stato solido.

---

(1) Qualcuno, invece, per coefficiente di solubilità intende il peso di sostanza contenuta in 100 parti di *soluzione*.

58. Soluzioni equimolecolari. — Si chiama **concentrazione** di una soluzione, il rapporto fra il peso del soluto ed il peso del solvente; il coefficiente di solubilità non è quindi che la concentrazione della soluzione satura [1].

Si dice diluita una soluzione con piccola concentrazione. Si dice che la concentrazione è di *1 grammo molecola in un litro* di solvente, se la quantità di solido sciolta è di un numero di grammi eguale al suo peso molecolare, (Vol. I°, § 21). Una soluzione contenente 1 *grammo-molecola* di sostanza in 1 litro di soluzione, si dice *normale.*

Es. Il peso molecolare del solfato di rame ($CuSO_4$) è 159,5; 1 grammo-molecola di solfato di rame in un litro d'acqua, vuol dire *g* 159,5 di solfato di rame sciolti in un litro d'acqua; 1/2 grammo molecola di solfato di rame in due litri di acqua, vuol dire *g* 79,625 di solfato di rame sciolti in 2 litri d'acqua; ecc.

Per formare quindi **soluzioni equimolecolari**, cioè contenenti egual numero di molecole di sostanze diverse, bisogna sciogliere in quantità eguali di liquido, pesi delle varie sostanze proporzionali ai loro pesi molecolari.

Così, essendo 58,5 - 174 - 80, i pesi molecolari del cloruro di sodio ($NaCl$), solfato di potassio (K_2SO_4), nitrato d'ammonio (NH_4NO_3), sciogliendo in un litro d'aqua:

$$g\ (58{,}5 : 5) = g\ 11{,}7 \text{ di cloruro di sodio, oppure:}$$

$$g\ (174 : 5) = g\ 34{,}8 \text{ di solfato di potassio, oppure:}$$

$$g\ (80 : 5) = g\ 16 \text{ di nitrato di ammonio,}$$

si ottengono soluzioni equimolecolari.

59. Soluzione soprasatura. — Lasciando raffreddare una soluzione che sia satura a caldo, allorchè è diventata fredda non può mantenere sciolto tutto il soluto che conteneva; una parte di questo deve precipitare allo stato solido. Questo spesso si raggruppa sotto forme poliedriche determinate, chiamati **cristalli**, ed il fenomeno si chiama **cristallizzazione.** Alcune sostanze non assumono forma cristallina, e vengono chiamate **colloidi.**

Tuttavia qualche volta avviene, specialmente se la soluzione è mantenuta in quiete, che anche a freddo il soluto in eccesso rimanga ancora disciolto. Tale soluzione, contenente una maggiore quantità di soluto di quello che potrebbe contenere normalmente, si chiama **soprasatura.** Se però tale soluzione si agita, o meglio vi si lascia cadere un granellino solido della stessa sostanza disciolta, l'eccesso di soluto precipita rapidamente, *e la temperatura della soluzione s'innalza.*

Tale fatto si può verificare facilmente con l'acetato di sodio. Esso è ordinariamente cristallizzato, e si scioglie facilmente nella sua acqua di cristallizzazione, se riscaldato a circa 65°. Lasciato in quiete in un recipiente chiuso, esso può raffreddarsi sino a temperatura ordinaria, mantenendosi liquido anche per molti giorni. Agitando il recipiente la sostanza cristallizza immediatamente, e si riscalda notevolmente.

Non si può dare una spiegazione esatta di tale fenomeno, simile a quella della soprafusione, che abbiamo accennato a §51.

---

(1) Talvolta si considera la *concentrazione in volume*, che è il numero di grammi della sostanza disciolti in 100 cm^3 della soluzione.

60. Calore di soluzione - Miscugli frigoriferi. — La soluzione, come si è detto, è un fenomeno di disgregazione di un solido nelle sue molecole, compiuto dal solvente. Ma è naturale che questa disgregazione non può effettuarsi che con dispendio di energia, che è presa dal solvente stesso sotto forma di calore; cioè con la soluzione si produce **raffreddamento.** Ad es., sciogliendo *g* 800 di nitrato d'ammonio in *g* 1000 di acqua, si abbassa la temperatura a parecchi gradi sotto zero, e si può ottenere la congelazione di un po' d'acqua posta in una provetta immersa nella soluzione.

La seguente Tabella indica meglio le proporzioni del sale e l'abbassamento di temperatura ottenuto:

Grammi di nitrato d'ammonio in g 100 d'acqua	Numero di gradi di cui si abbassa la temperatura	Temperatura minima raggiungibile	Grammi di nitrato d'ammonio in g 100 d'acqua	Numero di gradi di cui si abbassa la temperatura	Temperatura minima raggiungibile
133,33	44°,7	+ 4°	76,33	33°,9	— 17°,5
117,65	42,2	— 2	67,11	31,5	— 16
91,74	37,4	— 12	36,23	22,1	— 10
79,37	34,6	— 16	6.04	5,0	— 3

Un maggiore raffreddamento si ottiene col Solfocianuro di potassio, del quale sciogliendone *g* 150 in 100 d'acqua si ottiene un raffreddamento da 10°,8 a –23°,7.

Poichè con la soluzione si ha raffreddamento, facendo sciogliere una sostanza nell'acqua di fusione che si ottiene dal ghiaccio, si ha un ulteriore raffreddamento; cioè la temperatura si abbassa al di sotto di zero. Si hanno così le cosidette **mescolanze frigorifere**; le più comuni sono:

3 parti di ghiaccio	e 1 di sal marino,	dànno	–22° *C*
3 » »	» 2 » cloruro di calcio	»	–51° »
1 » »	» 1 » acido solforico	»	–33° »

61. Punto di congelamento delle soluzioni. — Le soluzioni in generale solidificano a temperatura più bassa del solvente puro. Così, l'acqua del mare, contenente sciolto del sale, gela a –2°,5 *C*.

Legge di Raoult. Il Raoult trovò che: *Soluzioni contenenti egual numero di molecole* (di sostanze diverse), *hanno lo stesso punto di congelamento.*

Questa legge è solo approssimata. Essa permetterebbe di calcolare il peso molecolare di una sostanza, dalla temperatura di congelamento di una sua soluzione.

Raffreddando una soluzione satura, se ne depositerà gradualmente la quantità di sostanza che tiene sciolta; cioè diminuisce la concentrazione pur mantenendosi la soluzione satura. Ad una certa temperatura, prima che tutto il solido disciolto siasi depositato, la soluzione congela. Questa è la temperatura più bassa, alla quale può sussistere la soluzione di un dato sale, e ad essa corrisponde una determinata concentrazione della soluzione. Così, ad es., per la soluzione del nitrato d'ammonio nell'acqua tale temperatura è di –17°,6 e la concentrazione corrispondente è del 76,3 %.

Una soluzione in queste condizioni si chiama crioidrato.

62. **Lo stato colloidale.** – Abbiamo [illegible] § [illegible], che esistono soluzioni, nelle quali le [illegible] mole-cole, ma sino a particelle un po' più grandi, [illegible] da 10 a 100 volte maggiori di queste, [illegible] granuli o micelle. Le sostanze che si compongono in tal modo, [illegible] colloidi, [illegible].

Il Graham aveva fatto distinzione tra sostanze *cristalloidi* e *colloidi*; questa distinzione è impropria. Infatti, tutte le sostanze, anche le più cristalline come i metalli, possono formare soluzioni colloidali. Per cui è opportuno dire che lo *stato colloidale* è un quarto stato della materia, analogo ai tre stati: solido, liquido, gassoso. Lo stato colloidale non è solo caratterizzato dal fatto che la sostanza è *dispersa* in un'altra, non allo stato di singole molecole, ma di granuli più grandi; ma anche dal fatto che questi granuli sono dotati di particolari proprietà chimiche ed elettriche.

63. **Soluzione dei gas nei liquidi.** — Anche i gas si sciolgono nei liquidi; ed anche in questo caso la concentrazione della soluzione satura dipende dalla qualità del gas e del liquido e dalla temperatura. Così, ad es., a 0° si sciolgono in un litro d'acqua *cm*³ 41 di ossigeno, 20 di azoto, litri 1,8 di anidride carbonica, 3 di cloro, 1050 di ammoniaca [1], ecc.

Fig. 37.

Per le soluzioni dei gas, la temperatura ha azione opposta che per i solidi; cioè mentre la solubilità dei solidi aumenta col riscaldamento, quella dei gas al contrario diminuisce. Così, scaldando l'acqua, prima ch'essa bolla si vedono salire alla superficie piccole bollicine gassose, dovute al liberarsi dell'aria ch'essa teneva disciolta. Ad es., se in un litro d'acqua si sciolgono litri 1050 di ammoniaca a 0°, se ne sciolgono 813 a 10°, 654 a 20°, ecc.

Grande influenza sulla solubilità dei gas, ha la pressione. Una legge importante, dovuta ad Henry [2], dice che:

La quantità di un dato gas, che si può sciogliere in una determinata quantità di liquido, è proporzionale alla pressione che il gas esercita sul liquido.

(1) Si ricordi che l'*ammoniaca* è un gas; quella che si vede nelle bottiglie è appunto la soluzione del gas ammoniaco nell'acqua, o *idrato ammonico*.

(2) Henry William; n. a Manchester nel 1774, m. a Pendlebury nel 1836.

L'acqua di Seltz è acqua satura di anidride carbonica, alla pressione di 5 a 10 *atm*, contenuta in apposite bottiglie, dette comunemente *sifoni* (Fig. 37). Dentro alla bottiglia l'acqua è limpida; premendo la leva con la mano, si apre una valvola di comunicazione con l'esterno; il gas compresso sovrastante al liquido, spinge questo fuori con violenza. Ma l'acqua venendo nel bicchiere, non essendo più compressa, abbandona la massima parte dell'anidride carbonica che teneva disciolta, e diviene spumeggiante. Anche nella bottiglia, essendo aumentato il volume sovrastante al liquido, è diminuita alquanto la pressione; quindi una certa quantità di gas si libera dal liquido, e viene bolla a bolla nello spazio sovrastante; ciò per qualche minuto, finchè non si è ristabilito l'equilibrio tra la quantità di gas disciolto e la pressione sovrastante.

Nello stesso modo si comportano le *gassose* e i *vini spumanti*.

64. Problemi sulle soluzioni.

a) Problema risoluto.

Quanti grammi d'acqua si possono congelare sciogliendo g 917,4 di nitrato d'ammonio in g 1000 d'acqua, partendo dalla temperatura di 25°?

(Calore specifico del nitrato d'ammonio = 0,42).

Risoluzione. — Dalla Tabella del § 60 risulta che in tali proporzioni si può raggiungere con la soluzione la temperatura di −12°.

Allora, *g* 917,4 di nitrato d'ammonio, per passare da −12° a 0° assorbono:

$$Q_1 = (917{,}4 \times 0{,}42 \times 12)\ pic.\ cal. = 4624\ pic.\ cal;$$

g 1000 d'acqua, per passare da −12° a 0°, assorbono:

$$Q_2 = (1000 \times 12)\ pic.\ cal. = 12000\ pic.\ cal.$$

In totale così si dispone di:

$$Q = Q_1 + Q_2 = (4624 + 12000)\ pic.\ cal. = 16624\ pic.\ cal.$$

Se x grammi è il peso dell'acqua che si può congelare, per raffreddarla da 25° a 0° occorre sottrarre:

$q_1 = 25\ x\ pic.\ cal.$ Per solidificarla occorrendo:
$q_2 = 79{,}6\ x\ pic.\ cal.$ E in totale:
$q = (79{,}6 + 25)\ x\ pic.\ cal. = 104{,}6\ x\ pic.\ cal.$

Quindi, dovendo essere:

$q = Q$, si ha: $104{,}6\,x = 16\,624$; da cui:

$$x = g\ \frac{16\,624}{104{,}6} = g\ 159, \text{ circa.}$$

b) Problemi da risolvere.

1. Se il coefficiente di solubilità del cloruro di sodio nell'acqua a 60° è del 37,2%, quanti grammi di tale sostanza occorrono per rendere saturi *l* 3,5 di acqua?

2. Quanti grammi di clorato di potassio si depositano da una soluzione acquosa di *l* 1,5, satura a 100°, se si raffredda sino a 0°*C*?

3. Quanti grammi di solfato di sodio si devono sciogliere per formare:

soluzione di 0,1 grammi-molecola in 1 *l* d'acqua
» » 2,5 » » » 5 » »

4. [illegible] § 60 si eseguisca la grafica delle temperature minime, e se ne [illegible] percentuale del nitrato d'ammonio per ottenere le temperature minime [illegible] le temperature minime raggiunte con soluzioni di: *g* 100; *g* 85; *g* 50; in *g* 100 d'acqua.

5. Una bottiglia contiene *p* grammi d'acqua a t° ($> 0^{\circ}$), ed è immersa in un recipiente isolato, contenente acqua alla stessa temperatura *t*. Si versa in questo recipiente a poco a poco del nitrato d'ammonio, finchè la temperatura dell'acqua della bottiglia è scesa a 0°. Calcolare: quanta acqua deve contenere il recipiente, per ottenere lo scopo prefissato, col minimo necessario di nitrato d'ammonio, e quanto è il peso di questo occorrente. Trascurare il calore assorbito dai recipienti; *g* 1000 di nitrato d'ammonio, sciogliendosi, assorbono 77,5 calorie.

Vaporizzazione.

65. **Evaporazione.** — Il passaggio dallo stato liquido allo stato gassoso, chiamasi vaporizzazione, e si distingue in *evaporazione* ed *ebollizione*.

Lasciando dell'acqua in un piatto, dopo qualche tempo scompare; si dice che è evaporata; cioè si è trasformata in vapore invisibile, che si diffonde e si mescola con l'aria. Si dice appunto:

Evaporazione *è il passaggio lento dallo stato liquido allo stato di vapore, a qualunque temperatura, alla superficie del liquido.*

66. **Evaporazione nel vuoto.** — Studiamo dapprima l'evaporazione in ambiente privo di qualsiasi altro gas, cioè nel vuoto. Nell'interno di un tubo torricelliano *T*, (Vol. 1°, § 221), facciamo salire goccia a goccia un certo liquido; p. es., dell'*etere*. Per questo ci serviremo di uno schizzetto speciale *G* (Fig. 38), formato da un tubo di vetro affilato all'estremità e ripiegato a gomito, di cui s'introduce la punta al di sotto del mercurio dentro il tubo torricelliano. Se nello schizzetto vi è un liquido, premendo cautamente sulla gomma *G*, si riesce a farne uscire solo una o due gocce alla volta. Ogni goccia, gorgogliando nel mercurio, sale a galla; ma appena arrivata alla superficie del mercurio, dentro il tubo, evapora istantaneamente; ed il mercurio, che inizialmente era in *A* a circa 76 *cm* di altezza, si abbassa alquanto, p. es., sino in *B*. Ciò indica, che il vapore formatosi esercita sul mercurio una pressione o *tensione*, eguale ad (*AB*) *cm* di mercurio.

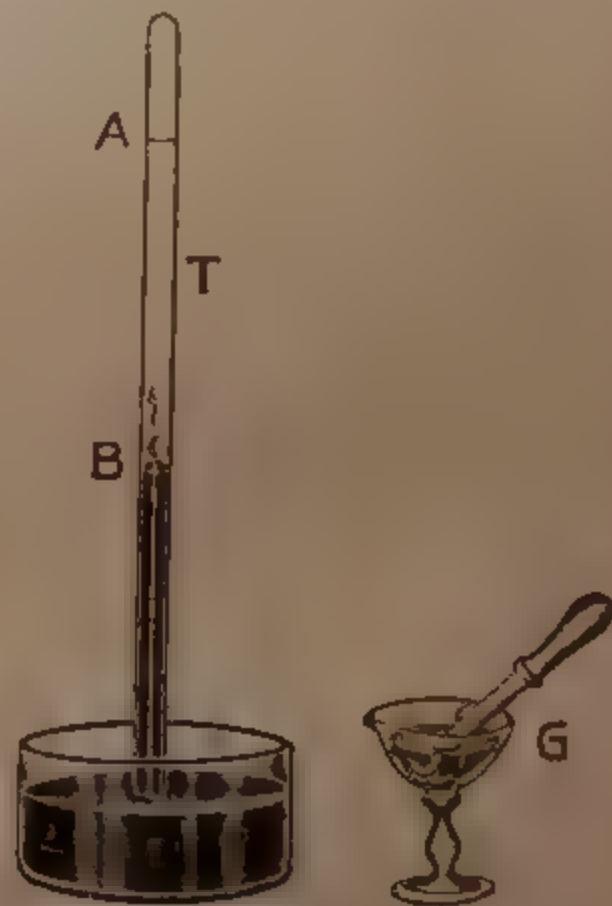



Fig. 38.

Seguitando a far salire nuove goccioline, queste evaporano anch'esse e il mercurio continua ad abbassarsi; ma arriva un momento che il liquido non evapora più, e rimane visibile sul mercurio; il livello di questo non discende più. In questo caso il vapore si dice **saturo**; cioè:

Vapore saturo è quello che trovasi in presenza del liquido che lo genera.

Se il mercurio non scende più, vuol dire che il vapore saturo ha raggiunto la **tensione massima**.

67. Leggi della evaporazione. Con l'esperienza si sono ricavate le seguenti leggi. **La tensione del vapore saturo:**

1. Ad una data temperatura varia da liquido a liquido.

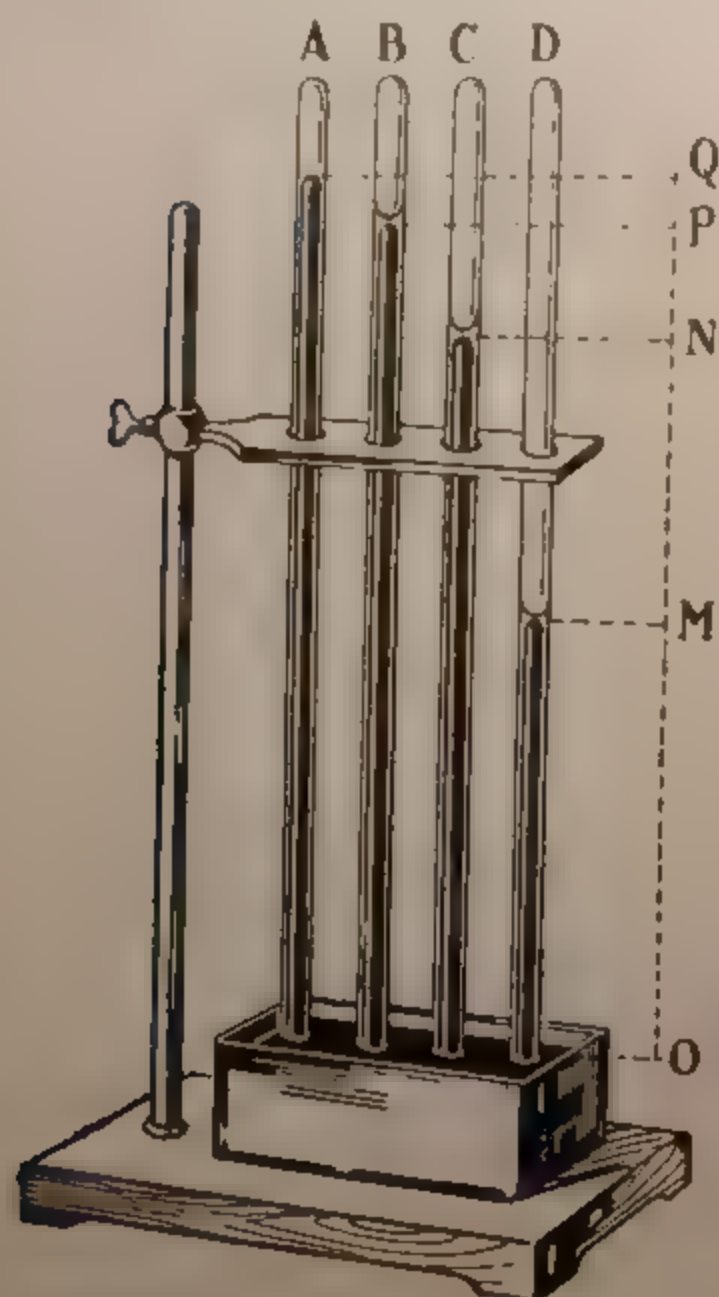
Disponendo di vari tubi torricelliani $ABCD$ (Fig. 39), si faccia pervenire in ciascuno un liquido diverso; ad es., in B dell'acqua, in C dell'alcool, in D dell'etere, mentre A si tiene come termine di confronto, senza alcun vapore. Si vedrà il mercurio scendere in ognuno ad altezza diversa e sarà (PQ) la tensione del vapor d'acqua, (NQ) quella del vapore d'alcool e (MQ) quella del vapore d'etere.

Fig. 39.

Così, ad es., a 20°C la tensione massima del vapore di mercurio è di *cm* 0,004, quella del vapore d'acqua è di *cm* 1,74; quella del vapore d'alcool di *cm* 4,45; quella del vapore d'etere di *cm* 43,3; ecc.

2. Per lo stesso liquido, la tensione massima del vapore cresce con la temperatura.

Un tubo barometrico B e un altro tubo A contenente il vapore che si vuole studiare (Fig. 40), sono contenuti in un largo cilindro di vetro, contenente acqua, che si può scaldare su un fornello F; un termometro T ne indica la temperatura. Man mano che questa sale, si vedrà il mercurio nel tubo A scendere sempre più. Più semplicemente, basta far scorrere sul tubo della Fig. 38 la fiamma di una lampada a spirito, per veder scendere il mercurio.

La Tabella seguente indica la tensione massima del vapore d'acqua alle varie temperature:

Pressione in *cm* di mercurio	Temperatura C°	Pressione in *cm* di mercurio	Temperatura C°
0,039	− 30°	14,88	60°
0,093	− 20	35,46	80
0,140	− 15	76,0	100
0,209	− 10	149,1	120
0,311	− 5	271,8	140
0,460	0	465,2	160
0,653	5	754,6	180
0,916	10	1158,9	200
1,739	20	2518	240
3,155	30	5062	280
5,490	40	8938	320
9,198	50	14192	360

Questa legge spiega perchè i panni bagnati al sole asciugano più presto.

[illegible] *vapora non accade anche da un solido*; così anche dal g[illegible] si solleva il vapore. Ciò risulta anche dalla precedente Tabella, nella [illegible] è data la tensione del vapore d'acqua a temperature inferiori a 0°, cioè quando l'acqua è allo stato solido.

N[illegible] che la tensione del vapore d'acqua a 100° C è di 76 cm. cioè di 1 atm.

Fig. 40.

3. *Per lo stesso liquido, ad una data temperatura, la tensione massima del suo vapore è indipendente dal volume occupato da questo.*

Per la verifica sperimentale si prendano quattro tubi barometrici (Fig. 41) di cui il primo A serve di controllo, per determinare la pressione atmosferica esterna. Negli altri tre si fa pervenire lo stesso liquido, ad es., etere, in modo da aversi in tutti vapore saturo. Si vedrà il mercurio abbassarsi della stessa altezza h nei tre tubi, qualunque sia il diametro e la lunghezza di essi: cioè qualunque sia il volume occupato dal vapore sopra il mercurio.

Avviene però che aumentando il volume del vapore, una parte del liquido deve evaporare ulteriormente: mentre diminuendo tale volume, una parte del vapore passa allo stato liquido.

68. Principio della parete fredda, o di Watt. — Raffreddando un vapore, la sua tensione massima diminuisce; ma per questo non occorre raffreddarlo tutto; basta raffreddarlo solo in un punto. Così, mettendo nel ghiaccio solo la estremità E di un tubo ricurvo contenente un vapore saturo, la tensione di questo diminuisce come se fosse stata portata a 0° la temperatura di tutto quanto il ramo EO che contiene il vapore, (Fig. 42).

Se abbiamo due recipienti contenenti uno stesso liquido ma a diversa temperatura, la tensione del vapore sarà diversa in ciascuno di essi. Se comunicano fra loro, la tensione del vapore diventa eguale in ambedue i recipienti; ma il valore di essa non è, come si potrebbe pensare, la media delle due tensioni preesistenti nei recipienti; ma è eguale alla tensione che corrisponde alla temperatura più bassa. Si produce però un movimento di vapore dal recipiente più caldo al più freddo; il liquido dal recipiente più caldo continuerà ad evaporare, fino ad esaurirsi; mentre nel recipiente freddo vi sarà una condensazione di vapore. Si ha cioè una distillazione da un recipiente all'altro, finchè la temperatura non si è livellata egualmente in entrambi i recipienti.

Fig 41.

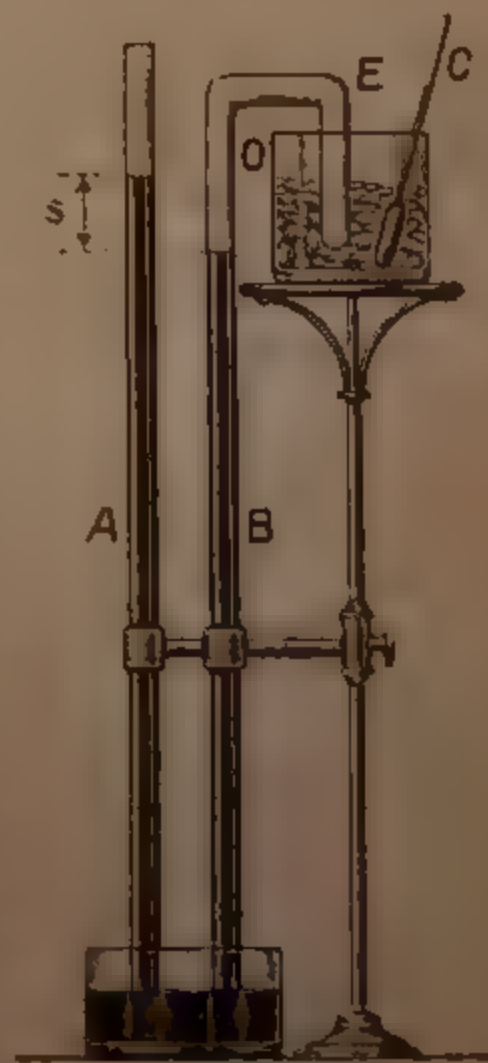



Fig. 42.

69. **Evaporazione in seno a un gas - Legge di Volta e di Dalton.** — L'evaporazione di un liquido avviene anche se al di sopra di esso vi è un gas, col quale il vapore si mescola. In questo caso però l'evaporazione è più lenta; Alessandro Volta nel 1795 e Dalton 6 anni dopo, trovarono che: *Il vapore, ad una data temperatura, raggiunge la stessa tensione massima che raggiungerebbe se l'evaporazione avvenisse nel vuoto.*

Questo è un caso particolare di una legge più generale, dovuta a Dalton, che riguarda i miscugli gassosi, e che abbiamo indicata nel Vol. 1°, § 231.

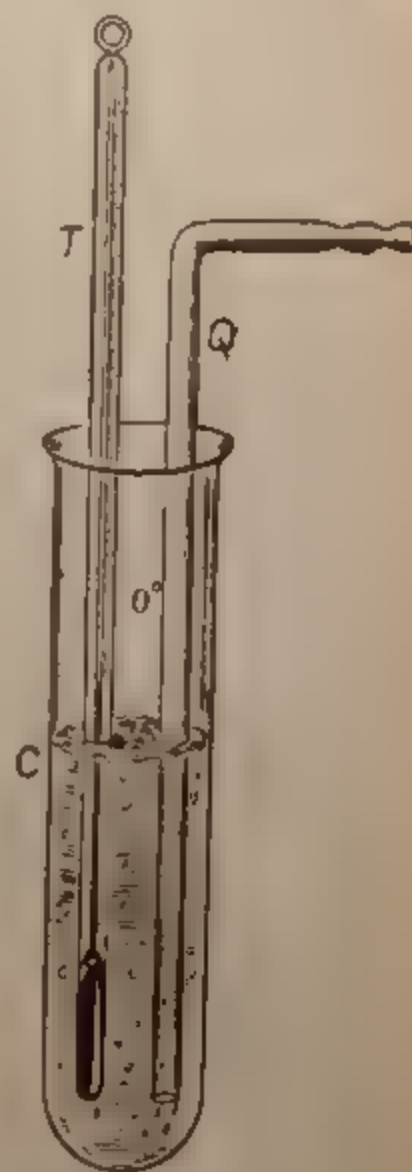
70. **Calorie di vaporizzazione.** — Anche l'evaporazione è una disgregazione, che richiede energia per effettuarsi; cioè si compie a spese di calore; quindi l'evaporazione produce raffreddamento.

Così una goccia di etere o di benzina, cadendo sulla pelle della mano, ci dà una sensazione di freddo; ed è all'evaporazione del sudore che dobbiamo la frescura che ci procura lo sventolio col ventaglio. Parimenti raffreddiamo la minestra calda, soffiandovi sopra, per quanto il galateo non lo consenta.

Fig 43.

Fig. 44.

Nei paesi meridionali si rinfresca l'acqua d'estate esponendola all'esterno in recipienti di terra cotta porosa, senza vernice, chiamati *quartare* in Sicilia, e *alcarazas* in Spagna, (Fig. 43). L'acqua trasuda dalla parete del recipiente, che ha perciò la superficie esterna sempre umida; ivi l'acqua evapora e raffredda il recipiente e l'acqua che contiene.

Si può dimostrare facilmente il raffreddamento con l'evaporazione, riempendo a metà con etere solforico un tubo d'assaggio C (Fig. 44), nel quale sia immerso un termometro T; si fa gorgogliare attraverso l'etere dell'aria soffiata da un mantice, e condottavi con un cannello Q; si vedrà dopo uno o due minuti il tubo C ricoprirsi di brina, ed il termometro scendere a parecchi gradi sotto zero.

Si chiamano **calorie di vaporizzazione** di un dato liquido, *le calorie che occorre somministrare ad 1 kg di esso, per trasformarlo in vapore, ad una data temperatura.* Esse variano da liquido a liquido, e per lo stesso liquido variano con la temperatura; diminuiscono col crescere di questa, fino a ridursi a zero a quella temperatura alla quale la densità del liquido sia diventata eguale a quella del suo vapore saturo.

Esempi: Calorie	di vaporizzazione	dell'anidride solforosa	a	0°	=	91	calorie
»	»	dell'etere	»	»	=	94	»
»	»	dell'anidride carbonica	»	»	=	56,3	»
»	»	dell'ammoniaca	»	»	=	295	»
»	»	della benzina	»	»	=	109	»
»	»	dell'acqua	»	»	=	596,8	»
»	»	»	»	100°	=	536	»
»	»	»	»	230°	=	446	»

Ne[illegible] di vaporizzazione dell'acqua siano notevolmente super[illegible] gradi. Questo fatto è provvidenziale; se invece di [illegible] liquido, esso evaporerebbe in molto maggior copia [illegible] sole. Appena spuntato il sole la mattina, si solleverebbero [illegible] masse di vapore, che coprirebbero presto di nubi l'atmosfera. [illegible] queste nubi raffreddandosi, si risolverebbero in piogge torrenziali, sarebbe così completamente diversa la vita sul nostro globo.

71. **Ebollizione.** — Scaldando l'acqua posta in un recipiente, con un termometro, si vedrà questo salire continuamente; mentre alla superficie dell'acqua si accumula sempre in maggior quantità il vapore. Quando il termometro segna circa 80° C, si sente un rumore speciale, e si vedono staccare dal fondo minutissime bollicine, che salgono nel liquido e svaniscono alla superficie. Ad un certo momento le bolle si fanno più frequenti e più grosse e tutto il liquido si agita tumultuosamente; si dice che l'acqua *bolle* e il fenomeno si chiama **ebollizione.** Adunque:

Ebollizione è il passaggio tumultuoso dallo stato liquido allo stato di vapore, per somministrazione di calore.

Essa è cioè una evaporazione rapida, che anzichè alla superficie, avviene anche nell'interno del liquido.

Abbiamo visto che l'evaporazione avviene o nel vuoto o in seno ad un gas. Poichè nel caso presente non vi è il vuoto, **il liquido non può bollire se non contiene un gas**, che usualmente è l'aria. Questa si trova in parte sciolta nel liquido; ma è specialmente aderente alla parete del recipiente (Vol. 1°, § 19), ove forma uno strato sottilissimo, invisibile, tra il liquido ed il recipiente che lo contiene.

Perciò l'acqua **disaerata** non può bollire; e si può riscaldare sino a temperatura notevolmente superiore a 100°. Bunsen ottenne acqua molto disaerata, facendola bollire per dieci anni in apposito recipiente chiuso; più agevolmente si ottiene acqua più disaerata, ricavandola dall'acqua di cristallizzazione di un sale, riscaldato nel vuoto molto spinto. Quest'acqua disaerata si può scaldare anche a circa 140°, senza che bolla.

Ma essendo impossibile ottenere acqua assolutamente priva d'aria, avviene che riscaldata al di sopra di 100°, ad un certo momento si forma una grossa bolla di vapore, che mette tutto il liquido in soqquadro; la temperatura scende subito a 100°*C*; poi si ricomincia daccapo. Cioè, l'ebollizione avviene egualmente; ma a scatti ed irregolarmente.

Liquidi siffatti si dicono **surriscaldati**; basta immergere in essi un corpo qualsiasi, che porti aria, come un pezzetto di legno o una bacchetta di metallo, perchè l'ebollizione si regolarizzi: le bolle di vapore si staccano allora dalla bacchetta immersa, ove trovasi l'aria che alimenta l'ebollizione.

72. **Leggi dell'ebollizione.** — Dallo studio dell'ebollizione sono state ricavate le seguenti leggi:

Perchè possa formarsi la bolla di vapore dentro il liquido, occorre che essa possa dilatarsi, e cioè che abbia una tensione almeno eguale a quella del liquido che la circonda; quindi:

1. Un liquido bolle allorchè la tensione del suo vapore eguaglia la pressione esercitata su di esso.

L'acqua, a pressione normale, bolle a 100° C, perchè, come vedemmo al § 67, a 100° la tensione del suo vapore è appunto di 1 *atm.*

Poichè la tensione del vapore varia da liquido a liquido, avviene che:

2. *Ciascun liquido bolle ad una sua determinata temperatura* (a una data pressione), *che si chiama il punto di ebollizione.*

Diamo il punto di ebollizione di alcuni liquidi, a pressione normale:

SOSTANZA	Punto di ebollizione	SOSTANZA	Punto di ebollizione
Idrogeno	– 252°,5	Alcool	78°,4
Aria	– 191°	Benzolo	80°,4
Anidride carbonica. . .	– 78°,2	Acqua	100°
Ammoniaca	– 38°,5	Essenza di trementina .	159°
Anidride solforosa . . .	– 10°,1	Acido solforico.	325°
Etere solforico.	34°,9	Mercurio	357°,5

Abbiamo detto che l'acqua comincia a bollire quando un termometro immersovi segna 100°. Proviamo a scaldare maggiormente; vedremo l'acqua bollire più energicamente e più in fretta; *ma il termometro non segnerà più di 100°* finchè vi sarà una goccia d'acqua nel recipiente. Dunque:

3. *Durante l'ebollizione la temperatura rimane costante.*

Per questa ragione è affatto inutile aumentare il fuoco, quando la pentola bolle, con la speranza di far cuocere la minestra più in fretta; non si ottiene che uno spreco inutile di combustibile; poichè tanto il liquido nella pentola, bolla piano o bolla in fretta, è sempre alla stessa temperatura.

Parimenti si spiega come si possa far bollire l'acqua, scaldandola in un recipiente di carta, senza che questa bruci; difatti tutto il calore viene ceduto all'acqua, che bollendo mantiene la carta alla temperatura di 100°, alla quale essa non brucia, (Fig. 45). Così ancora, una caffettiera di latta messa sul fuoco senz'acqua si dissalda e si arroventa, mentre resiste se contiene acqua.

Fig. 45.

73. **Influenza della pressione.** — Dipendentemente dalla 1ª legge, *se diminuisce la pressione sul liquido, diminuisce anche la temperatura a cui bolle.* Così il Tyndall sul Monte Bianco, (a *m* 4800 sul mare), ove la pressione è poco più di mezza atmosfera (circa 42 *cm*), trovò che l'acqua bolle a 85°*C*.

Si può fare bollire l'acqua, senza scaldarla, mettendola in un palloncino di vetro e facendo in questo il vuoto con la macchina pneumatica, (Fig. 46).

Se il vuoto è sufficientemente spinto, e cioè sino a *mm* 4,6, si potrà far bollire con tale vuoto l'acqua con un pezzo di ghiaccio dentro, cioè a 0°. Naturalmente *bollire* in questo caso vuol dire vedere sollevarsi bollicine come nella pentola sul fuoco, *ma il liquido rimane freddo.*

Un'esperienza assai curiosa è la seguente dovuta a Franklin. Si faccia bollire per qualche minuto dell'acqua in un pallone di vetro; indi si chiuda questo con un buon tappo a tenuta, e si capovolga, togliendolo dal fuoco. L'ebollizione cessa. Ma se si versa sul pallone dell'acqua fredda (Fig. 47), si vede l'ebollizione ricominciare vivamente. Ciò avviene perchè durante la prima ebollizione il vapore che si forma esce dal pallone e trascina seco l'aria che si trovava nell'interno; allorchè poi si raffredda il pallone versandovi acqua, il vapore che si trova all'interno si condensa, e si forma quindi una rarefazione. L'acqua, ancora calda, si metterà perciò a bollire.

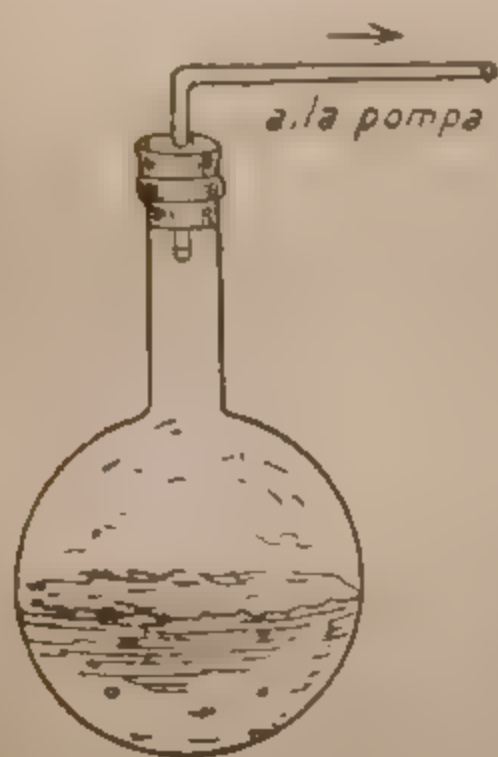
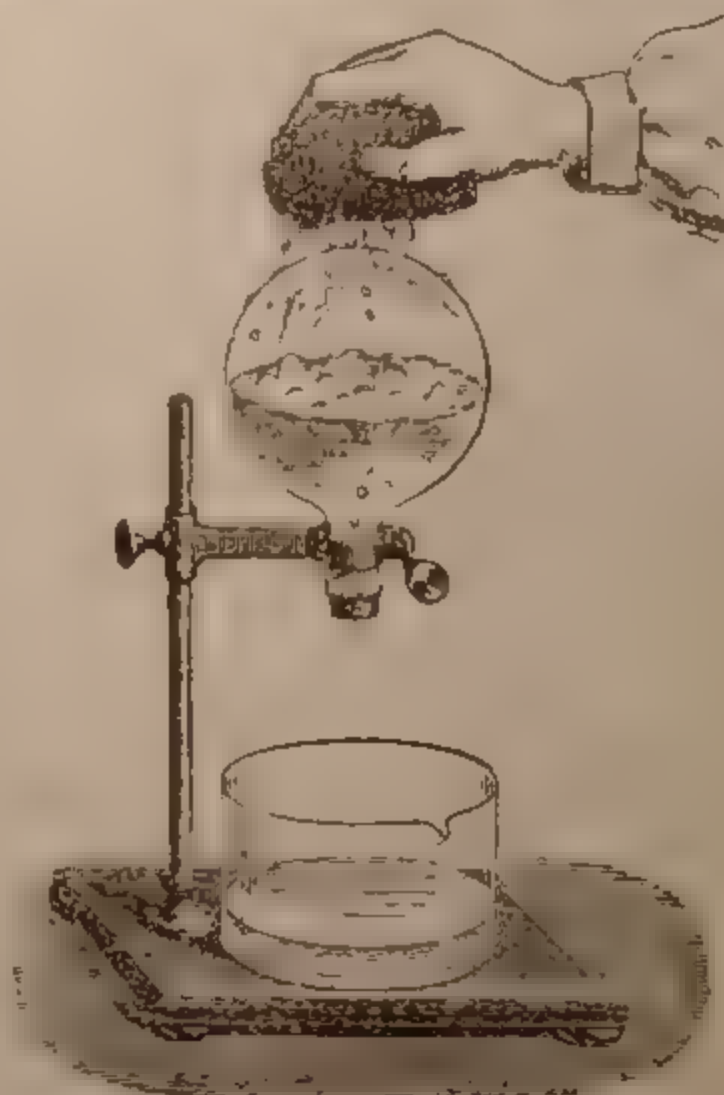



Fig. 46.

Fig. 47.

Il **bollitore di Franklin** è pure basato sullo stesso principio. In un cannello di vetro, munito alle estremità di due ampolle A e B (Fig. 48), è contenuto un po' d'alcool, sul quale è stato fatto il vuoto, chiudendo infine le ampolline con saldatura alla fiamma. Basta allora scaldare una delle ampolline col semplice calore della mano, per vedere il liquido entrare in ebollizione.

Fig. 48.

Poichè ad ogni valore della pressione corrisponde una diversa temperatura di ebollizione, dalla misura di questa si può dedurre la pressione. Si applica questo principio per determinare l'altitudine di un luogo (Vol. 1°, § 227), misurando la temperatura a cui vi bolle l'acqua. L'apparecchio impiegato per questa determinazione, si chiama *ipsometro*; è formato principalmente da un termometro a mercurio, graduato in decimi di grado, da 80° a 100° C.

74. **Pentola di Papin - Autoclave.** — Viceversa, *aumentando la pressione sul liquido, esso bolle a temperatura più elevata.* Così l'acqua bolle a 121° se compressa a 2 *atm*, a 180° alla pressione di 10 *atm*, a 213° a 20 atm., ecc. (Vedasi la Tabella al § 67).

L'aumento della pressione può essere generato dal vapore stesso che si accumula sul liquido, se l'ebollizione avviene in un recipiente chiuso. La

pentola di Papin [1] è un robusto recipiente di metallo *D*, chiuso da un coperchio a [illegible], premuto fortemente da una vite *E*, (Fig. 49). Ponendo acqua in tale pentola e riscaldandola, essa raggiunge temperature elevate, indicate da un termometro *T*. L'acqua non dovrebbe mai bollire; poichè più si scalda, più cresce la pressione del suo vapore. Si raggiungerebbero così pressioni così forti, da far scoppiare tutto il recipiente.

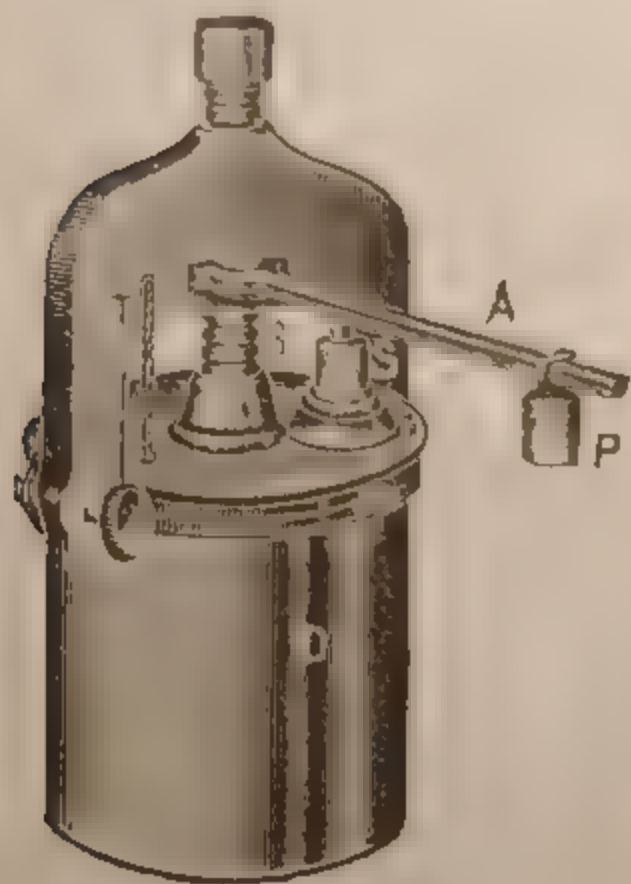
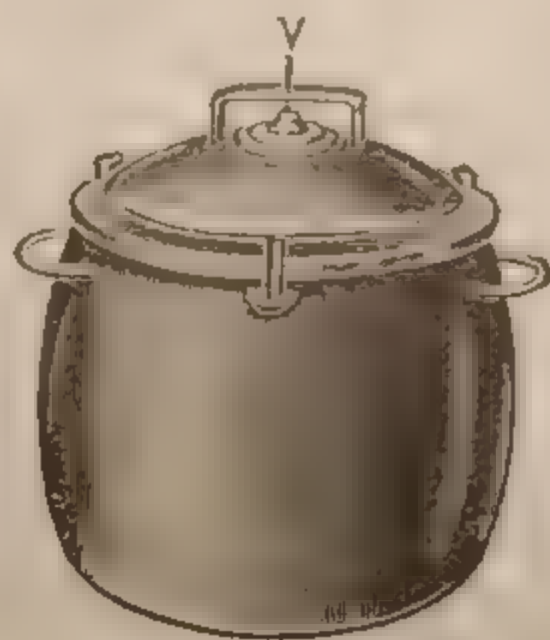



Fig. 49. Fig. 50.

Ad evitare ciò, si munisce la pentola di una **valvola di sicurezza** *S*; che si apre allorchè il vapore ha raggiunto una determinata pressione, sufficiente a sollevare il peso *P*, agente su un'asticella *A*, che preme sulla valvola *S*. In famiglia si adoperano qualche volta tali *pentole papiniane*, cioè munite di coperchio a tenuta di vapore (Fig. 50); in esse l'acqua si può

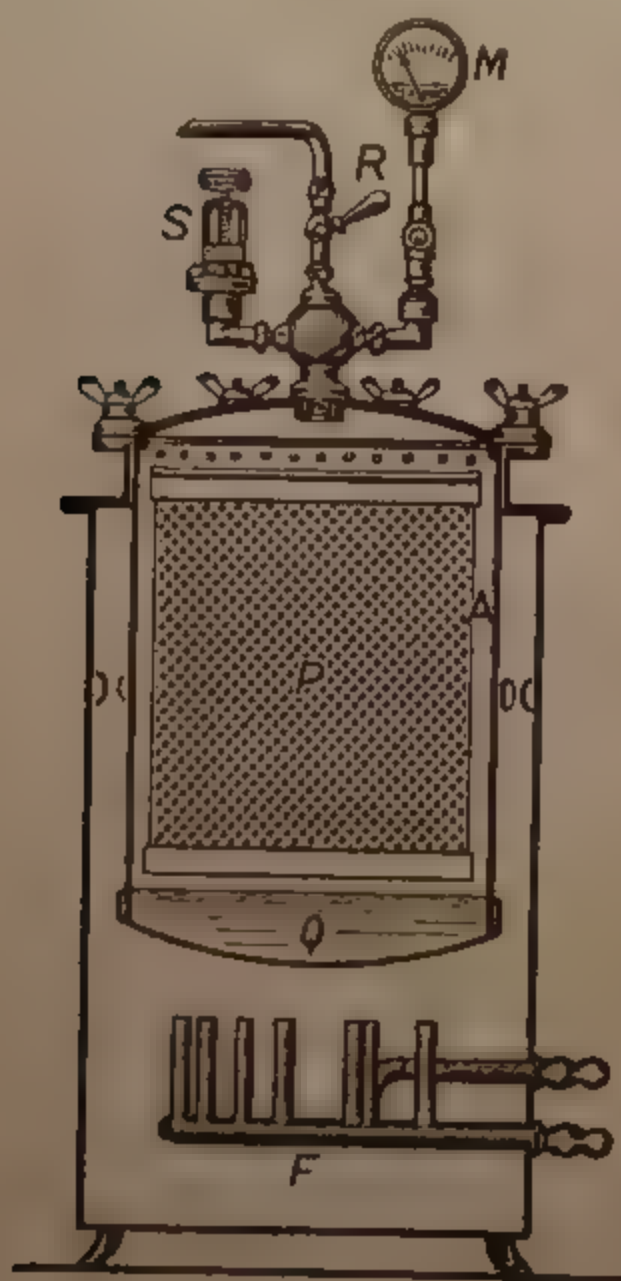



Fig. 51.

Fig. 52.

(1) Papin Denis; n. a Blois nel 1647, m. in Germania nel 1714.

portare a temperatura superiore a 100° e si può ottenere così più rapida e più completa la cottura degli alimenti.

Le autoclavi sono caldaie a pareti robuste, impiegate per la sterilizzazione degli oggetti, cioè per uccidere i microbi patogeni, causa di malattie infettive. Alcuni di questi germi resistono alla temperatura di 100°; occorre quindi sorpassare questa temperatura, come si fa appunto con l'ebollizione sotto pressione.

La Fig. 51 mostra in sezione un'autoclave da laboratorio. Gli oggetti da sterilizzare si collocano in un paniere P di rete metallica, in una caldaia A contenente in basso un po' d'acqua Q, riscaldata da un fornello F; S è la valvola di sicurezza; M un manometro, che spesso accanto all'indicazione della pressione, porta anche il valore della temperatura corrispondente; esso si chiama il *manotermometro*.

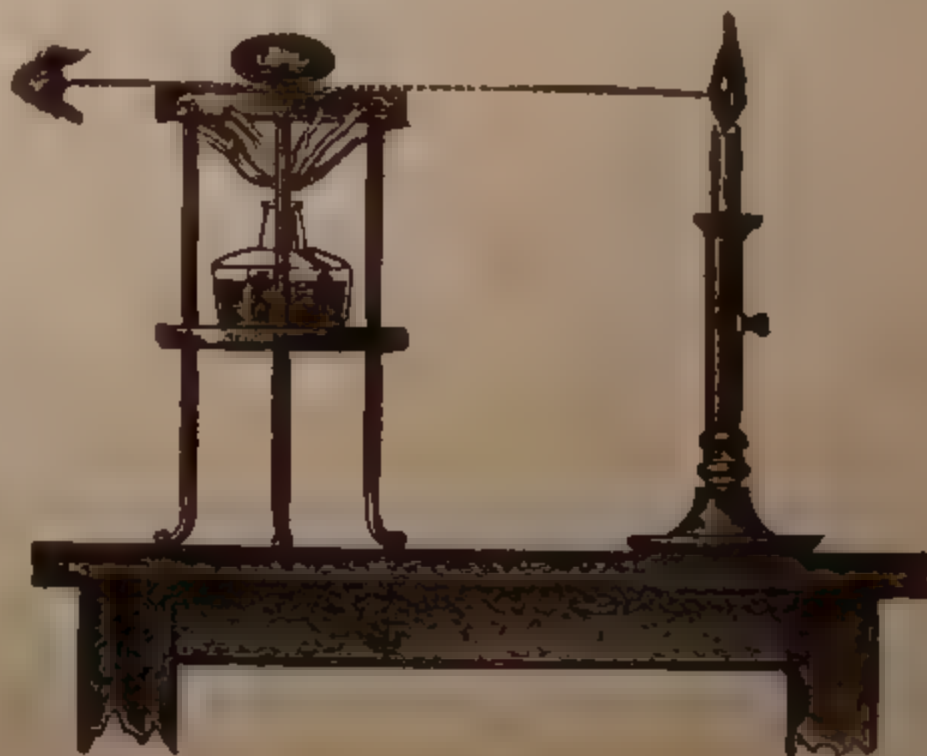
Parimenti, nelle macchine adoperate ormai dappertutto per il caffè espresso (Fig. 52), si adopera acqua bollente sotto pressione, cioè a temperatura di parecchi gradi sopra 100°; in tale modo è più rapida e più completa l'estrazione delle sostanze contenute nel caffè.

75. **Stato sferoidale.** — Se si lascia cadere una goccia d'acqua sopra una lastra di metallo molto calda, anche rovente, essa non evapora subito, come ci si aspetterebbe; ma rimane a lungo sotto forma di goccia, movendosi qua e là sulla lastra, ed evaporando lentamente. Si dice che il liquido assume lo **stato sferoidale**, ed il fenomeno si chiama **calefazione**, o *fenomeno di Leidenfrost*.

Fig. 53.

La spiegazione sta nel fatto che non vi è contatto tra la lastra e la goccia; questa è sollevata da uno straterello di vapore, che essendo cattivo conduttore del calore ne trasmette assai poco e permette alla goccia di evaporare molto lentamente. Ciò si prova guardando al di là della goccia una candela accesa, (Fig. 53). A freddo non si vede luce tra la goccia e la lastra; se invece il liquido assume lo stato sferoidale, si vede una riga luminosa sotto la goccia, la quale quindi è staccata dalla lastra.

Lasciando raffreddare la lastra, a circa 200° la goccia viene in contatto con essa, e vaporizza istantaneamente. La calefazione avviene con qualunque liquido, a temperatura tanto più bassa quanto più il liquido è volatile. Con l'aria liquida avviene alla temperatura ordinaria, (§ 86).

Con la calefazione si spiega come i fonditori possano tuffare impunemente, per pochi istanti, la mano nel bronzo fuso: il sudore forma una guaina di vapore isolante attorno alla pelle e la protegge dalla scottatura; parimenti i saltimbanchi passano un ferro rovente sulla lingua, o camminano a piedi nudi su ciottoli riscaldati dal fuoco.

76. **Ebollizione delle soluzioni.** — Una sostanza solida sciolta in un liquido, ne *abbassa la tensione del vapore*. Occorre quindi una temperatura più elevata perchè il vapore acquisti la tensione uguale a quella che sovrasta al liquido; e quindi, per la 1ª legge dell'ebollizione, la soluzione bolle a temperatura più alta che il solvente puro. Così, ad es., l'acqua del mare bolle a 100°,6 C, una soluzione satura di sal marino bolle a 108° C, ed una di cloruro di calcio a 180° C. La temperatura di ebollizione della soluzione, pertanto, **aumenta con la concentrazione.**

Il vapore che si svolge da essa, ha però la stessa temperatura che se provenisse dal solvente puro. Confrontando diverse soluzioni, si è trovato che:

Soluzioni di sostanze diverse, contenenti lo stesso numero di molecole, hanno ***lo stesso punto di ebollizione.***

Anche questa legge, analoga a quella di Raoult (§ 61), permetterebbe la determinazione del peso molecolare di una sostanza, dalla temperatura di ebollizione delle sue soluzioni; ma anche questa non è una legge rigorosa.

77. **Distillazione - Alambicco.** — Si trae profitto del diverso punto di ebollizione dei varî liquidi, per separare liquidi mescolati. Si voglia, p. es., estrarre l'alcool dal vino; questo è formato in prevalenza di acqua, contenente circa il 10 % di alcool, ed altre sostanze diverse. Lo si pone in una caldaia *a* (Fig. 54) ben chiusa da un coperchio *bc*, munito di un tubo *d* che comunica col ***serpentino SS.*** È questo un lungo tubo avvolto ad elica, contenuto in un recipiente *i* pieno d'acqua fredda. Scaldando la caldaia, l'alcool che bolle a temperatura più bassa dell'acqua, vaporizza in prevalenza per il primo; il suo vapore passa nel serpentino, ove si condensa e diventa liquido; ed esce dall'estremità *m* ***stilla a stilla,*** da cui il nome di distillazione.

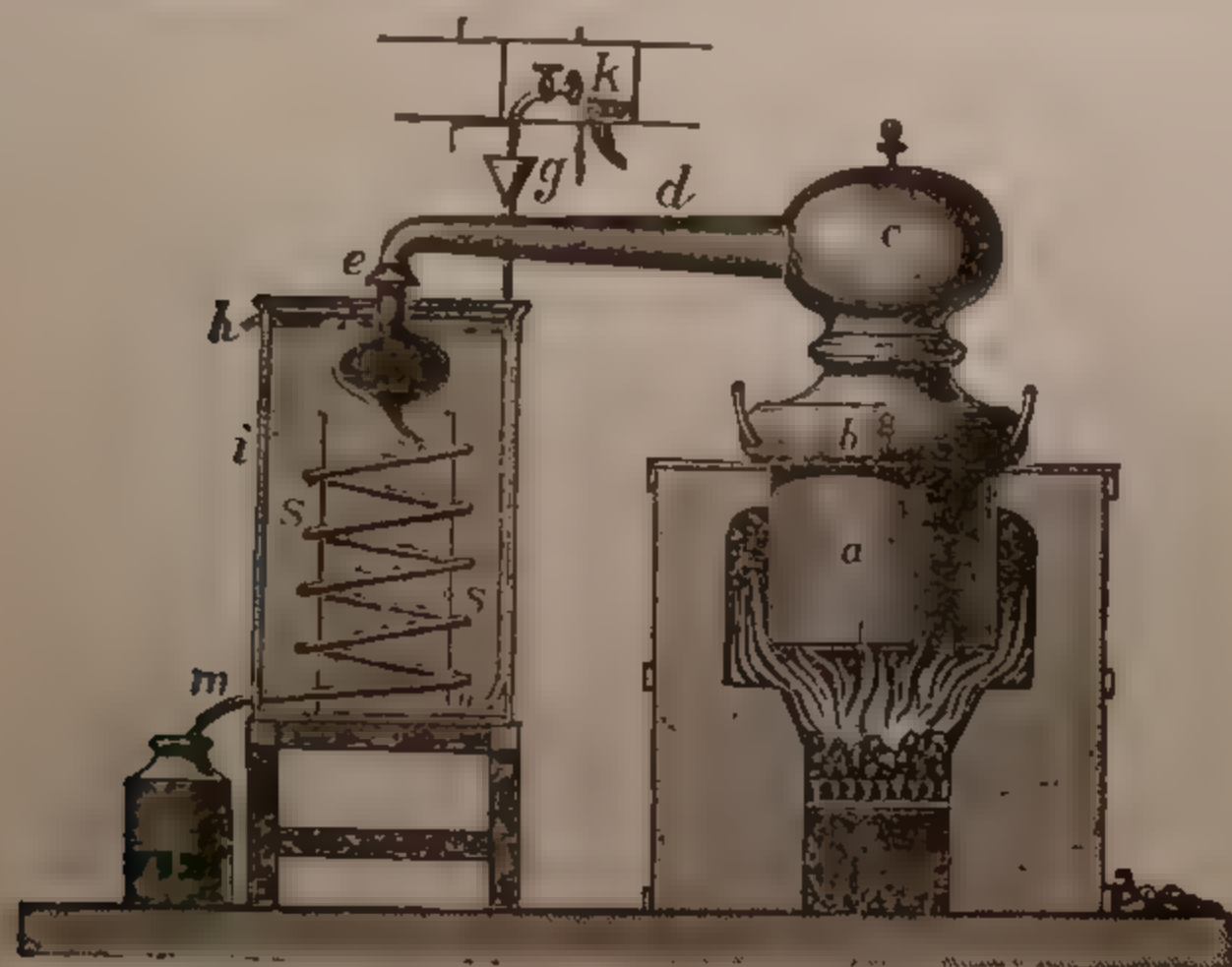



Fig. 54.

Il liquido di *i* va perciò riscaldandosi; lo si mantiene freddo, rinnovandolo continuamente: un getto continuo di acqua fredda scende per *g* nel fondo del recipiente *i*; mentre altrettanta acqua calda esce dalla parte superiore *h* e si scarica via. Occorre scaricare l'acqua dall'alto, perchè è appunto ivi che si solleva l'acqua più calda. Nella caldaia, oltre l'acqua, rimangono i residui delle sostanze solide, che erano sciolte nel vino.

Non si pensi che il liquido uscente da *m* sia alcool puro; alla temperatura della caldaia evapora anche un po' d'acqua, sebbene in quantità assai minore dell'alcool. Quindi distilla alcool mescolato con un po' d'acqua: e questa è in quantità sempre maggiore, quanto più il liquido della caldaia

si impoverisce di alcool. Alla fine distillerebbe solo l'acqua pura. Per concentrare l'alcool ottenuto, bisogna sottoporlo a ripetute distillazioni. In pratica, anzichè ripetere la distillazione successivamente più volte, si adoperano apparecchi dentro i quali il liquido è sottoposto a temperature diverse in diverse posizioni, e la distillazione si compie con un'operazione unica. In tal caso si chiama distillazione **frazionata.**

Con procedimento simile si ottiene l'**acqua distillata,** cioè pura; distillando l'acqua comune, che lascia nella caldaia le impurità che conteneva in soluzione. L'apparecchio descritto si chiama **alambicco.**

Se la sostanza contenuta nel liquido si altera o si scompone alla temperatura di distillazione, si può abbassare questa, operando nel vuoto; si ha così la distillazione nel **vuoto,** che serve anche ad ottenere una concentrazione della soluzione. Così si estraggono alcuni profumi dai vegetali, o si concentrano lo sciroppo di tamarindo, le conserve di pomodoro, ecc.

78. **Sublimazione.** — Vi sono dei corpi che riscaldati passano direttamente dallo stato solido allo stato gassoso, senza passare per lo stato liquido e viceversa. Tale fenomeno si chiama **sublimazione.** Così avviene, p. es., per la canfora, la naftalina, l'iodio, ecc. I vapori di zolfo, viceversa, in contatto con una parete fredda vi si condensano direttamente sotto forma di polvere fine, solida, chiamata *fiore di zolfo.*

Alla solidificazione della naftalina, che allo stato di vapore è contenuta nel gas illuminante, è dovuta nell'inverno l'ostruzione dei tubi del gas, se un tratto della conduttura è esposta al freddo esterno. In tal caso il gasista inietta per mezzo di una pompa, dentro la conduttura, un po' di alcool, il quale sciogliendo la naftalina disostruisce la tubazione.

Il fenomeno della sublimazione avviene allorchè la tensione del vapore della sostanza raggiunge il valore della pressione esterna (1 *atm*), alla temperatura alla quale la sostanza è ancora allo stato solido. Questa allora passa direttamente allo stato di vapore. Anche a temperatura ordinaria può avvenire l'evaporazione di un solido, per quelle sostanze la cui tensione del vapore ha un valore sensibile anche allo stato solido. Così la canfora evapora spontaneamente e lentamente anche alla temperatura ordinaria; infatti vediamo a poco a poco ridursi e scomparire quei pezzetti di canfora, che mettiamo tra le stoffe di lana per preservarle dalle tarme. Anche il ghiaccio evapora, pur essendo a temperatura inferiore a 0°, (§ 67).

79. Problemi sulla vaporizzazione.

a) Problemi risoluti.

1. *In un tubo barometrico contenente acqua (anzichè mercurio) questa s'innalza di m 10,15. Qual'è il valore della pressione atmosferica, se la temperatura esterna è di 20°C?*

Risoluzione. — La tensione del vapore d'acqua a 20° è (§ 67), di *cm* 1,74 di mercurio; *m* 10,15 d'acqua alla temperatura di 20°, alla quale la densità di essa è 0,998 (§ 37), corrispondono a *x cm* di mercurio, in modo che (Vol. 1°, § 208):

$$1015 : x = 13{,}59 : 0{,}998, \qquad \text{da cui:} \qquad cm\ x = \frac{1015 \times 0{,}998}{13{,}59} = cm\ 74{,}54.$$

Quindi la pressione atmosferica cercata è:

$$h = cm\,(1{,}74 + 74{,}54) = cm\ 76{,}28.$$

2. *Si versano* kg 2 *di alluminio fuso (a 659°) su kg 1,5 di acqua a 20°. Determinare le condizioni finali dell'esperienza.* (Calore di fusione dell'alluminio = 75).

Risoluzione. — La solidificaz. di *kg* 2 di allum. a 659° fornisce: (75 × 2) cal. = 150 cal.
il raffreddam. di *kg* 2 di allum. da 659° a 100° fornisce (2 × 0,24 × 559) cal. = 268 »

Totale = 418 cal.

Per scaldare *kg* 1,5 d'acqua da 20° a 100°, occorrono (80 × 1,5) cal. = 120 calorie. Rimangono quindi (418 — 120) cal. = 298 calorie, che producono l'evaporazione di parte dell'acqua a 100°: poichè per evaporare 1 *kg* d'acqua a 100° occorrono 536 cal., con 298 cal. evaporano *kg* (298 : 536) = *kg* 0,556 d'acqua. Quindi alla fine dell'esperienza, sono rimasti *kg* (1,5 — 0,556) = *kg* 0,944 di acqua, alla temperatura di 100°.

3. *Un recipiente di rame, il cui peso è* p_1, *contiene il peso* p *d'acqua a* t°. *Quanto vapore d'acqua a 150° bisogna far condensare, per portare la temperatura dell'acqua a T°?* (Trascurare le perdite di calore).

Risoluzione. — Si suppone naturalmente $t < T < 100°$. La quantità di calore necessaria per riscaldare il recipiente da $t°$ a $T°$ è:

$Q_1 = 0{,}093\, p_1 (T - t)$, ove 0,093 è il calore specifico del rame.

La quantità di calore necessaria per riscaldare il peso p d'acqua da $t°$ a $T°$ è:

$Q_2 = p\,(T - t)$. In tutto perciò occorre la quantità di calore:

$$Q = Q_1 + Q_2 = (0{,}093\, p_1 + p)(T - t).$$

Sia x il peso del vapore cercato. Il calore da esso ceduto, raffreddandosi da 150° a 100°, essendo 0,34 il suo calore specifico, è:

$q_1 = 0{,}34\, x\,(150 - 100) = 17\, x$. Condensandosi a 100°, cede la quant. di cal. (§ 70):
$q_2 = 536\, x$. Raffreddandosi l'acqua ottenuta, da 100° a T, cede la quant. di cal.:
$q_3 = x\,(100 - T)$. E in tutto il vapore cede la quantità di calore:

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = (17 + 536 + 100 - T)\, x = (653 - T)\, x.$$

Quindi, al solito, eguagliando:

$q = Q$; cioè: $(653 - T)\, x = (0{,}093\, p_1 + p)\,(T - t)$; da cui:

$$x = \frac{(0{,}093\, p_1 + p)(T - t)}{653 - T}.$$

b) Problemi da risolvere. (Trascurare le perdite di calore).

1. Si costruisca un barometro con etere. A che altezza arriva il liquido, se la temp. è di 20° ed il barometro a mercurio segna 75 *cm*? (Densità dell'etere = 0,75).

2. In un barometro s'introduce sul mercurio una colonna d'acqua di 20 *cm* d'altezza. Calcolare di quanto s'abbassa il mercurio, se la temperatura è di 10° *C*.

3. Un m^3 di gas illuminante bruciando svolge 4500 *cal.*; se si utilizza solo il 30% del calore prodotto, quanti m^3 di gas occorrono per portare all'ebollizione e vaporizzare completamente 10 litri d'acqua inizialmente a 15° *C*?

4. Si versa un pezzo di rame del peso di *kg* 6, scaldato a 500°, in un recipiente contenente *g* 700 di ghiaccio fondente. Calcolare la quantità d'acqua che rimane alla fine nel recipiente.

5. Quanti *kg* di ammoniaca (liquida) occorre fare evaporare, per ottenere la congelazione di *kg* 15 di acqua, inizialmente alla temperatura di 25°?

6. Si fanno condensare 5 *kg* di vapore d'acqua a 10 *atm* in una massa d'acqua, la cui temperatura si eleva di 25°. Si domanda il peso di quest'acqua (Calore specifico del vapore d'acqua = 0,34).

7. 1 *kg* di carbone svolge bruciando, 7200 *cal.* Quale quantità di combustibile occorre per scaldare da 15° a 100°, e vaporizzare a tale temperatura, 1250 *g* d'acqua, contenuta in un recipiente di ferro del peso di *g* 750?

8. In un recipiente di ferro di peso p è contenuto il peso P di ghiaccio a $-t°$. Qual peso minimo di piombo fuso a $T°$, si deve versare in tal recipiente, per ottenere la fusione del ghiaccio e la vaporizzazione (a 100°) dell'acqua ottenuta?

Liquefazione dei gas.

80. **Liquefazione per raffreddamento.** — *Liquefazione è il passaggio dallo stato di vapore allo stato liquido*; è cioè il fenomeno inverso della vaporizzazione. Così, il vapore dell'acqua uscente da una caffettiera, si condensa su di un piatto freddo, e cade in gocce, (Fig. 55).

Fig. 55.

È sempre possibile, alla pressione normale, *liquefare un gas, raffreddandolo sufficientemente*; e cioè sino alla temperatura di ebollizione del liquido corrispondente.

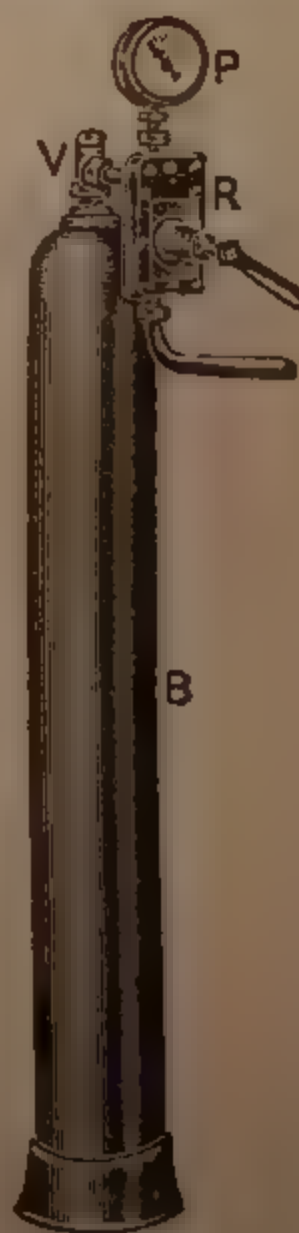
Così si ottiene la liquefazione dell'anidride solforosa a –10°; quella dell'ammoniaca [1] a –38°,5; dell'anidride carbonica a –78°, ecc. Anche l'aria è stata liquefatta, raffreddata a –191°, e l'idrogeno a –252°,5.

81. **Liquefazione per compressione.** — Poichè era difficile ottenere temperature bassissime, si provò ad agevolare la liquefazione dei gas, comprimendoli. Infatti, se con la pressione s'innalza il punto di ebollizione di un liquido, parimenti un gas compresso liquefa a temperatura più elevata.

Così, alla temperatura di +10° *C*, l'anidride solforosa diventa liquida se compressa a 2,3 *atm*, l'ammoniaca a 6 *atm*, l'anidride carbonica a 46 *atm*. Talchè questi gas si trovano ora in commercio allo stato liquido, alla temperatura ordinaria, compressi entro *bombole* di acciaio, (Fig. 56).

Però *non tutti i gas possono essere liquefatti per sola compressione*. Alcuni di essi, come l'ossigeno, l'azoto, l'idrogeno, il metano, ecc., pure assoggettati dal Natterer all'enorme pressione di 3600 *atm*, conservarono alle comuni temperature, lo stato gassoso. Furono perciò chiamati, nel secolo passato, gas permanenti.

Fig. 56.

82. **Temperatura critica.** — La ragione di tale comportamento fu trovata da Andrews [2]. Egli studiò a quale pressione l'anidride carbonica diventa liquida alle diverse temperature. Trovò che a 0° liquefa a 35 *atm*; a 10° a 46 *atm*; a 20° a 59 *atm*....; e così via a pressioni sempre maggiori

(1) Si ricordi che l'*ammoniaca* è un gas, nota del § 63.
(2) Andrews Tomas, chimico inglese; n. a Belfast nel 1813, m. ivi nel 1885.

man mano che la temperatura cresce; e ciò fino a 31° a cui liquefa a 73 *atm*.

Ma *a temperatura maggiore di 31° C, non è più possibile liquefare l'anidride carbonica, per quanto compressa a qualsiasi pressione enorme.* Esiste dunque per l'anidride carbonica, e così pure per gli altri gas, una temperatura (diversa da gas a gas) tale che se il gas è al di sotto di essa, è sempre possibile trovare una pressione a cui liquefa; mentre al di sopra di tale temperatura il gas non liquefa ad alcuna pressione, per quanto grande. Questa temperatura si chiama la **temperatura critica**.

I gas liquefacibili con la pressione a temperatura ordinaria, sono quindi quelli la cui temperatura critica è superiore a quella ordinaria. La temperatura critica dell'aria è −140° *C*; si spiega così come il Natterer non sia riuscito a liquefarla a 3600 *atm*, poichè non la raffreddava al di sotto di −140°; raffreddata a −140° l'aria liquefa con pressione molto più modesta, e cioè solo a circa 40 *atm*.

Oggi tutti i gas sono stati liquefatti, ed anche solidificati.

La pressione a cui liquefa un gas alla sua temperatura critica, si chiama **pressione critica.**

La densità di un liquido alla temperatura critica, diventa eguale a quella del suo vapore saturo; il passaggio dallo stato liquido a quello di vapore si effettua, in tali condizioni, senza spesa di energia, cioè senza dispendio di calore. Come si è osservato al § 70, le calorie di vaporizzazione di un liquido alla temperatura critica, diventano nulle.

Poichè tutti i gas sono stati liquefatti, essi devono ritenersi tutti come vapori, più o meno lontani dal loro punto di liquefazione. Onde, per fare una distinzione tra vapore e gas, potremo convenire di chiamare **vapore** l'aeriforme che si trova *al di sotto* della temperatura critica, e **gas** quello che è a temperatura *superiore* alla critica.

83. **Liquefazione per raffreddamento e compressione.** — Deduciamo dal paragrafo precedente, che per liquefare un gas occorre combinare il raffreddamento con la compressione: il raffreddamento occorre per portare il gas al di sotto della temperatura critica; la compressione ne agevola poi la liquefazione.

84. **Liquefazione dell'aria.** — Il primo che provò la possibilità di liquefare l'aria, fu il Cailletet nel 1877. Egli compresse dell'aria in un tubo di vetro a più di 300 *atm*; indi tolse istantaneamente la pressione; l'aria compressa espandendosi si raffreddava tanto in quell'istante, (§115), da condensarsi in *una nebbia* di aria liquida.

Poco tempo dopo il Pictet riuscì ad ottenere le prime *gocce* di ossigeno liquido; e nel 1883 Wroblewski e Olzewski riuscirono ad ottenere liquidi *in modo stabile* parecchi gas permanenti. Ma il primo che riuscì ad ottenere aria liquida in grandi quantità e per scopi industriali, è stato il bavarese Linde [1], nel 1895. Egli ottenne il raffreddamento necessario, con l'espansione. Un gas compresso espandendosi, compie un lavoro (interno ed esterno,

---

(1) Linde Carl Paul; n. a Bendorf, Oberfranken, nel 1842.

vedasi § 115, il [illegible] di calore, che il gas prende da sè stesso; cioè si *raffredda*. La diminuzione di temperatura è di circa un quarto di grado, per ogni atmosfera di diminuzione della pressione.

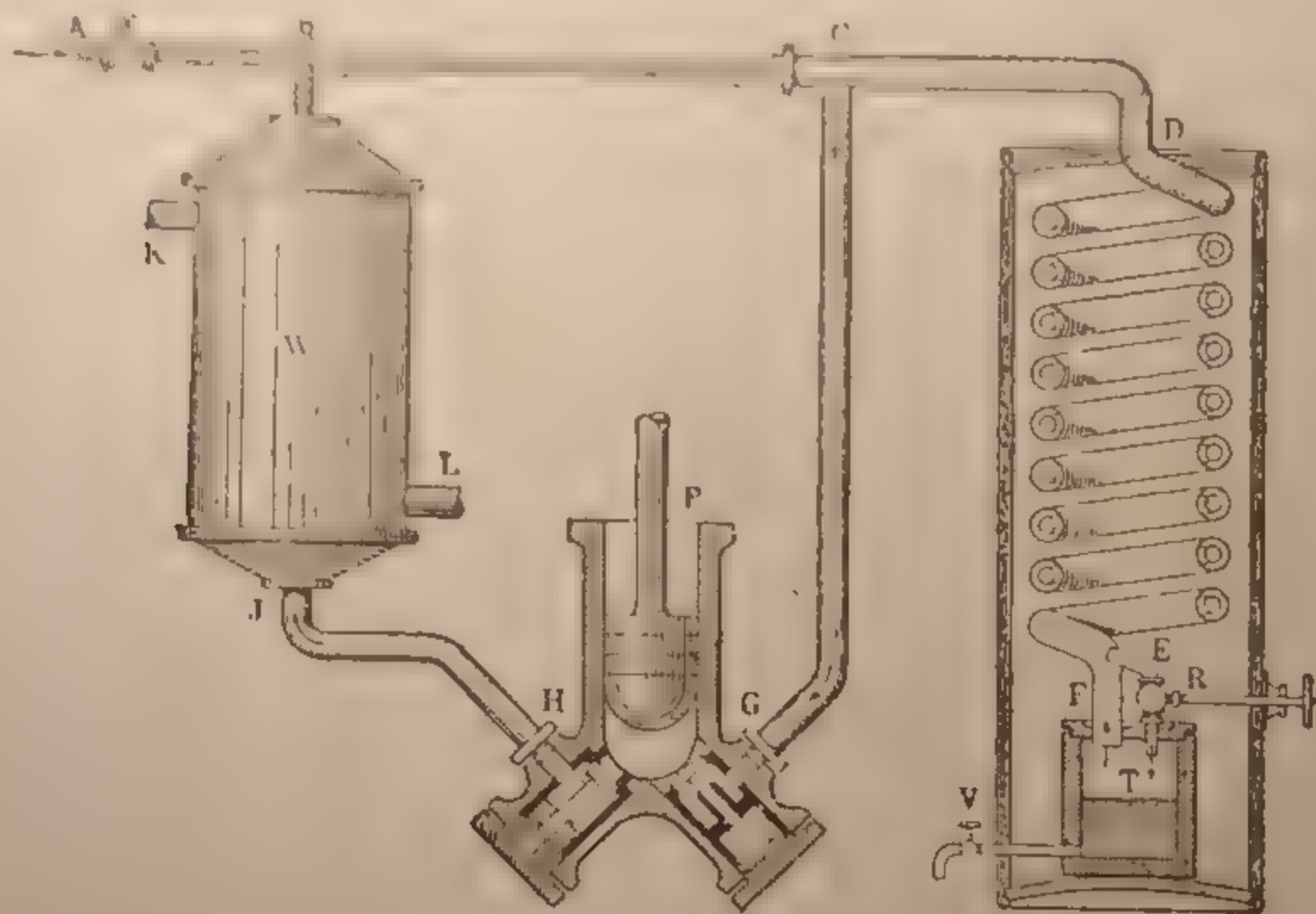



Fig. 57.

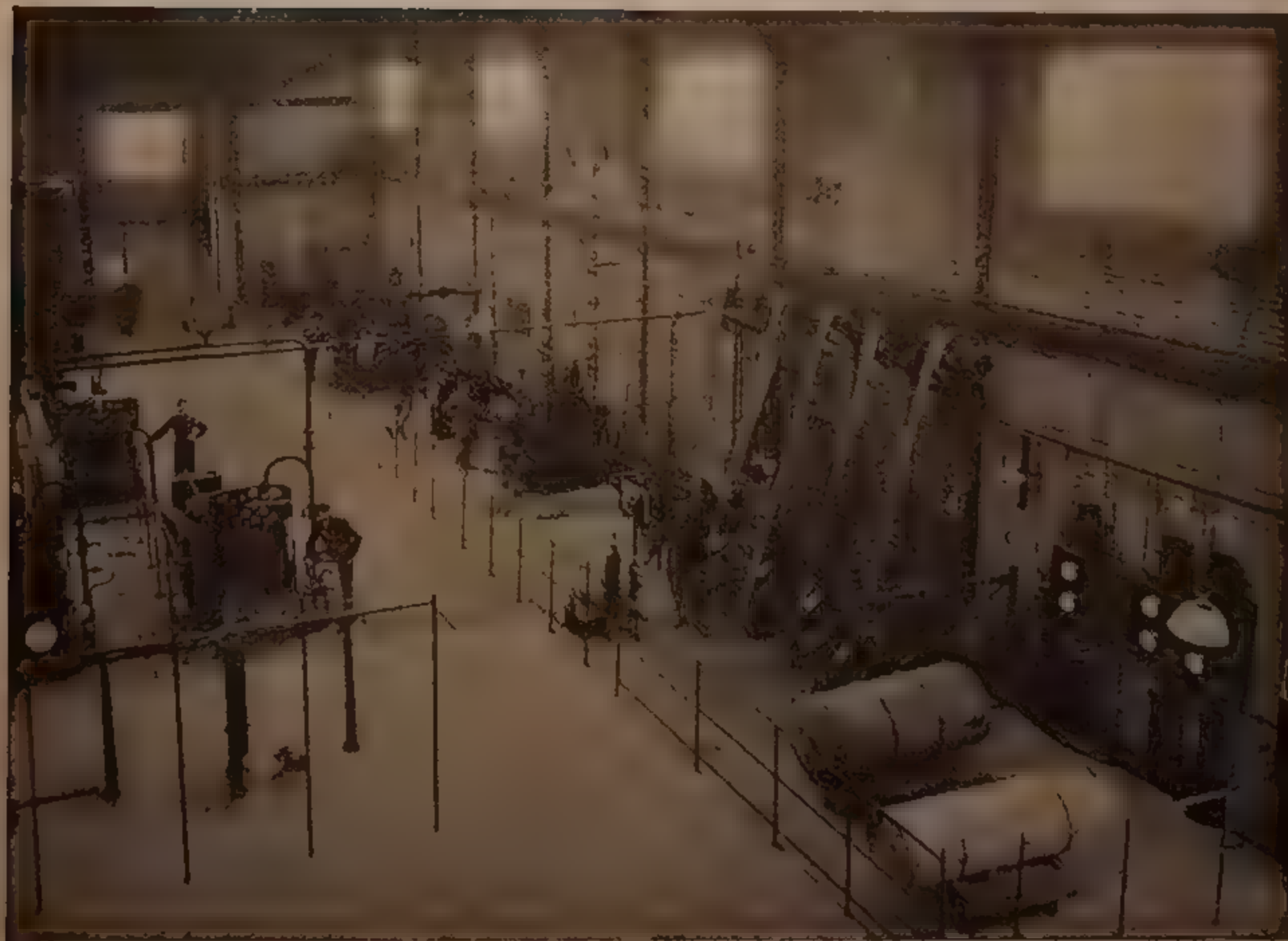



Fig. 58.

La Fig. 57 mostra lo schema dell'apparecchio del Linde, che in pratica è assai più complicata. Una pompa P comprime l'aria a circa 150 *atm*, in un tubo AB, ove subisce un primo raffreddamento in un refrigerante W; da qui entra in CE, che è un lungo tubo avvolto a serpentino e si espande uscendo da un rubinetto R che ne regola l'efflusso, raffreddandosi alquanto. L'aria fredda ottenuta, torna indietro per un tubo FD che circonda il primo tubo E, e raffredda ulteriormente l'aria che entra nel tubo interno; perciò questa nuova aria espandendosi dopo R si raffredda ancora di più; mentre l'aria di F per il tubo CG ritorna alla pompa.

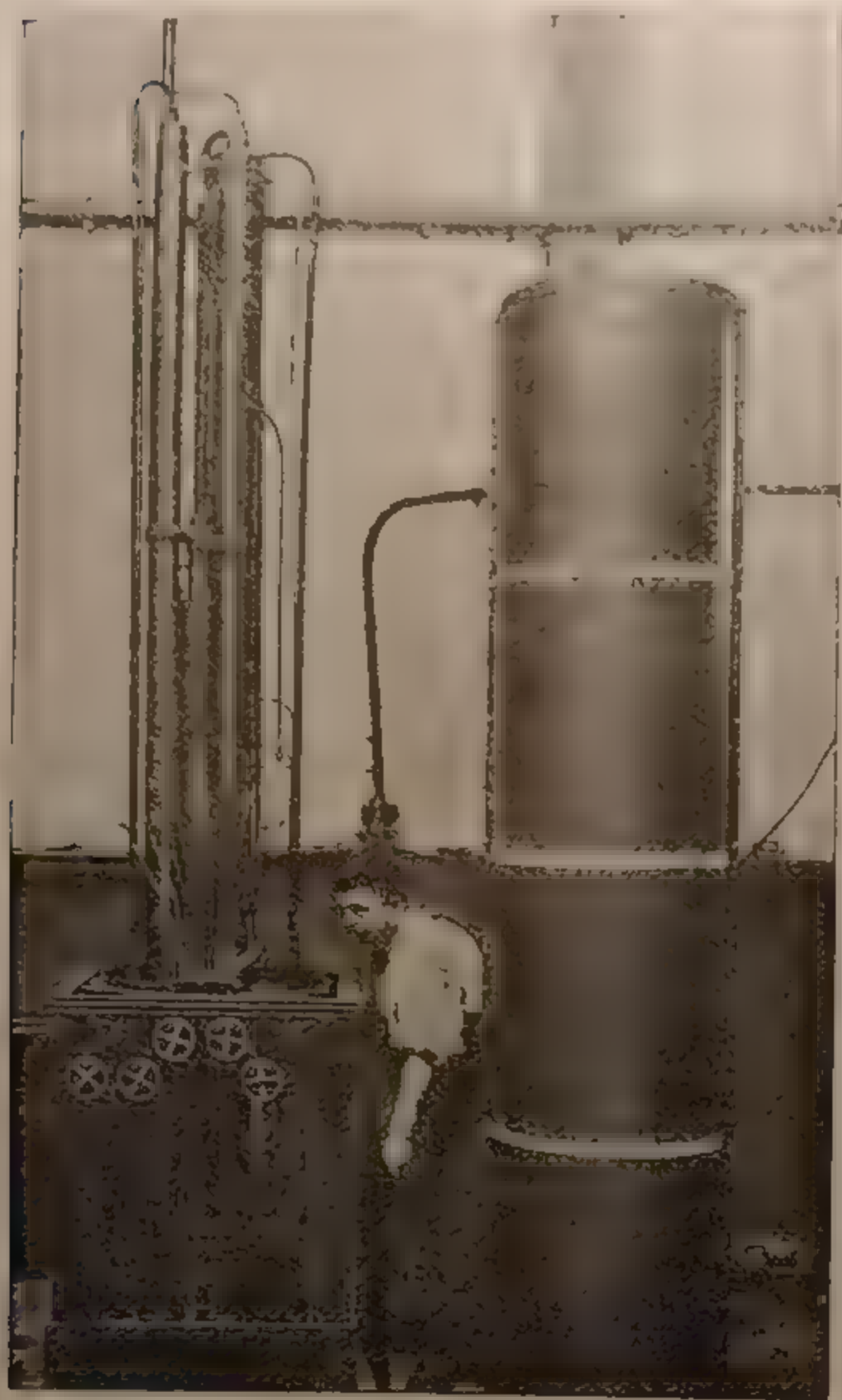



Fig. 59.

L'aria di E così continua a raffreddarsi sempre più, finchè arriva a circa –145°; alla quale temperatura, essendo alquanto compressa, può liquefare, e si raccoglie liquida in T; da cui può uscire all'esterno per il rubinetto V. Uscendo, una parte di essa evapora, e quella che rimane si raffredda ulteriormente per tale evaporazione (§ 70), finchè raggiunge –191°; alla quale temperatura rimane liquida alla pressione ordinaria.

Così, per produrre aria liquida, non si spende che la forza motrice necessaria per fare agire la pompa P; in pratica per ogni *HP-ora* di energia, si ottiene circa 1 litro di aria liquida.

La Fig. 58 mostra l'interno di uno stabilimento industriale per la produzione dell'aria liquida; e la Fig. 59 la parte (scoperta) in cui avviene l'espansione e la liquefazione dell'aria.

85. **Vasi di Dewar.** — L'aria liquida non può conservarsi in recipienti ordinarî, nei quali si troverebbe nelle stesse condizioni che una pentola d'acqua in un forno; ricevendo calore dall'ambiente essa evaporerebbe in poco tempo.

Per conservarla, bisogna isolarla dal calore esterno. Servono per tale scopo i vasi di Dewar (1), che sono recipienti di vetro, a doppia parete P e P'

(1) Dewar James, chimico inglese; n. a Kincardine on Forth nel 1842, m. nel 1923.

[illegible] è fatto il vuoto più spinto che si sappia ottenere, [illegible] alcuna sostanza che possa trasmettere il calore dall'esterno. Per impedire che il calore entri per irraggiamento (§ 21), si rende con l'argentatura la parete del vetro speculare; in modo che il calore radiante sia rimandato indietro per riflessione, come avviene per la luce.

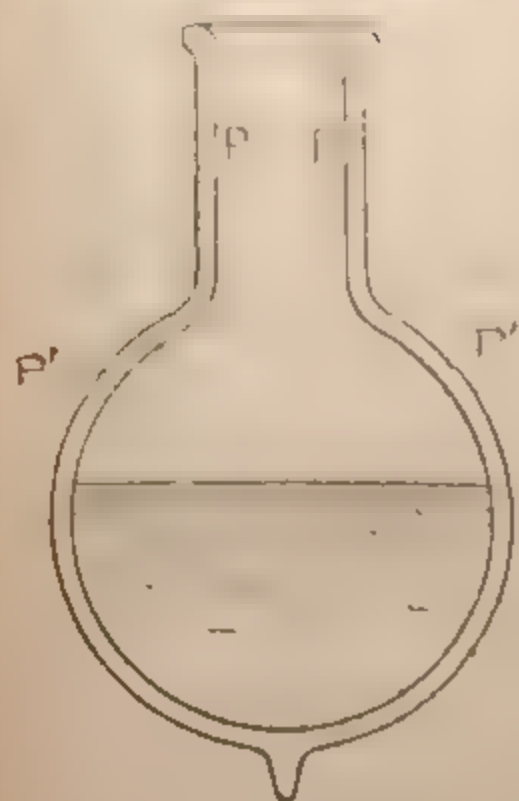



Fig. 60.

In tali vasi l'aria liquida può conservarsi molte ore: il D'Arsonval ne conservò perfino quasi un mese, in un recipiente della capacità di 10 litri. Con tale sistema sono fatte le note bottiglie *Thermos* del commercio; la Fig. 61 ne rappresenta una, col suo vetro di ricambio. Queste bottiglie sono miracolose: se vi mettiamo un pò di caffè bollente la mattina, lo troviamo ancora caldo la sera!

Fig. 61.

86. **Proprietà ed applicazioni dell'aria liquida.** — L'aria liquida appena prodotta, è torbida per l'anidride carbonica solida e piccoli ghiacciuoli che contiene. Si filtra come un liquido qualunque e diviene limpida e di colore ceruleo; questo è dovuto all'ossigeno che contiene; così si spiega (in parte) l'azzurro del cielo.

La densità dell'aria liquida è all'incirca come l'acqua, cioè 1. Un litro di aria liquida ha il peso quindi di 1 *kg*; grammo più, grammo meno, secondo che contiene più o meno ossigeno.

Gli esperimenti che possono farsi con l'aria liquida, destano grande meraviglia; si fondano specialmente sulla bassissima temperatura (−191° *C*) a cui essa trovasi. Un po' di mercurio, su cui si versi aria liquida, diventa solido come l'argento; si può fare un bicchiere di mercurio solido, in cui può versarsi un po' d'acqua. La gomma elastica, un fiore (Fig. 62), diventano rigidi e fragili come il vetro. L'alcool e l'etere gelano facilmente; il burro e la carne diventano duri come pietra, e si polverizzano in un mortaio; il piombo diventa elastico e sonoro come il ferro. Il carbone di legna alla temperatura dell'aria liquida, acquista la proprietà di assorbire in grandi quantità i gas e l'aria. Se ne è fatta applicazione per fare il vuoto in un recipiente, senza bisogno della macchina pneumatica. Si può bere senza inconvenienti un sorso d'aria liquida; perchè essa passando per la bocca e l'esofago vi assume lo stato sferoidale (§ 75) e non viene in contatto con essi; ma arrivata nello stomaco gasifica e può produrre la violenta dilatazione di esso, se non è in piccola quantità.

Si son tentate molte applicazioni dell'aria liquida, con poca fortuna.

Così, si è fatto il *motore ad aria liquida*, nel quale si utilizzava la forza di espansione dell'aria fortemente compressa, che si ricavava dalla vaporizzazione dell'aria liquida. Si sperava di ottenere così un motore potente ma leggero, adatto per l'aviazione; non pensando che se il motore era leggero, era però rilevante il peso dell'aria liquida necessaria a farlo funzionare, (circa 5 *kg* per ogni *HP ora*; mentre nei motori a scoppio oggi adoperati, bastano 300 *g* di benzina per *HP-ora*).

Fig. 62.

Si è provato un *esplosivo ad ossigeno liquido*, ottenuto imbevendo la bambagia con ossigeno liquido; in tal modo essa deflagra come il fulmicotone ed agisce quale esplosivo. Esso fu adoperato in parte nel traforo del Sempione, per questi motivi:

1. È privo di pericolo nel caso di esplosioni tardive, perdendo ogni azione dopo qualche minuto, allorchè cioè sia evaporato l'ossigeno liquido che conteneva.

2. Con l'esplosione non si producono gas dannosi alla respirazione, come avviene per la dinamite; questa è perciò incomoda all'uso in ambienti chiusi, come è appunto per le gallerie.

Ma anche questa applicazione non ebbe grande esito, per le difficoltà d'uso dell'aria liquida.

Si provò anche l'*invecchiamento artificiale del cognac*, che a temperatura molto bassa acquista in poco tempo il gusto come se fosse più vecchio di qualche anno. Non consta che questo procedimento sia ora adoperato nella pratica.

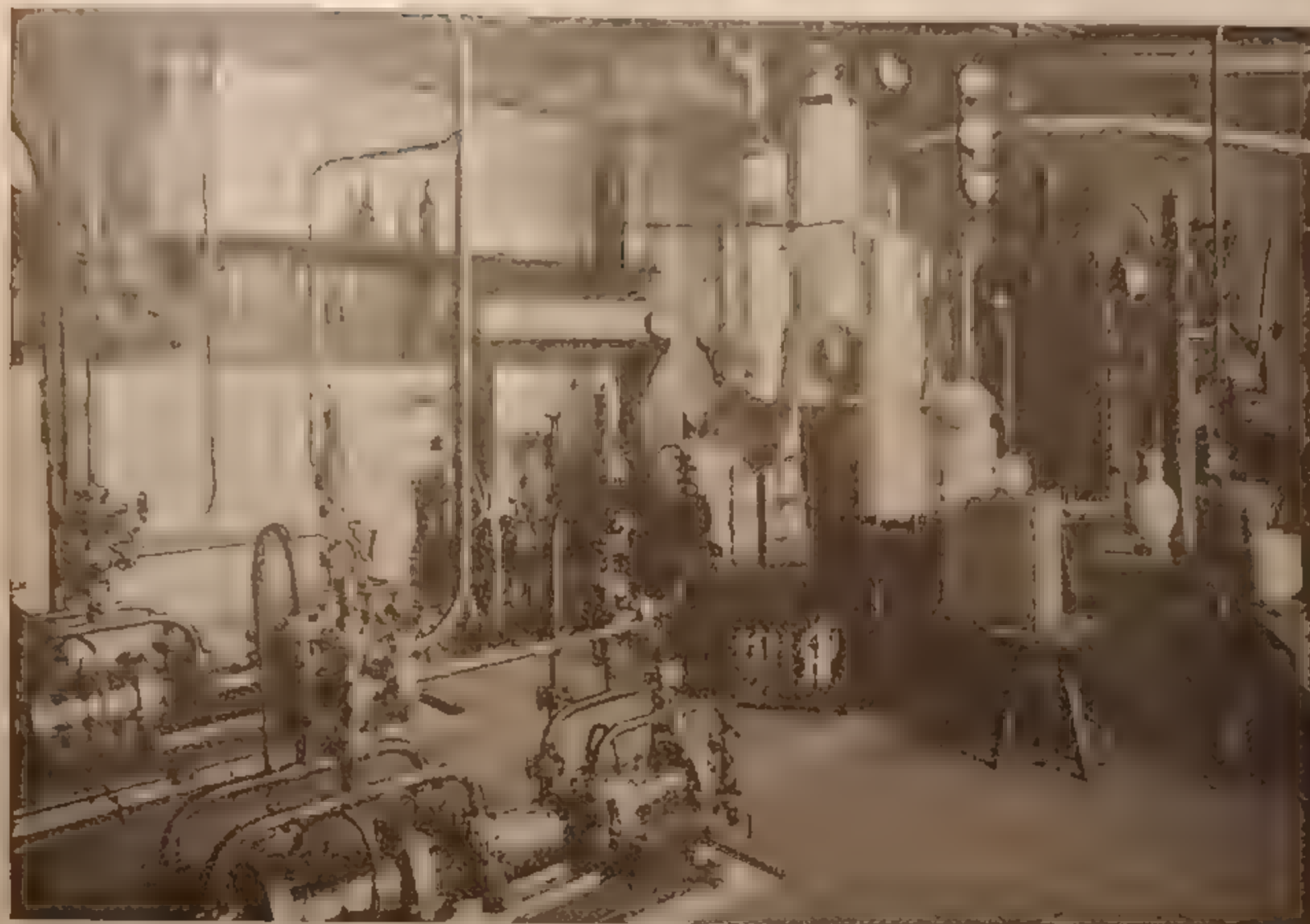
Di applicazione, veramente pratica, non v'è che *l'estrazione dell'ossigeno* dall'atmosfera. L'aria liquida è formata principalmente di un miscuglio di ossigeno e azoto liquidi. Distillando questo miscuglio, evapora prevalentemente l'azoto, che è più volatile; resta quindi l'ossigeno che si raccoglie a sua volta, e si mette in commercio, compresso in bombole di acciaio come quella della Fig. 56, a circa 150 *atm*.

Dalla distillazione dell'aria liquida, possono anche ricavarsi i gas rari che essa contiene, come l'argon, il neon, l'elio, ecc.

Oggi si è riusciti a liquefare l'idrogeno e l'elio; dalla evaporazione di questo nel vuoto si è ottenuta la temperatura di $-272^{o},38$ *C*; applicando a questa

[illegible] ...neto-elettrico scoperto recentemente (su cui [illegible] ...tata raggiunta (marzo, 1934), la tempe-

Fig. 63.

ratura di $-273^\circ,04$, che dista appena di $0^\circ,05$ dallo zero assoluto, (§ 44)!

La Fig. 63 mostra il Laboratorio crioscopico di Leyda, uno dei più attrezzati del mondo per la produzione dei grandi freddi, in cui è stato ottenuto da Keesom ed Haas il risultato ora menzionato ed in cui si è perfino ottenuta la solidificazione dell'elio. La figura serve anche per dare un'idea della grandiosità del macchinario occorrente per questi esperimenti.

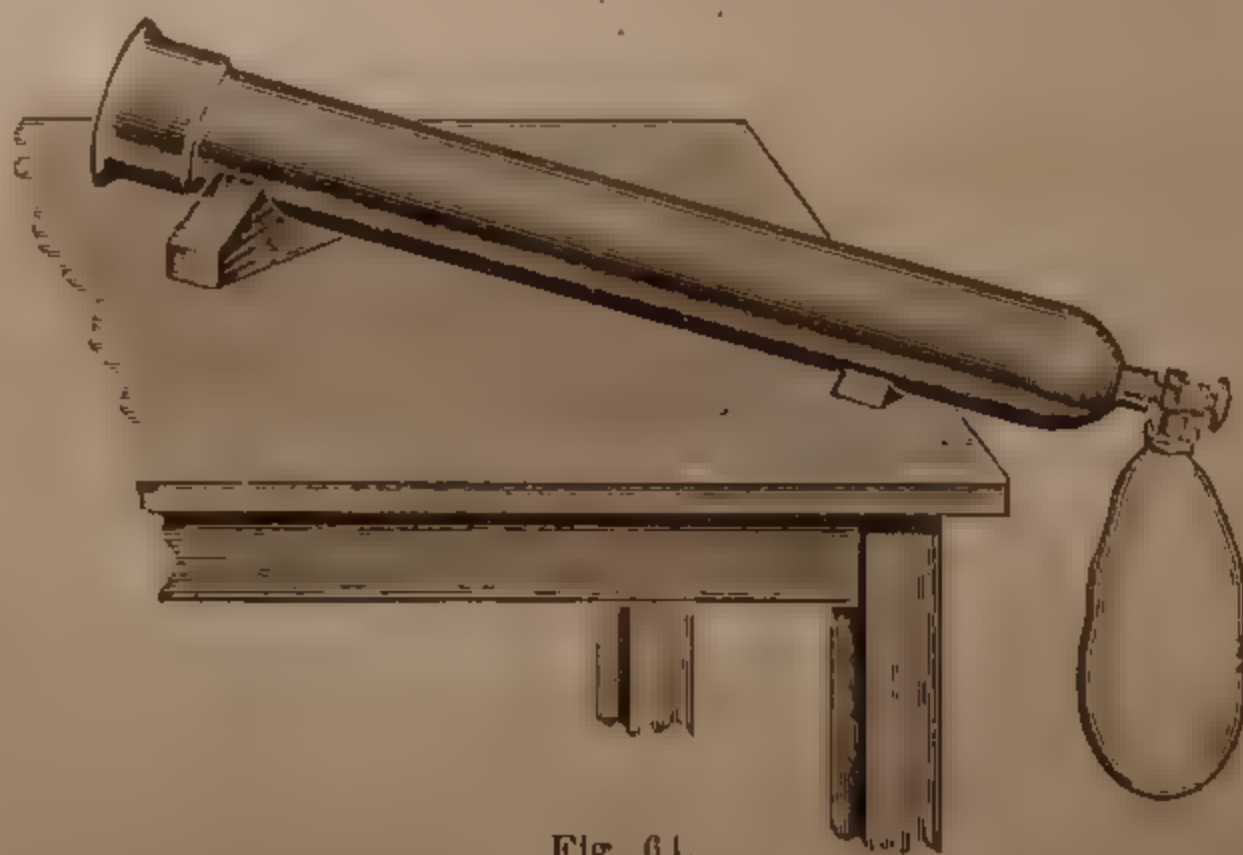



Fig. 64.

87. La neve carbonica. — Si può ottenere facilmente l'*anidride carbonica solida*, nella seguente maniera. S'inclini una bombola contenente anidride carbonica liquida (§ 81), in modo che la testa di essa sia più bassa (Fig. 64), e si leghi attorno al raccordo di uscita della bombola la bocca di un sacchetto di flanella. Aprendo con

cautela il rubinetto della bombola, ne esce con violenza un getto di anidride carbonica liquida, spinta dalla forte pressione interna. Essa, venendo alla pressione ambiente, evapora in parte quasi istantaneamente; si produce con ciò un raffreddamento così forte (§ 70), che il resto del liquido solidifica. In pochi secondi, si raccoglie nel sacchetto una polvere bianca, avente l'apparenza della neve, alla temperatura di −80°, che è anidride carbonica solida, e che si chiama **neve carbonica**. Togliendola col cucchiaio, e impastandola con un po' d'etere solforico, si ottiene una pasta freddissima, a temperatura di −110°, che può sostituire benissimo l'aria liquida, per le esperienze accennate al § 86.

La neve carbonica, compressa in pastiglie o in bacchette, evapora lentissimamente, tanto da mantenersi per molte ore, e da potersi spedire per posta da un paese all'altro. Essa, sotto il nome di **ghiaccio secco**, è già un prodotto commerciale, in blocchi bianchi, cilindrici, di circa *cm* 20 di diametro, e lunghi *cm* 50, pesanti da 20 a 25 *kg* ciascuno, e che possono tagliarsi con una sega. È preferibile al ghiaccio per la conservazione delle derrate alimentari, sia per la più bassa temperatura, sia per la mancanza di umidità, sia per la sua leggerezza; equivalendo per il freddo a un peso decuplo di ghiaccio. Il ghiaccio secco è stato anche impiegato dal dirigibile *Graf-Zeppelin* per la conservazione delle vivande nei suoi viaggi dall'Europa all'America; si adopera anche in medicina, per la cauterizzazione delle ferite, essendo noto che i grandi freddi producono sui tessuti animali lo stesso effetto di un ferro rovente. Mettendone un poco in una scatola contenente gelati, permette di trasportarli e conservarli per parecchie ore e perfino per qualche giorno.

88. **Fabbricazione del ghiaccio artificiale.** — Per far gelare un po' d'acqua in famiglia, sono adoperate piccole macchine, in cui si ottiene il raffreddamento dell'acqua facendola evaporare nel vuoto. La Fig. 65 rappresenta una di queste macchinette. Con una buona pompa *P* si fa il vuoto in una caraffa *C* piena d'acqua; questa si mette a bollire (§ 73); per prolungare l'ebollizione per qualche minuto, bisogna sottrarre il vapore man mano che si forma. Ciò si ottiene con un recipiente *R* contenente acido solforico concentrato, sostanza avidissima di vapore d'acqua, che assorbe in forte quantità. L'evaporazione rapida di una parte dell'acqua produce un raffreddamento sufficiente a far gelare in pochi minuti l'acqua rimasta nella caraffa.

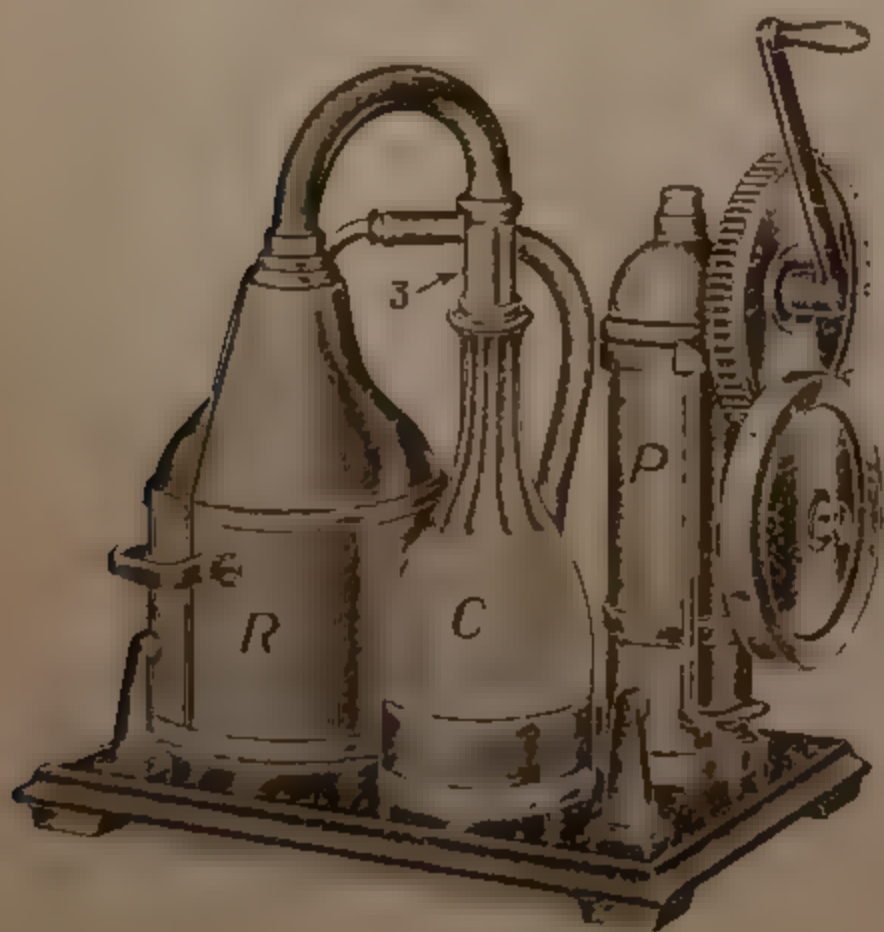



Fig. 65.

Nell'industria, per gelare l'acqua, si ricorre al freddo prodotto dalla evaporazione di un liquido, che diventa gas a pressione e temperatura ordinaria. Ordinariamente si ricorre all'ammoniaca. Un compressore *P* (Fig. 66) comprime il gas ammoniaco e lo liquefa

a temperatura ordinaria in un serpentino B contenuto in una vasca con acqua fresca; il liquido ottenuto è condotto in un lungo tubo di ferro F nel quale vi è bassa pressione; l'ammoniaca non può rimanervi liquida e perciò evapora, producendo freddo. Il gas formatosi viene aspirato per il tubo A dal medesimo compressore e torna a liquefarsi per compressione; e così via continuamente, è sempre la medesima ammoniaca che serve senza che se ne perda sensibilmente. Il tubo di ferro F è immerso in un serbatoio Q contenente acqua e cloruro di calcio, che così si raffredda sino a circa –10°; il cloruro di

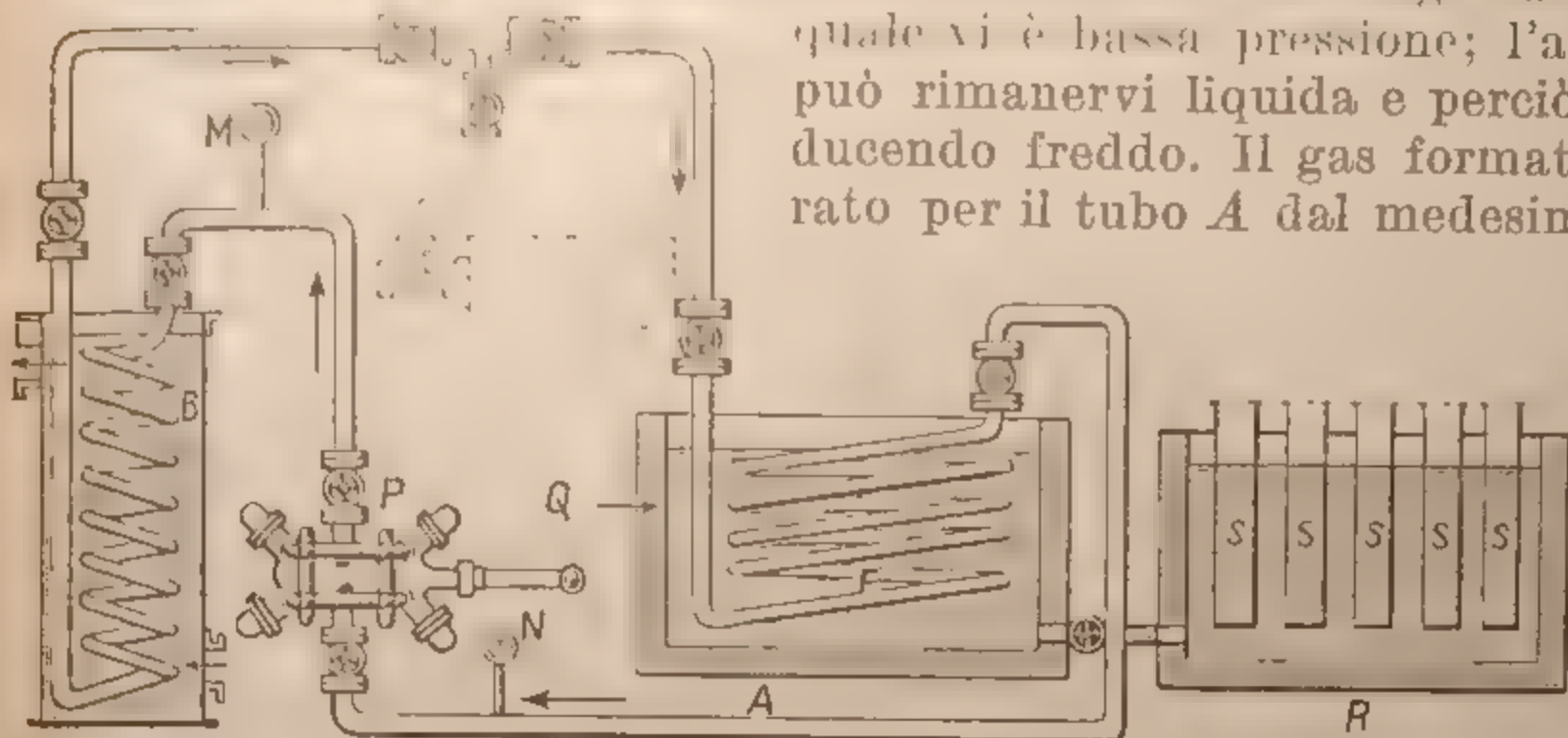



Fig. 66.

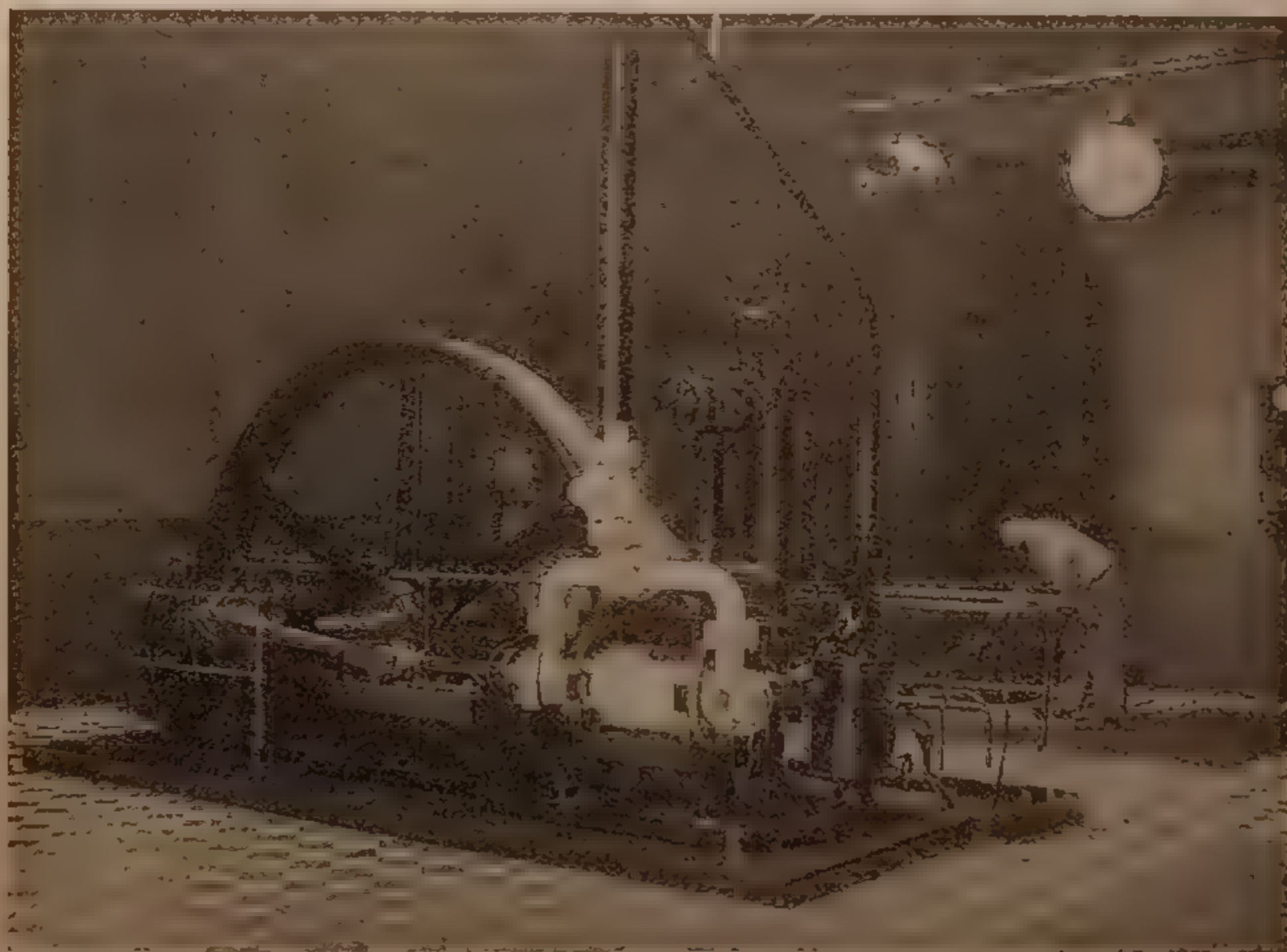



Fig. 67.

calcio serve ad impedire che quest'acqua geli. Questo liquido freddo viene condotto in una grande vasca di legno R, in cui si immergono le scatole S piene di acqua potabile; questa in circa 10 ore gela.

Quindi per produrre ghiaccio non si spende che la forza motrice necessaria per far funzionare il compressore. Con un *HP ora* si ottengono praticamente circa 20 *kg* di ghiaccio.

La Fig. 67 mostra in parte l'interno di una fabbrica di ghiaccio artificiale; e precisamente la sala contenente il compressore P e il refrigerante B della Fig. 66. La Fig. 68 mostra una piccola macchina per famiglia, alberghi, ecc.

Fig. 68.

Oltre che per la fabbricazione del ghiaccio, la produzione del freddo è applicata industrialmente per moltissimi usi, fra cui i principali:

1. La conservazione delle carni, uova, frutta, ecc., in *celle frigorifere*, mantenute a bassa temperatura.

2. Trasporto di carni e pesci congelati, e loro conservazione per varie settimane, in bastimenti e vagoni appositamente costruiti.

3. Conservazione dei fiori recisi.

4. Conservazione della birra in cave e vagoni frigoriferi.

5. Raffreddamento e ventilazione degli ambienti, d'estate.

89. Problemi sulla liquefazione dei gas.

a) Problema risoluto.

Quanta ammoniaca deve vaporizzare per produrre P kg *di ghiaccio, se il rendimento totale dell'impianto è* ϱ*?*

Risoluzione. — Sia t la temperatura iniziale dell'acqua da solidificare. Per portare P *kg* d'acqua a 0°, occorrono Pt *cal*; e per solidificarla, 79,2 P *cal*; in tutto:

$$Q = (79{,}2 + t)\, P \; cal.$$

Ciò teoricamente; in pratica, se il rendimento dell'impianto è ϱ, occorre la quantità di calore:

$$Q_1 = \frac{(79{,}2 + t)\, P}{\varrho}.$$

Sappiamo (§ 70), che le calorie di vaporizzazione dell'ammoniaca a 0° sono 295; quindi dobbiamo vaporizzare x *kg* di ammoniaca, in modo che:

$$295\; x = Q_1 = \frac{(79{,}2 + t)\, P}{\varrho}; \qquad \text{da cui:} \qquad x = \frac{(79{,}2 + t)\, P}{295\, \varrho}$$

b) Problemi da risolvere.

1. Si racchiude 1 litro d'aria liquida, in un recipiente chiuso della capacità di 2 litri, tenuto a 10°. Che pressione raggiungerà l'aria ad evaporazione completa?

2. Quanti litri di aria liquida si otterranno dalla liquefazione di m^3 28 di aria ordinaria, alla temperatura di 20° *C*?

3. Quanti *kg* di ghiaccio si possono ottenere, solidificando acqua inizialmente a $t°$, con la vaporizzazione di *kg* P di anidride carbonica, se il rendimento dell'impianto è del 72%?

CENNI DI METEOROLOGIA

L'atmosfera terrestre.

90. **La meteorologia - L'atmosfera.** - La meteorologia studia i fenomeni che si producono nell'atmosfera.

L'atmosfera è l'involucro gassoso che circonda la terra, per uno spessore non precisato; secondo alcuni per circa 80 *km*; secondo altri più probabilmente sino a 500 *km*. È costituita in basso prevalentemente di ossigeno ed azoto, con piccole quantità di altri gas, nelle proporzioni seguenti:

azoto	78	%	in volume
ossigeno	21	»	»
anidride carbonica	0,03	»	»
argon, neon, cripton, ecc., complessivamente .	0,9	»	»
vapor d'acqua, molto variabile, in media .	0,0	»	»

Tale composizione è stata trovata quasi costante, sino a 19 *km* d'altezza.

A grande altezza vi sono probabilmente rilevanti quantità di idrogeno e di elio, che poi formano, quasi esclusivamente, gli ultimi strati superiori dell'atmosfera. Ma col pallone stratosferico U.R.S.S., nella famosa ascensione del settembre 1933 (Vol. 1°, § 241), fu riscontrato che a 19 *km* d'altezza, la composizione dell'aria è quasi eguale a quella che respiriamo alla superficie della terra.

91. **La temperatura dell'atmosfera** dipende principalmente dal calore, che essa riceve dalla terra; poichè essendo l'atmosfera trasparente per i raggi solari, questi l'attraversano senza riscaldarla. In realtà, una parte dei raggi solari è assorbita dal vapore dell'acqua, dall'anidride carbonica, e dal pulviscolo, che così contribuiscono al riscaldamento dell'aria. E poichè queste sostanze sono in maggior copia negli strati più bassi, così questi si scaldano più che gli strati superiori.

La temperatura dell'atmosfera diminuisce, con l'altezza, di circa 1° per ogni 140 *m*. Però, a circa 11 *km* d'altezza vi è uno strato a temperatura costante; sopra di questo spesso la temperatura cresce alquanto con l'altezza; cioè vi è uno **strato d'inversione**, che è alla temperatura di circa -60° *C*. Lo strato di aria inferiore all'altezza di 11 *km* ha il nome di **troposfera**; quello superiore **stratosfera**, fino a 80 *km*; oltre questa altezza si ha **l'altosfera** (strato di Heaviside). Si ritiene che tra i 50 e 60 *km* la temperatura aumenti notevolmente; secondo alcuni, a circa 80 *km* la temperatura salirebbe a +130° *C*! A circa 40 *km* vi è una brusca diminuzione di densità, che spiegherebbe la riflessione del suono.

La temperatura dell'aria si misura con termometri a mercurio, situati *all'ombra*, all'aperto, in luogo ventilato. La temperatura misurata al sole non ha alcun significato, bastando modificare la forma e l'aspetto del bulbo per cambiare le indicazioni del termometro (§ 24); questo inoltre deve esser posto almeno a 2 *m* dal suolo.

Per un dato luogo la temperatura varia durante il giorno, acquistando un valore massimo circa due ore dopo il mezzogiorno, e un valore minimo poco prima dello spuntare del giorno. Questi estremi della temperatura sono misurati negli Osservatori meteorologici, coi *termometri a massima e a minima.*

Il termometro a massima indica la temperatura più alta raggiunta in un dato periodo di tempo. Esso solitamente è a mercurio, ed ha vicino al bulbo una *strozzatura S* (Fig. 69), in cui il foro del cannello si restringe assai. Se la temperatura aumenta, il mercurio si dilata, e riesce a passare per la strozzatura; se invece diminuisce, il mercurio si contrae nel bulbo; ma la colonna di mercurio si spezza nella strozzatura e nel cannello rimane al punto in cui era arrivata, non potendo tornare indietro per la resistenza offerta dalla strozzatura. La temperatura massima raggiunta si legge pertanto all'estremità della colonna di mercurio nel cannello. Per riportare indietro il mercurio, si deve scuotere fortemente il termometro, tenendolo in mano col bulbo fuori; così si fa anche per i *termometri clinici*, che il medico adopera per la misura della febbre.

Fig. 69.

Il termometro a minima indica la temperatura più bassa raggiunta in un dato periodo di tempo. Esso è solitamente ad alcool, e porta dentro il cannello un piccolo indice filiforme *M*, di smalto (Fig. 70); è tenuto col cannello orizzontale. Se aumenta la temperatura, l'alcool si dilata e passa facilmente attorno all'indice, senza spostarlo; se invece la temperatura diminuisce,

Fig. 70.

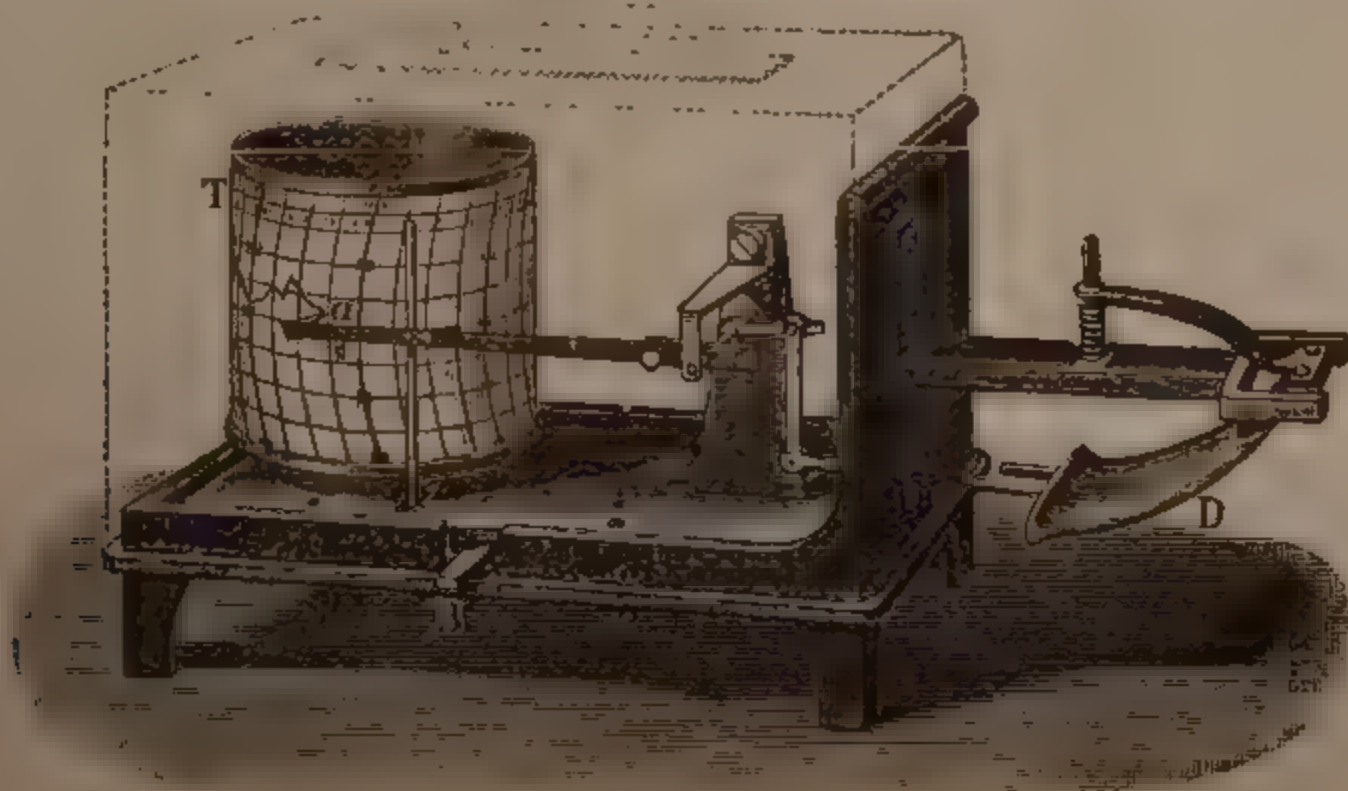



Fig. 71.

allorchè il menisco dell'alcool ha raggiunto l'estremità dell'indice, lo trascina seco per adesione, e lo lascia nella posizione che corrisponde alla temperatura più bassa. Questa si legge all'estremità dell'indice più lontana dal bulbo. Per riportare indietro l'indice, si raddrizza il termometro col bulbo in su; l'indice scende pel proprio peso. Qualche volta l'indice

[illegible] filo di ferro, e può spostarsi dall'esterno con una calamita.

[illegible] meteorologici sono usati dei termometri registratori, o [illegible] che registrano su un foglio di carta avvolto su un cilindro [illegible], il valore della temperatura ad ogni istante. La parte [illegible] tubo metallico schiacciato D, pieno di un liquido, e tutto

Fig. 72.

chiuso; esso equivale al tubo manometrico di un manometro metallico (Vol. 1° - § 236). Le variazioni di temperatura producono variazioni di pressione dentro D, che si traducono in deformazioni di questo tubo, ampliate e trasmesse con un sistema di leve, alla penna scrivente a. Una scatola, accennata dalle linee punteggiate, ricopre parte dell'apparecchio.

La Fig. 72 mostra una **capanna meteorologica**, racchiudente questi apparecchi, quale è adoperata negli Osservatori meteorologici. Essa contiene inoltre gli apparecchi per la misura dell'umidità (§ 101), e della pressione atmosferica, (Vol. 1° - § 225).

92. **La temperatura media** [illegible] la media di tutti i valori assunti dalla [illegible], ma si valuta comunemente in modo più spiccio, [illegible] dei valori della temperatura massima, di quella minima, e di quelle [illegible] alle ore 9 ed alle 21.

Es. Temperatura massima . . . . 28 [illegible]
» minima . . . . 15 »
» alle ore 9 . . . . 19 »
» alle ore 21 . . . . 20 »

$$\text{Temperatura media} = \frac{28 + 15 + 19 + 20}{4} = 20^{\circ},5\,C.$$

Dalle temperature medie diurne si ricavano le medie mensili ed annuali; e dalle ultime **la temperatura media del luogo.**

93. **Isoterme.** — Riunendo su una carta geografica, con una linea continua, i punti in cui vi è la stessa temperatura media, si ottengono delle linee dette **isoterme.** Si tracciano separatamente, perchè alquanto diverse, le isoterme d'estate, dette **isotere**, e quelle d'inverno, dette **isochimene.**

Dicesi **equatore termico** la linea di massima media annuale, che è circa 28°. Si dicono **poli termici** o *poli del freddo*, i punti in cui vi è la minima temperatura annua.

94. **Calore terrestre.** — Alla superficie terrestre la temperatura varia dal giorno alla notte, e dall'inverno all'estate, secondo il calore ricevuto dal Sole. Ma queste variazioni diventano tanto meno sensibili, quanto più si procede verso l'interno della Terra; ad una certa profondità non vi è più variazione di temperatura per tutto l'anno; ciò nei nostri climi, avviene a circa 25 *m* di profondità. Ciò spiega come nelle cantine profonde, vi sia caldo d'inverno e fresco d'estate: la temperatura vi è pressochè costante; e quindi maggiore della esterna d'inverno e minore d'estate.

Al di sotto di questo **strato di temperatura costante,** la temperatura va gradatamente crescendo verso il centro della Terra, di circa 1 grado per ogni 35 *m* di profondità. Ciò fa supporre che la temperatura sia rilevante a grande profondità; ma non sembra doversi ammettere che essa raggiunga un valore tale da rendere incandescente la materia terrestre. In altre parole, sembra doversi escludere l'esistenza del **fuoco centrale,** supposta in antico. Però è dimostrata l'esistenza di un calore proprio della Terra.

Igrometria.

95. **Stato igrometrico dell'aria.** — Nell'aria vi è sempre vapore d'acqua, anche con tempo sereno; esso proviene dalla evaporazione dell'acqua del mare e dall'umidità del terreno. È invisibile perchè allo stato gassoso; mentre nelle nubi è visibile, perchè condensato in minutissime goccioline d'acqua. La quantità di vapore d'acqua contenuta in ogni m^3 di aria, è però variabile da luogo a luogo e di momento in momento; per cui l'umidità dell'aria non è costante.

La determinazione dell'umidità o **stato igrometrico** dell'aria è interessante per la Meteorologia; si chiama **igrometria** lo studio e la determinazione di tale umidità, ed **igrometri** gli strumenti adoperati.

96. **L'umidità assoluta** *è il peso del vapore acqueo contenuto in un* m^3 *d'aria*. Si [illegible] con l'igrometro chimico, formato da una serie A, B, [illegible] di tubi [illegible] ad E (Fig. 73), contenenti una sostanza essiccante, come [illegible], pomice imbevuta di acido solforico concentrato. Si pesano dapprima i tubi A, B, C, indi si fa passare in essi un volume noto d'aria, ad es. 100 litri, aspirandola con un opportuno aspiratore S; quest'aria abbandona nei tubi tutta l'umidità che conteneva, che si determina dall'aumento di peso di questi. I tubi E, D, servono per trattenere eventuale vapore d'acqua, proveniente dall'aspiratore S, che ne contiene.

97. **Umidità relativa.** — Ma non è l'umidità assoluta che interessa conoscere; poichè a pari quantità di vapore d'acqua, l'aria diventa più asciutta se la sua temperatura aumenta. Così, d'inverno, riscaldando una stanza con la stufa sentiamo l'aria asciutta; mentre la stessa aria, a freddo, ci sembrava umida. L'aria troppo asciutta inaridisce la pelle e ci dà molestia; perciò mettiamo vicino ai caloriferi ed ai radiatori, recipienti di terracotta porosa contenenti acqua, che trasuda e lentamente evapora nell'ambiente.

Fig. 73.

Ha maggiore interesse la valutazione dell'**umidità relativa o stato igrometrico**, che si definisce:

Il rapporto tra la quantità di vapore acqueo che si trova in un dato volume d'aria e quella che vi sarebbe se il vapore fosse saturo (§ 67), *alla stessa temperatura.*

Si ritiene con molta approssimazione che *tale rapporto sia eguale a quello tra la tensione del vapore d'acqua nell'aria e la tensione massima del vapore alla stessa temperatura.*

98. **Igrometri ad assorbimento.** — Si ottiene una misura grossolana dell'umidità relativa, con alcuni strumenti basati sulla proprietà di alcune fibre animali o vegetali, di variare di lunghezza con l'umidità.

L'igrometro a capello di Saussure è formato da un capello c sgrassato e teso verticalmente su un sostegno (Fig. 74); esso è fissato ad un estremo d, mentre all'altro estremo si arrotola sul perno o di un indice, la cui punta si muove su un quadrante graduato; un piccolo contrappeso p, legato ad un filo avvolto in senso contrario sul medesimo perno, tiene sempre teso il capello.

Fig. 74.

Il capello si allunga con l'umidità, e l'indice indica il valore di questa sulla graduazione.

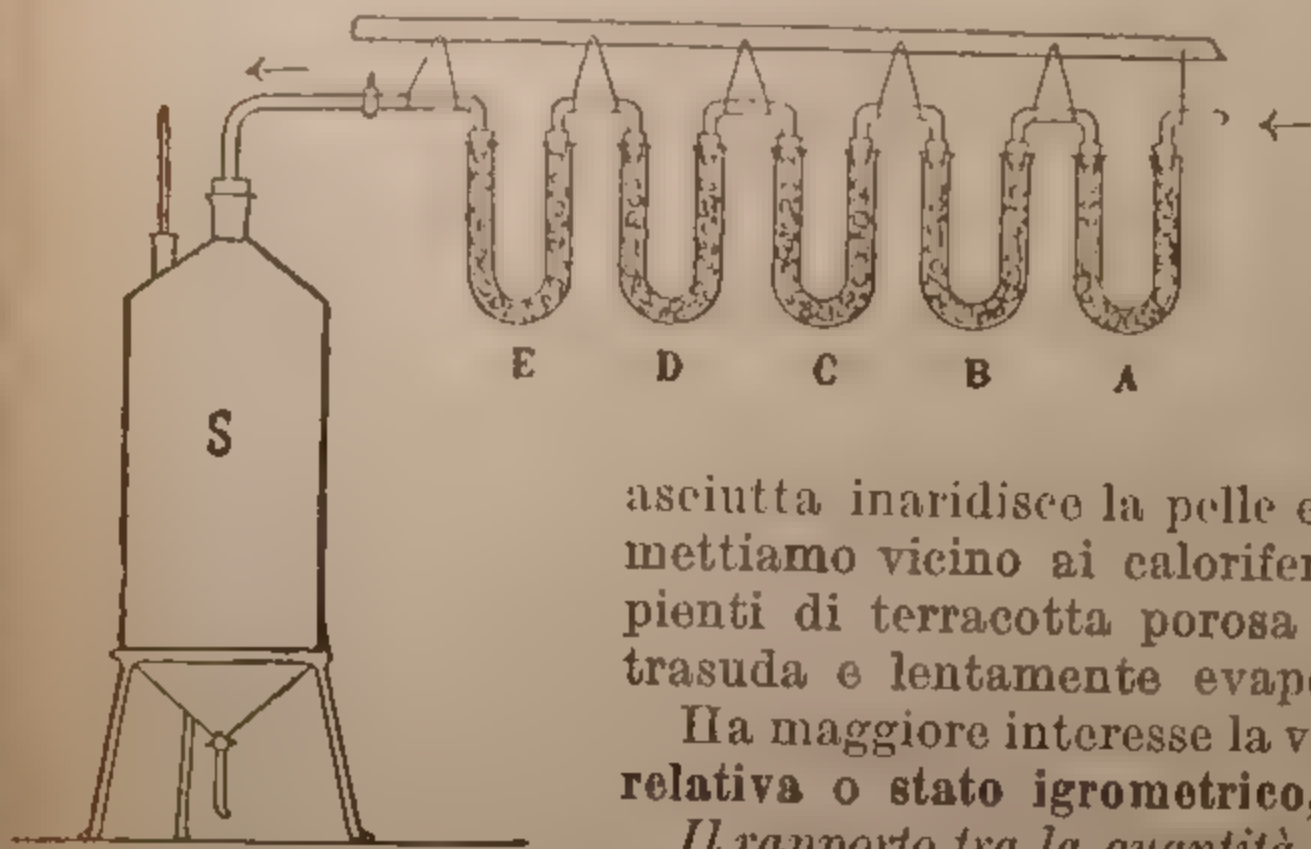
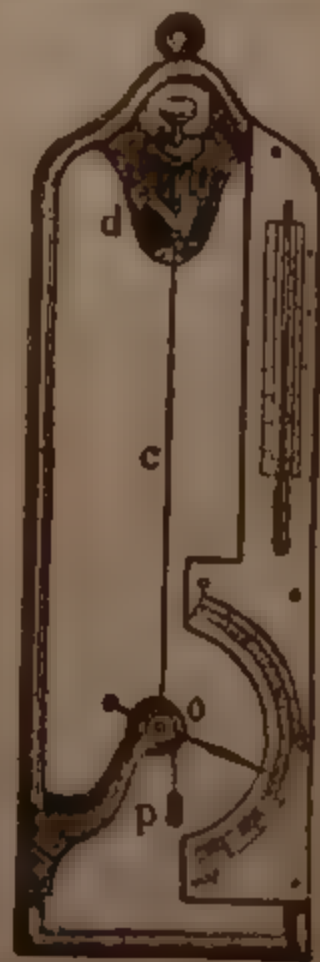
La graduazione dell'apparecchio è fatta empiricamente: si segna *zero* dove l'indice si ferma, quando lo strumento è

posto sotto una campana, con una ciotola contenente una sostanza essiccante, con che l'aria è bene asciutta, cioè senza umidità; e si segna 100 dove si ferma l'indice, allorchè lo strumento è posto sotto un'altra campana, con una ciotola ripiena d'acqua, con che l'aria è resa satura d'umidità. Si divide poi l'intervallo fra 0 e 100 in 100 parti eguali. Le indicazioni dell'apparecchio sono solo approssimate, specialmente nel campo intermedio della graduazione.

Fig. 75.

99. **Igroscopi.** — Indicazioni ancora più grossolane dànno gli **igroscopi;** essi hanno forme svariatissime: p. es., di un frate che si copre la testa col cappuccio se il tempo è umido, e si scopre invece se il tempo è asciutto (Fig. 75); o vi è una figura di persona che esce dalla porta di una casetta se il tempo è bello, o entra se il tempo è piovoso. Questi movimenti sono dovuti alle variazioni di lunghezza o di torsione, che con l'umidità subisce un pezzetto di corda da violino, di *minugia* (fatta cioè con budella di pecora).

100. **Igrometri a condensazione.** — Questi sono basati sul principio seguente: Raffreddando sempre più un corpo nell'aria, a un certo momento vi si condensa sopra il vapore d'acqua contenuto nell'aria, e la sua superficie si appanna; si ricordi che ciò è la causa per la quale d'inverno, si appannano le vetrate delle finestre, e perchè, d'estate, si ricopre di rugiada un bicchiere contenente una bibita con ghiaccio. Ora questa condensazione avviene a temperatura tanto più bassa quanto più asciutta è l'aria. Dalla temperatura a cui avviene tale condensazione, si può quindi dedurre lo stato igrometrico.

La forma sotto cui si costruisce più comunemente l'apparecchio, è quella di Alluard, (Fig. 76). Una scatoletta prismatica P di metallo, ha una faccia argentata, lucida come specchio, circondata da un'altra lamina B pure speculare, nello stesso piano di P, ma senza toccarla. In P è contenuto dell'etere, che si può fare evaporare rapidamente facendovi gorgogliare dell'aria, soffiata per un tubo T; così esso si raffredda energicamente; un termometro C ne segna la temperatura; un altro termometro indica la temperatura dell'aria ambiente. Soffiando aria in T l'etere e la scatola si raffreddano; ad un certo momento si appanna la superficie di P; ciò si osserva più facilmente per confronto con la superficie di B, che si mantiene lucida. In tale momento si leggono le temperature sui due termometri. Dai valori di queste, su apposite tabelle, si trova il valore dello stato igrometrico cercato.

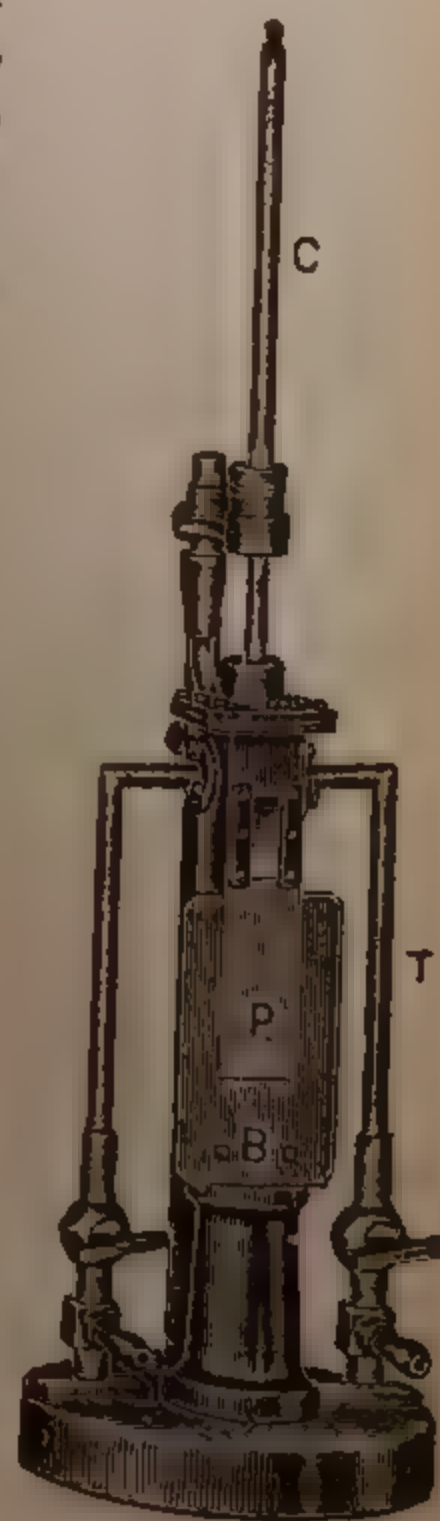



Fig. 76.

101. **Psicrometro.** — Ma più frequentemente, per la determinazione dello stato igrometrico, si adopera lo psicrometro. Esso è basato sul seguente principio: l'acqua, da un corpo bagnato esposto all'aria, evapora tanto più rapidamente quanto più l'aria è asciutta, e poichè l'evaporazione produce raffreddamento (§ 70), il corpo bagnato si raffredderà tanto maggiormente, quanto più l'aria è asciutta.

Ciò posto, si abbiano due termometri T e T' (Fig. 77). Il primo segna la temperatura dell'aria ambiente; l'altro T' ha il bulbo circondato da una pezzuola bagnata d'acqua, e segna una temperatura minore di T; da apposite tabelle si ricava il valore dello stato igrometrico, corrispondente alle temperature dei due termometri.

Perchè l'aria non ristagni, satura d'umidità, attorno al bulbo di T', un mulinello a palette P, mosso da un congegno d'orologeria O, la rinnova e la agita continuamente.

Fig. 77.

Precipitazioni atmosferiche.

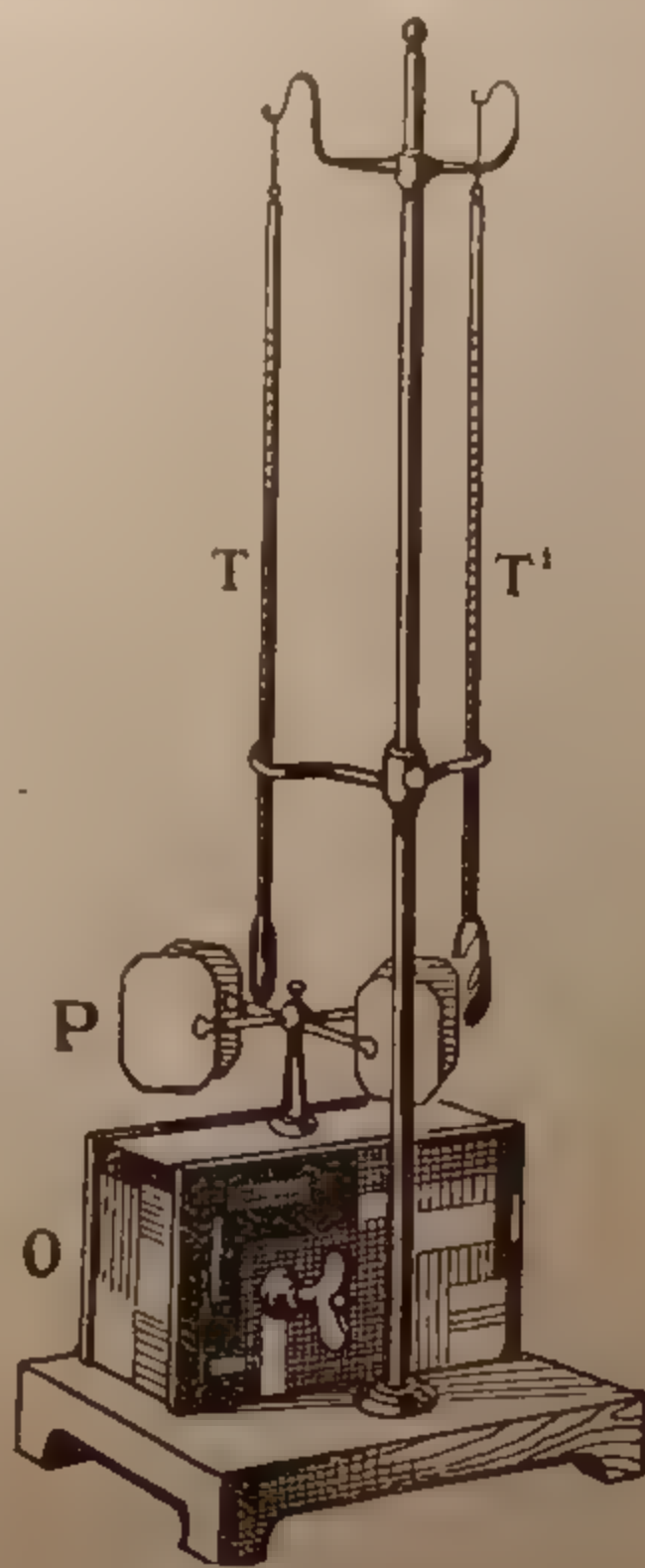
102. **Rugiada e brina.** — Di notte i corpi alla superficie terrestre si raffreddano; e talvolta tanto che si condensa alla loro superficie il vapore acqueo dell'atmosfera, in minutissime goccioline: si forma così **la rugiada.**

Se la temperatura a cui si raffreddano i corpi scende sotto zero, la rugiada si congela e si forma **la brina.** Perchè ciò avvenga occorre che il cielo sia sereno; altrimenti le nubi impedirebbero l'irraggiamento nello spazio del calore del suolo, ed il raffreddamento sarebbe insufficiente.

Rugiada e brina non possono adunque formarsi con cielo coperto; per questo, in alcune regioni, i contadini per evitare la formazione dannosa della brina, se il tempo è sereno, accendono della paglia; le grandi fumate prodotte hanno lo stesso ufficio protettore delle nubi.

103. **Nebbie e nubi.** — Il vapore d'acqua che si solleva invisibile dalla terra, essendo più leggero dell'aria si innalza ed arriva nelle regioni elevate dell'atmosfera ove è bassa temperatura; ivi accumulandosi in grande quantità, si condensa in minutissime e leggerissime goccioline, e si formano le **nubi.**

Questa condensazione non avviene se l'aria è pura; infatti è necessario un nucleo, costituito solitamente da un granello di pulviscolo, perchè vi si formi attorno una gocciolina di acqua. La *ionizzazione* (Vol. 3° - § 71) favorisce anch'essa la formazione delle nubi.

Le minutissime goccioline d'acqua, pur essendo più pesanti dell'aria, restano sospese in essa, per le correnti aeree ascendenti che si formano tra il suolo e l'atmosfera; cioè per la stessa ragione per cui rimane fluttuante nell'aria il pulviscolo, pur essendo formato da particelle solide, (Vol. 1° - § 138).

Le nubi, secondo l'aspetto e l'altezza, prendono nomi diversi:

I cirri rassomigliano a fiocchi [illegible] filamentosi; si formano a grande altezza e si suppone siano formati di minutissimi cristalli di ghiaccio, (Fig. 78 in alto a destra).

Gli strati sono a strisce orizzontali, si formano di preferenza la sera e la mattina di autunno, (Fig. 78 in basso).

Fig. 78.

I **cumuli**, frequenti d'estate, sono masse rotondeggianti, scure di sotto, illuminate superiormente, (Fig. 79).

I **nembi**, nerastri, senza forma definita, finiscono per risolversi in pioggia, (Fig. 80). Si definiscono anche forme intermedie di nubi, come: i *cirri-strati*, i *cumuli-nembi*, ecc.

Se la condensazione del vapore avviene alla superficie della terra, si forma **la nebbia**, la cui costituzione quindi è identica a quella delle nubi.

104. **Pioggia.** — Se la quantità di vapore dell'atmosfera è sufficientemente grande, ed il raffreddamento rilevante, le minutissime goccioline della nube si uniscono insieme, e formano gocce più grosse; le quali diventando più pesanti, non possono più mantenersi sospese nell'aria e cadono formando la **pioggia.**

La quantità di pioggia che cade su ogni m^2, in un dato tempo, si misura col **pluviometro.** Esso è formato di un recipiente cilindrico M (Fig. 81), chiuso superiormente da un coperchio B a forma di imbuto; inferiormente porta un rubinetto R. L'acqua piovana che cade nell'imbuto è raccolta nel recipiente M, da cui si estrae per il rubinetto R e si misura con una provetta graduata. Conoscendo l'area della base dell'imbuto, si deduce facilmente

[illegible] esprime solitamente in *cm*; così 5 *cm* d'acqu[illegible] pioggia caduta fo[illegible] rimasta sul suolo senza infiltra[illegible] trato alto 5 *cm*.

105. Neve e grandine. — Se la temperatura dell'aria è al di sotto di zero avviene la solidificazione delle goccioline, e si forma la *neve* o la *grandine*.

Fig. 79.

La neve è costituita di piccolissimi cristalli di ghiaccio, di forma esagonale, riuniti a stellette a 6 raggi, di forma svariata. La Fig. 82 ne rappresenta alcune, ingrandite circa dieci volte. Alla cristallizzazione dell'acqua sono pure dovute quelle belle arborescenze di ghiaccio, che si formano d'inverno sulle vetrate delle finestre, (Fig. 83).

Fig. 80.

La neve, che d'inverno copre le alte montagne, formando i ghiacciai, d'estate è in parte fusa dal calore del sole; l'acqua che si forma scende nelle valli, e dà origine ai fiumi. I ghiacciai quindi sono le sorgenti naturali dei corsi d'acqua, e funzionano come grandi serbatoi.

La grandine si presenta sotto forma di chicchi rotondi, usualmente di pochi grammi, ma talvolta, eccezionalmente, grossi perfino più delle uova di gallina, e pesanti sino a 200 *g*, (Fig. 84). Sono costituiti da un nucleo nevoso, opaco, circondato da più strati di ghiaccio trasparente.

Una teoria completa della formazione della grandine non vi è ancora;

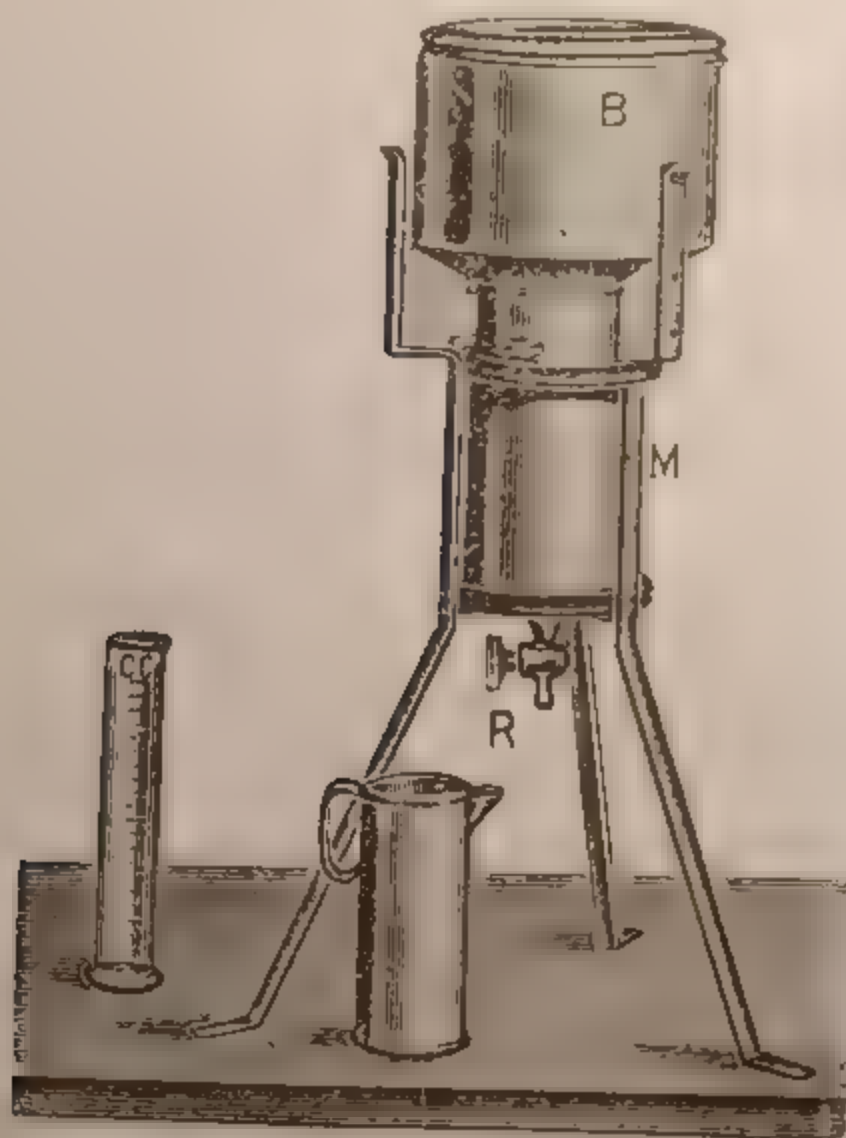



Fig. 81.

Fig. 82.

ma poichè essa accompagna i temporali, si ammette che l'elettricità delle nubi temporalesche sia la causa principale del fenomeno.

Si crede che, per condizioni speciali, le goccioline d'acqua delle nubi, pur essendo al di sotto di 0°, si conservino liquide allo stato di soprafusione (§ 51); se si forma un primo nucleo di ghiaccio, esso cade e incontra nel suo passaggio le goccioline sovrafuse, che vi si attaccano e solidificano nello stesso momento; così il chicco va ingrossandosi man mano che cade. La caduta può essere ritardata o per movimenti alternati in su e giù dovuti ad attrazioni elettriche (*ipotesi di Volta*), o per moti vorticosi, ad asse orizzontale, che imprime ad essi il vento, (*ipotesi di Dove*).

Fig. 83.

Si era pensato che si potesse evitare la formazione della grandine, con lo sparo di esplosivi in cannoni grandinifughi di forma speciale, (Fig. 85); si sperava che

lo scotimento dell'atmosfera prodotto dallo sparo, avesse impedito la sovrafusione dell'acqua e quindi la produzione della grandine. Ma esperienze eseguite una trentina d'anni fa, non ebbero risultato favorevole.

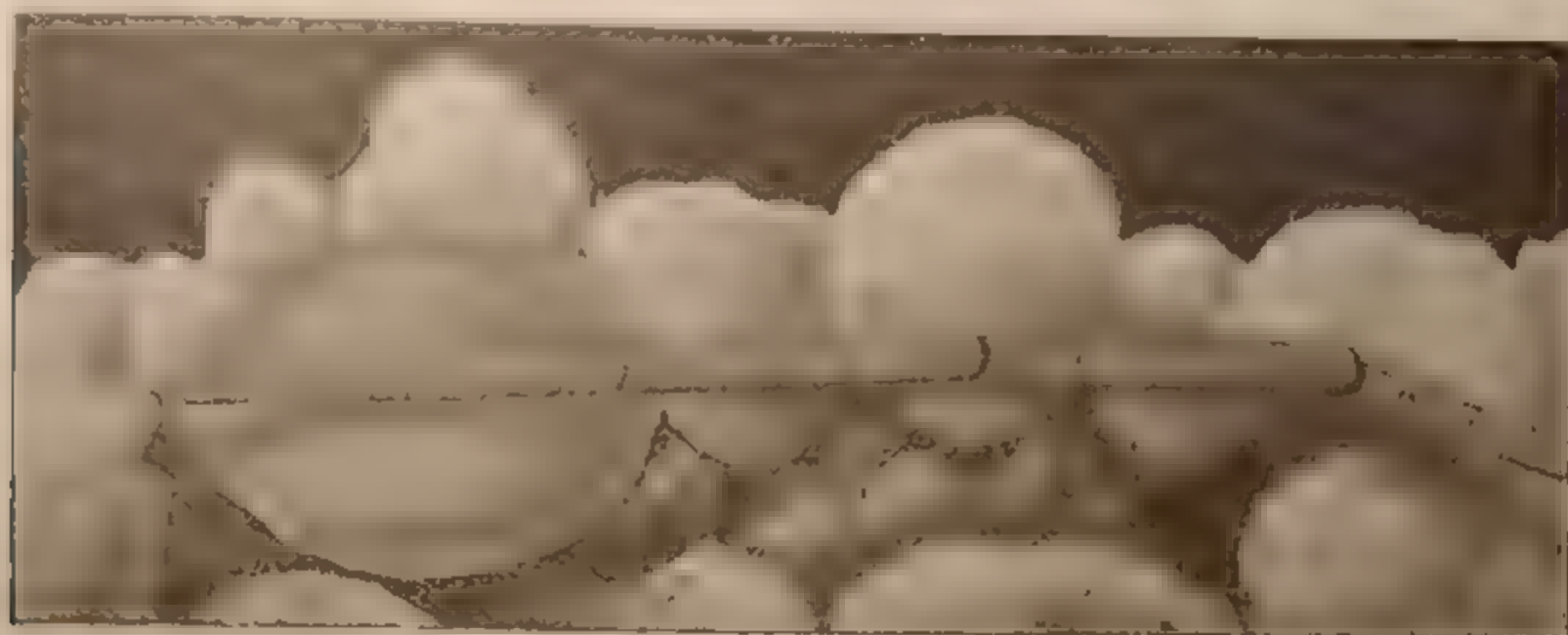



Fig. 84.

106. **Circolazione dell'acqua.** — Sia in una forma sia nell'altra l'acqua, che per evaporazione aveva abbandonato la terra, vi ritorna nuovamente; ivi scorre sul suolo, formando i ruscelli ed i fiumi; o penetra nel terreno, formando le falde d'acqua che alimentano i pozzi e le fontane; o si accumula sui monti, per alimentare i fiumi che la trasportano al mare; per poi ricominciare ininterrottamente il ciclo. Ed in tale circolazione ha origine la vita delle piante e degli animali; onde l'acqua è la cosa più essenziale per la vita sulla Terra. Per questo si ritengono privi di vita quegli astri, come la Luna, nei quali non vi è atmosfera, e quindi non vi è acqua.

Fig. 85.

Vedremo, nel Vol. 3°, i fenomeni luminosi ed elettrici dell'atmosfera.

107. Problemi sulla Meteorologia.

a) Problemi risoluti.

1. *Supposto che si estragga totalmente l'ossigeno dall'aria, quanti* m³ *di questa occorrono per ricavarne 50* kg *di ossigeno?*

Risoluzione. — In un m^3 d'aria sono contenuti litri 210 d'ossigeno (§ 90). Il peso di questo è di g 1,43 per litro (Vol. 1° - § 219); quindi in un m^3 d'aria sono contenuti grammi di ossigeno:

$$p = g\,(210 \times 1{,}43) = g\ 300{,}3.$$

Per ricavare kg 50 = g 50000 di ossigeno, occorrono pertanto:

$$v = m^3\,(50000 : 300{,}3) = \mathbf{m^3\ 166{,}5}$$ d'aria circa (a 0° e 760 mm).

2. *Quanti grammi d'acqua sono necessari per rendere satura l'aria di una stanza di* m³ (5 × 5 × 4), *alla temperatura di* 20° C *ed alla pressione normale.* Densità del vapore d'acqua, relativo all'aria a 20° = 0,628)

Risoluzione. — Il peso di 1 litro d'aria a 0° e 76 *cm* è di *g* 1,293 (Vol. 1° - § 219).

A 20° esso sarà (§ 47-5): $g \dfrac{1,293}{1+\alpha t} = g \dfrac{1,293}{1+0,00366 \times 20} = g\ 1,205.$

Il peso di 1 litro di vapore d'acqua a 20° (e 76) *cm*, se la sua densità relativa all'aria è 0,628, (si sottintende nelle stesse condizioni di pressione e temperatura, Vol. 1° - § 232), è: $g\ (1,205 \times 0,628) = g\ 0,755$.

La tensione del vapore d'acqua saturo a 20° è (§ 67) di *cm* 1,739.

Ricordiamo (Vol. 1° - § 232) che per la legge di Boyle la densità, e quindi il peso, è direttamente proporzionale alla pressione, perciò, chiamando p il peso di 1 litro di vapore d'acqua alla pressione di *cm* 1,739, ed essendo *g* 0,755 il peso di 1 litro di vapore d'acqua alla pressione di *cm* 76, si può scrivere la proporzione:

$$p : 0,755 = 1,739 : 76 ; \qquad \text{da cui:} \qquad p = g\ 0,0173.$$

Per la legge di Dalton (§ 69), p è anche il peso del vapore d'acqua contenuto in 1 litro d'aria a 20° e 76 *cm* Il volume di quella stanza è:

$$v = m^3\ (5 \times 5 \times 4) = m^3\ 100 = litri\ 100000.$$

Quindi il peso dell'acqua cercata è:

$$x = g\ (100000 \times 0,0173) = g\ 1730.$$

b) Problemi da risolvere.

1. Quanti m³ di aria occorrono per la combustione completa di *g* 3 di carbone? (Si supponga all'87% di carbonio).

2. Calcolare il peso dell'acqua, che si otterrebbe bruciando tutto l'idrogeno occorrente per combinarsi con tutto l'ossigeno dell'aria, contenuta in una stanza delle dimensioni di *m* 6 × *m* 7 × *m* 5.

3. A quale profondità nella terra si raggiungerebbe la temperatura di ebollizione dell'acqua?

4. Calcolare la temperatura della Terra alla profondità h.

5. Con l'igrometro chimico si è trovato che in un m³ d'aria vi sono *g* 7,5 di vapore d'acqua; calcolare l'umidità relativa, se la temperatura dell'aria è di 28° *C*.

6. L'umidità relativa dell'aria di una stanza di m³ (5 × 6 × 4,5), alla temperatura di 15° *C*, è di 0,25. Qual'è il peso totale di vapore acqueo contenutovi?

7. Calcolare il peso di 1 m³ d'aria a 15° *C* e 74 *cm* di pressione, la cui umidità relativa sia del 25%.

8. In una stanza della capacità di m³ 70 è contenuta, inizialmente, aria a 15° *C* e 76 *cm* di pressione, la cui umidità relativa è del 35%; vi si fanno bruciare m³ 0,75 di idrogeno (in condizioni normali). Quanto diventa l'umidità dopo la combustione, se la temperatura è diventata di 20° *C*?

9. Dopo 5 ore di pioggia si sono raccolte dal pluviometro cm³ 175 di acqua; il diametro dell'imbuto di esso è *cm* 30. Quanta pioggia è caduta per m²?

10. Un m³ di neve, appena caduta, pesa *kg* 85. Quanti litri d'acqua si ottengono da una nevicata che copre un tetto di m² (25 × 15), se la neve è alta 15 *cm*?

11. Un recipiente cilindrico, a base orizzontale, ha il raggio r e l'altezza h; è pieno esattamente di neve appena caduta. Se questa fonde, sino a che altezza si solleva nel recipiente l'acqua ottenuta?

CENNI DI TERMODINAMICA

Equivalente meccanico del calore.

108. **Trasformazione reciproca del lavoro in calore.** — Per il principio della trasformazione dell'energia (Vol. 1°, § 147), tutte le volte che s'impiega un lavoro meccanico per vincere un attrito, si sviluppa calore. Battendo ripetutamente un pezzo di piombo col martello, si riscalda sensibilmente; i meccanici limando o tornendo un pezzo di metallo lo riscaldano: i trucioli di ferro che si staccano da un oggetto che si tornisce possono scaldarsi tanto da diventare roventi; l'aria compressa con l'acciarino pneumatico (Vol. 1°, § 14), si riscalda tanto da accendere un pezzetto d'esca attaccato al fondo dello stantuffo; a ciò l'apparecchio deve il suo nome; parimenti si riscalda la pompa di una bicicletta, quando si comprime l'aria nella gomma del pneumatico.

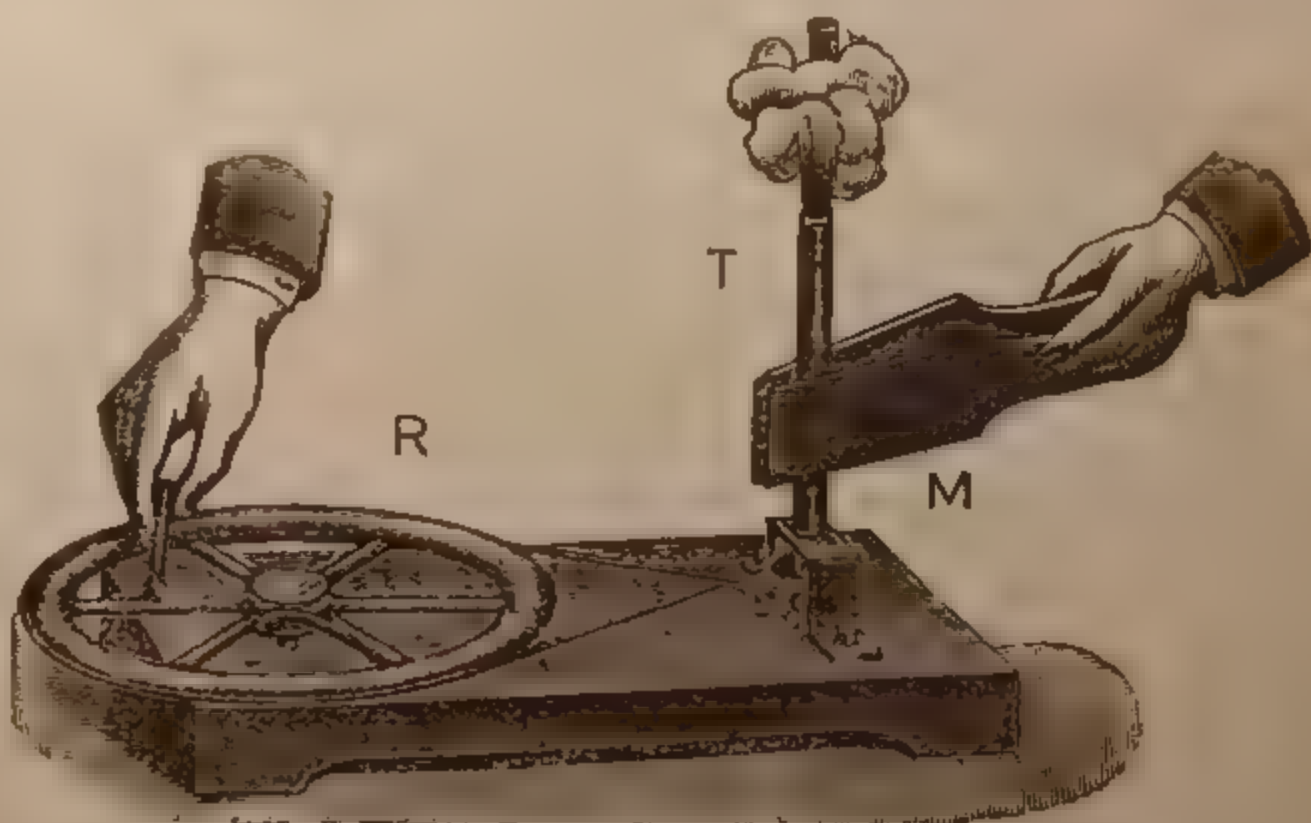



Fig. 86.

Un fiammifero si accende perchè con lo strofinìo se ne scalda il fosforo della capocchia, sino ad infiammarlo; l'urto dell'acciarino contro la silice, arroventa le piccole scheggie che se ne separano, accendendo l'esca; e in modo simile funzionano i moderni accenditori tascabili. Si dice che i selvaggi accendano il fuoco strofinando due pezzi di legno uno contro l'altro.

Un'esperienza da lezione è quella di Tyndall [1]. Un tubo T di ottone, contenente etere solforico, è chiuso da un tappo S a tenuta (Fig. 86); facciamolo ruotare rapidamente per mezzo di una ruota R, stringendolo fra le ganasce di un morsetto M. Per l'attrito si sviluppa tanto calore, da far bollire l'etere dentro il tubo; il vapore che si forma acquista tanta pressione da lanciare lontano il tappo S.

109. **Equivalente meccanico della caloria.** — Si è cercato di calcolare quanto lavoro occorre per sviluppare una determinata quantità di calore. Si chiama equivalente meccanico (o *dinamico*) della caloria, *il numero dei chilogrammetri occorrenti per sviluppare una caloria.*

---

(1) Tyndall John, fisico inglese; n. a Leighlinbridge (Irlanda) nel 1820, m. a Hind Head, presso Haslemere, nel 1893.

Chiamando J tale equivalente, e se con L [illegible] ri si ottengono Q calorie, sarà manifestamente:

$$1) \qquad J = \frac{L}{Q}.$$

Un metodo quindi per determinare J, deve permettere di misurare separatamente il lavoro L speso ed il calore Q ottenuto. Sono molti i metodi impiegati per questa misura; fra i più noti è quello di Joule (1), di cui diamo un cenno.

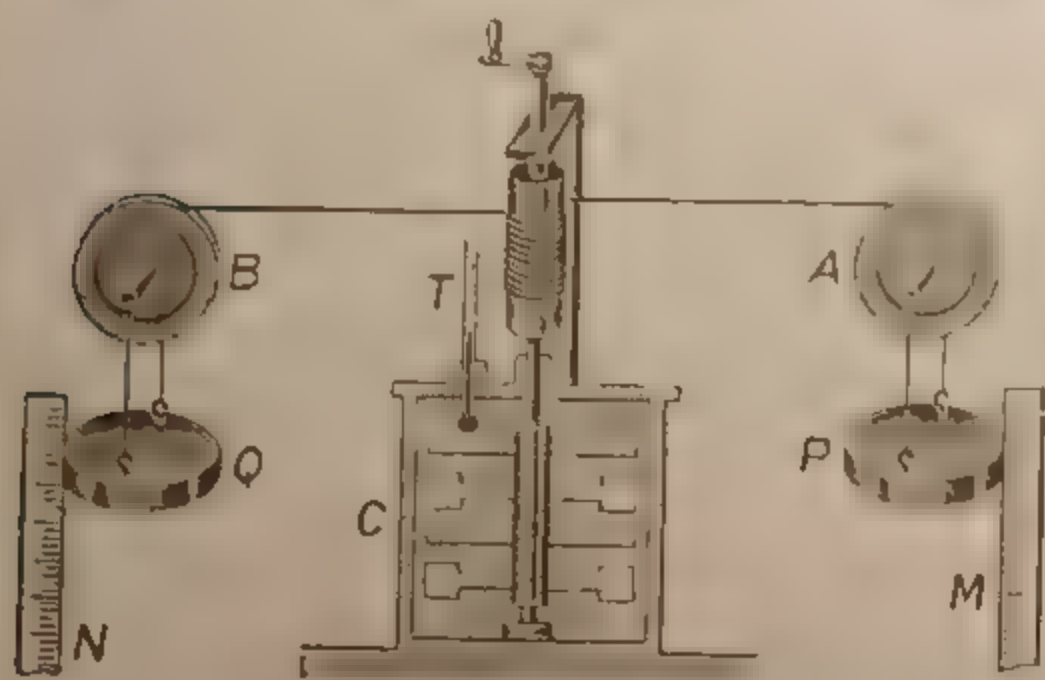



Fig. 87.

In un recipiente C contenente acqua (Fig. 87), può ruotare un mulinello formato con più alette; la rotazione si ottiene per mezzo di due pesi P e Q, che tirano due funicelle avvolte in senso contrario sul perno del mulinello, e passanti per due carrucole A e B. Il mulinello, girando dentro l'acqua, la riscalda alquanto, ed un termometro T ne indica la temperatura. Affinchè l'acqua non entri in rotazione, con che le alette movendosi insieme all'acqua non vincerebbero alcuna resistenza e non produrrebbero calore, vi sono dei tramezzi attaccati alle pareti di C, fra cui passano appena le alette del mulinello, ma che impediscono all'acqua di rotare.

Il lavoro impiegato a produrre calore, è quello prodotto dai pesi cadendo. Esso si calcola moltiplicando i pesi per l'altezza da cui cadono; questa si legge su due aste graduate M ed N. Se i pesi sono p chilogrammi ciascuno, e cadono di h metri, il lavoro prodotto sarà:

$$l_1 = 2\,p\,h.$$

Non tutto questo lavoro è impiegato a riscaldare l'acqua; una parte è speso per vincere gli attriti del mulinello e delle carrucole, e si calcola facendo girare il mulinello a vuoto, cioè senz'acqua, e misurando quali pesi p_1 occorrono perchè esso giri con la stessa velocità che poi acquisterà durante l'esperienza con l'acqua. Sia l_2 tale lavoro; esso è: $l_2 = p_1 h$.

Un'altra parte di energia non utilizzata è quella ancora posseduta dai pesi alla fine della loro corsa, pel fatto che hanno ancora una velocità; tale lavoro è misurato dalla forza viva dei pesi a fine della corsa; indichiamolo con l_3. Sia v la velocità dei pesi a fine della corsa, si ha: (Vol. 1° - § 139):

$$l_3 = \frac{p\,v^2}{g}.$$

Il lavoro che si trasforma in calore è allora:

$$L = l_1 - l_2 - l_3 = (2\,p - p_1)\,h - \frac{p\,v^2}{g}.$$

(1) Joule James Prescott; n. a Manchester nel 1818, m. a Sale (Londra) nel 1889.

La quantità di calore si apprezza [illegible] come nel calorimetro (§ 12). Cioè se p_2 è il peso dell'acqua contenuto nel recipiente C, t la temperatura di essa prima della esperienza, T la temperatura dopo l'esperienza, p_3 l'equivalente in acqua del calorimetro, il calore ottenuto è.

$$Q = (p_2 + p_3)(T - t),$$

a cui però occorre apportare la solita correzione del calore irradiato.

Calcolati L e Q, per la 1) si deduce il valore di J cercato:

$$J = \frac{(2p - p_1)hg - pv^2}{(p_2 + p_3)(T - t)g}.$$

Con questo metodo, e coi risultati di altri, si è trovato:

$$J = 427 \text{ kgm.} \qquad 2)$$

110. **1° Principio della Termodinamica.** — Da ciò si deduce che ad una determinata quantità di lavoro, corrisponde una data quantità di calore e viceversa. È questo il *1° principio della Termodinamica*, o **principio di Mayer** [1], che si enuncia così:

Nelle trasformazioni reciproche di lavoro in calore, vi è un rapporto costante tra il lavoro speso ed il calore prodotto, o viceversa.

Es. *Quanti HP si dovrebbero ottenere (teoricamente) bruciando* kg *20 di carbone in 10 ore?*

Sapendo che 1 *kg* di carbone bruciando svolge 7200 *cal*, 20 *kg* ne svolgono 7200 × 20 = 144000 *cal*, in 10 ore; cioè: 144000 : 36000 = 4 *cal* al secondo. Per la 2) esse equivalgono a: 4 × 427 = 1708 $^{kgm}/_{s}$; e quindi (Vol. 1°, § 150) a:

$$1708 : 75 = \mathbf{22{,}8\ HP}.$$

111. **Teoria cinetica dei gas.** — L'equivalenza fra calore e lavoro, conduce a considerare il calore come forma di energia. Cioè supponiamo che il calore sia dovuto ad un movimento continuo delle molecole; queste, in ogni corpo, si muovono senza posa in tutti i sensi, con grande velocità, percorrendo nei solidi e nei liquidi traiettorie chiuse, nei gas traiettorie a tratti rettilinei, intralciantisi scambievolmente. L'energia calorifica sarebbe appunto la forza viva (Vol. 1° - § 139) delle molecole.

Riscaldare un corpo vuol dire adunque aumentare la velocità delle molecole, e viceversa. Nel caso in cui, come nella fusione, pur fornendo calore al corpo, questo non accresce la sua temperatura, ma cambia solo di stato, si deve pensare che non aumenti la velocità delle molecole; ma vari la loro distanza, la forma della traiettoria, la loro mutua attrazione, in una parola *l'energia interna*.

La *pressione* che un gas esercita sul recipiente che lo contiene, si può considerare come l'effetto dell'urto che le molecole esercitano incessantemente contro le pareti del recipiente; tale pressione pertanto potrà aumentare, sia aumentando il numero delle molecole urtanti (cioè aggiungendo nuovo gas con la compressione), sia aumentando la velocità di esse (col riscaldamento).

---

(1) Mayer Julius Robert; n. a Heilbronn nel 1814, m. nel 1858.

Consideriamo ora le molecole [illegible] come palline perfettamente elastiche, di dimensioni trascurabili rispetto a quelle del mezzo in cui si muovono. Esse sono così distanti fra loro, che le forze di attrazione che si esercitano tra di esse si possono trascurare. Sia P la pressione del gas e V il suo volume, N il numero delle molecole, m la massa di ciascuna di esse, u la loro velocità (media). Krönig e Clausius (1) hanno dimostrato che tra queste quantità esiste la relazione:

$$3)\qquad P V = \frac{1}{3} N m u^2; \qquad \text{che si può scrivere:}$$

$$4)\qquad P V = \frac{2}{3} \frac{N m u^2}{2} .$$

Poichè $\frac{m u^2}{2}$ è la forza viva di ciascuna molecola, ed $\frac{N m u^2}{2}$ quella di tutte le molecole, la 4) ci dice che:

Il prodotto della pressione per il volume, di una data massa gassosa, è proporzionale alla forza viva delle sue molecole.

Abbiamo detto che la velocità delle molecole dipende dalla temperatura. Se questa è costante, per una data massa gassosa sarà perciò anche costante la forza viva delle sue molecole, e quindi per la 4) sarà:

$$P V = \text{costante}$$

che è la nota *legge di Boyle e Mariotte* (Vol. 1° - § 229).

Siano ora due gas diversi; siano N ed N' il numero delle loro molecole, m ed m' le masse di ciascuna di esse, u ed u' le loro velocità medie. Se la pressione ed il volume si suppongono eguali per entrambi i gas, deve essere per la 4):

$$5)\qquad \frac{N m u^2}{2} = \frac{N' m' u'^2}{2} .$$

Se supponiamo eguali anche le temperature, dev'essere eguale anche la forza viva molecolare; cioè $\frac{m u^2}{2} = \frac{m' u'^2}{2}$; quindi dalla 5) si ricava:

$$N = N' ; \qquad \text{cioè:}$$

Volumi eguali di gas, nelle stesse condizioni di temperatura e di pressione, contengono egual numero di molecole; che è la nota *legge di Avogadro.*

Il numero delle molecole contenuto in un cm^3 di un gas qualsiasi, a 0° e 760 mm, dicesi il numero di Loschimidt; esso è all'incirca: $2,7 \times 10^{19}$.

112. **Velocità ed urti molecolari.** — Dalla 3) si ricava:

$$P = \frac{u^2}{3} \frac{N m}{V} .$$

Essendo $N m$ la massa del gas, il quoziente $\frac{N m}{V}$ esprime la densità d di esso (Vol. 1° - § 194); quindi, sostituendo nella precedente, si ha:

$$P = \frac{u^2}{3} d; \qquad \text{da cui:} \qquad u = \sqrt{\frac{3 P}{d}} . \qquad 6)$$

---

(1) Clausius Rudolph, fisico tedesco; n. a Cöslin nel 1822, m. a Bonn nel 1888.

Quest'ultima formula permette di misurare la velocità media delle molecole, misurando la pressione e la densità del gas. Essa dice che:

La velocità media molecolare è inversamente proporzionale alla radice quadrata della densità del gas.

Così, essendo la molecola dell'ossigeno 16 volte più pesante di quella dell'idrogeno, la prima avrà una velocità che è la quarta parte di quella della seconda. È stato trovato che la velocità media delle molecole dell'ossigeno a 0° è di *m* 425 al *s*, e quella dell'idrogeno è di *m* 1693 al *s*. Come si vede, queste velocità molecolari dei gas sono dell'ordine di grandezza delle velocità del suono (§ 139); e così doveva essere, perchè il suono si trasmette per mezzo di moti molecolari; cioè una molecola deve cedere la sua perturbazione alla molecola successiva, portandola ad essa con la velocità con cui si muove.

I risultati precedenti sulla velocità molecolare, hanno avuto la piena conferma sperimentale, sia misurando la velocità con cui un gas effluisce nel vuoto attraverso piccoli orifizî (Graham, 1846), sia misurando la velocità con cui vengono lanciati gli atomi da un pezzo di argento che vaporizza nel vuoto (Stern, 1920).

Una molecola di un gas, lanciata con velocità di un proiettile, non può naturalmente fare un lungo percorso in linea retta; perchè essa ne urta tosto un'altra, rimbalzando in altra direzione; per poi urtare un'altra e deviare nuovamente dal suo cammino. L'urto tra molecole non deve immaginarsi come il cozzo reale tra due sfere elastiche. Come una cometa, attratta dal Sole, non vi cade sopra, ma vi gira attorno e se ne allontana in una direzione diversa da quella da cui veniva; così, in piccolo, una molecola gira attorno ad un'altra e sfugge da questa in una direzione diversa dalla primitiva. Il moto molecolare è pertanto un moto incessante secondo traiettorie complicatissime, intrecciantisi in tutti i sensi, delle quali solo piccolissimi tratti sono rettilinei.

Misurando la velocità di efflusso di un gas da un orifizio e la viscosità di esso, si è dedotto il valore del percorso medio delle molecole tra un urto e un altro. Così, p. es., si è trovato che (a 0° e alla pressione di 760 *mm*) tale percorso per le molecole di idrogeno è di *cm* 11.10^{-6}, e per quelle di ossigeno *cm* $6,2.10^{-6}$; come si vede si tratta di percorsi di qualche milionesimo di centimetro!

113. Numero di Avogadro. — Trovata la distanza mutua delle molecole, fu dedotto il loro diametro, servendosi dell'equazione di Van der Vaals (§ 46). Infatti i valori di a e b che compariscono in essa, possono dedursi dai *valori critici* del gas (§ 82), determinabili con l'esperienza; e poichè era $b = 4m$, si può determinare il volume totale m delle molecole del gas, e da esso dedurre il volume di ciascuna molecola in base al loro percorso medio tra un urto e l'altro, di cui abbiamo fatto cenno nel paragrafo precedente. Dal volume di una molecola era infine facile ricavare il suo diametro, supposta la molecola sferica. Si è trovato così che, p. es., il diametro della molecola dell'argon è di $2,85.10^{-8}$ *cm*; cioè quasi 3 decimilionesimi di millimetro! Tale ordine di grandezza è stata confermata dalle esperienze di Perrin sulle colorazioni delle lamine sottili ottenute con le bolle di sapone, e da quelle di Devaux con lamine liquide prodotte dall'espansione di una goccia d'olio

sull'acqua, ottenendo [illegible] che era quello del diametro molecolare (Vol. 1° - § 269)

Oramai non v'era che un breve passo per calcolare m, o meglio il *numero delle molecole contenute nella molecola-grammo* di un dato gas, cioè il *numero N di Avogadro*; fu trovato:

$$N = 60{,}6 \cdot 10^{22} \text{ molecole!}$$

Noto il numero delle molecole della molecola-grammo, era facile trovare la massa p di ciascuna molecola. Così, ad es., per l'ossigeno, il cui peso molecolare è 32, è:

$$p = \frac{32}{N} = g\, 5{,}3 \cdot 10^{-23}.$$

Essendo la molecola dell'ossigeno formata da due atomi, la massa di ciascun atomo è la metà di p, cioè: $g\,2{,}65 \cdot 10^{-23}$. L'atomo dell'idrogeno, 16 volte più leggero di quello dell'ossigeno, ed il più leggero fra tutti gli atomi, ha la massa di $g\,1{,}66 \cdot 10^{-24}$.

Sappiamo che un grammo-molecola di quasiasi gas, a 0° e a 760 *mm* di pressione, occupa il volume di 22 400 cm^3; il numero delle molecole contenute in un cm^3 è perciò:

$$\frac{N}{22\,400} = 2{,}7 \cdot 10^{19};$$

numero enorme, che la mente non afferra. Dopo di ciò si potè calcolare il numero di collisioni di ciascuna molecola per secondo; o, il che è equivalente, per ogni centimetro di percorso. Esso risulta di circa 100 000.

Ed ecco come collegando tra loro parecchi fenomeni d'indole diversa, si è potuto raggiungere questi risultati davvero meravigliosi, sulle dimensioni e le condizioni in cui si trovano le molecole dei corpi.

Il metodo precedente non è il solo che abbia permesso di calcolare il numero di Avogadro; numero importantissimo, base della Fisica molecolare. Così Perrin lo ha dedotto dalla variazione di concentrazione di un'emulsione in senso verticale, e dall'osservazione dei moti browniani (Vol. 3° - § 64); trovando un numero che concorda bene con quello sopra riportato.

114. **Costituzione granulare dei corpi.** — Eccoci così arrivati alla concezione dello stato delle molecole in un gas. Una molecola-grammo di un gas, nelle condizioni normali, occupa un volume di 22 400 cm^3, di cui solo 7 cm^3 è la somma dei volumi delle singole molecole. Si tratta di un pulviscolo di radissime particelle, eppure formanti il numero di quasi un settilione, sparse e fluttuanti in uno spazio enorme rispetto alle loro dimensioni, che si muovono come palle di cannone, cambiando 100 000 volte di rotta per ogni *cm* di percorso! Per quanto piccoli questi proiettili hanno una velocità così grande, che la loro forza viva e cioè la loro energia è immensa (energia cinetica di una molecola a 0° = $0{,}56 \cdot 10^{-13}$ *erg*); quale fonte di energia, se un giorno l'Uomo riuscirà a sfruttarla?

Dalla misura del calore specifico dei gas, si è anche dedotto che tutto il calore ceduto nel riscaldare i gas e i vapori monoatomici (cioè quelli la cui molecola è costituita da un solo atomo: mercurio, zinco, cadmio, e i gas rari dell'atmosfera), è impiegato ad aumentare la velocità delle molecole; cioè non viene perduta energia per generare altri moti, come, ad es., moti

rotatori. Quindi *le molecole dei gas monoatomici non ruotano*; esse sono da considerare come sferette elastiche *liscie*, incapaci con l'urto di trasmettersi moti di rotazione. Ciò non si può dire per i gas poliatomici, le cui molecole quindi dobbiamo ritenere siano dotate di moti rotatori, (§ 117).

115. **Forza viva molecolare e temperatura.** — Concludendo, il calore somministrato ad un corpo può produrre due effetti:

1. *Eseguire un lavoro esterno* (dilatazione, espansione).
2. *Accrescere l'energia interna.* Per ciò, si spende calore in tre modi:

   a) *Eseguendo un lavoro interno* (cambiamenti di stato).
   b) *Aumentando la velocità delle molecole* (aumento di temperatura).
   c) *Aumentando l'energia atomica* (aumento dell'affinità chimica).

Nei gas, non essendovi cambiamento di stato, è trascurabile il lavoro interno, ed è piccolissima la variazione di energia atomica; quindi il calore somministrato si riduce a compiere una variazione delle forza viva molecolare ed un lavoro esterno.

Un gas compresso espandendosi produce un doppio lavoro:

a) *interno:* le molecole si allontanano una dall'altra.

b) *esterno:* le molecole spingono avanti a sè le altre molecole del gas dentro cui si espandono.

Questo lavoro non può compiersi che a spese di un'altra energia; cioè a spese di calore, che il gas prende da sè. Quindi **un gas espandendosi si raffredda.**

Inversamente, comprimendo un gas, siamo noi a somministrare un lavoro, che si traduce in aumento della forza viva molecolare; cioè **il gas compresso si riscalda.**

116. **Zero assoluto.** — Chiamammo *zero assoluto* quella temperatura di $-273^{\circ},09\ C$ a cui la pressione del gas si annulla (§ 44). Per quanto si è detto nel paragrafo precedente, a tale temperatura se la pressione è zero, vuol dire che è pure nulla la velocità molecolare. Le molecole cioè sono in quiete.

In un corpo ordinariamente le molecole sono distanti le une dalle altre; e possono rimanere distanti quantunque dotate di mutua attrazione (forza di coesione) appunto perchè dotate di movimento; in tal guisa la Terra gira attorno al Sole, e se ne mantiene discosta pur essendone attratta. Se allo zero assoluto le molecole sono ferme, allora per la mutua attrazione si addossano l'una accanto all'altra; ma non vengono in contatto, perchè (§ 46) vi sono altre azioni tra le molecole che impediscono loro di avvicinarsi oltre una data distanza. Il gas acquista il minimo volume possibile, diverso da zero, poichè le molecole hanno dimensione finita, sebbene piccolissima. Questo volume minimo, si è chiamato, (§ 46), il **covolume** del corpo. Andrews chiamò poeticamente tale stato, *la morte della materia.*

117. **I due calori specifici dei gas.** — Ricordiamo (§ 9) che il calore specifico (medio) di un corpo, è il numero di calorie necessarie per riscaldare 1 *kg* di quel corpo di un grado. Se il corpo è un gas, come sappiamo, possiamo riscaldarlo in due modi:

a) Tenendo costante la pressione, e lasciandolo libero di dilatarsi.

b) Tenendo costante il volume, e facendone aumentare la pressione.

La quantità di calore necessaria per riscaldare di 1 grado 1 kg di gas a pressione costante, è il calore specifico a pressione costante e s'indica con C_p. La quantità di calore necessaria per riscaldare di 1 grado 1 kg di gas a volume costante, è il calore specifico a volume costante, e s'indica con C_v. Nel primo caso, il gas riscaldandosi si dilata e compie un lavoro, quindi dobbiamo somministrargli oltre al calore necessario per aumentarne la temperatura, anche quello necessario per compiere tale lavoro; cioè dobbiamo somministrargli più calore che a volume costante. Quindi:

Il calore specifico di un gas a pressione costante, è maggiore di quello a volume costante.

Si è anche calcolato il rapporto tra i due calori specifici, e si è trovato che esso è costante per tutti i gas; e precisamente: 1,66 per i gas la cui molecola è monoatomica (*Hg*, *Zn*, *Cd*,... e gas rari dell'atmosfera), 1,41 per quelli biatomici, 1,33 per quelli triatomici, ecc.

Riportiamo qui i valori dei calori specifici di alcuni gas.

GAS	CALORE SPECIFICO:		$\frac{C_p}{C_v}$
	a pressione costante C_p	a volume costante C_v	
Aria	0,23 741	0,16 837	1,41
Azoto	0,24 380	0,17 290	1,41
Ossigeno	0,21 751	0,15 425	1,41
Idrogeno	3,40 900	2,41 773	1,41

La differenza $C_p - C_v$ è l'equivalente del lavoro compiuto dalla dilatazione del gas; dalla misura sperimentale dei due calori specifici si può quindi ricavare anche il valore dell'equivalente meccanico della caloria.

Le differenze tra i valori del rapporto $C_p : C_v$ si interpretano ammettendo che nei gas monoatomici le molecole siano lisce e incapaci di ricevere moti rotatori (su sè stesse); mentre negli altri gas acquistano moti rotatori, per produrre i quali è spesa una parte del calore somministrato al gas, (§ 114).

118. Problemi sull'equivalente meccanico del calore.

a) Problemi risoluti.

1. *Sapendo che ogni* m² *di terreno riceve dal Sole 20 calorie al minuto primo, calcolare quale area occorre utilizzare per ricavare* (teoricamente) *la potenza di 10 HP.*

Risoluzione. — 10 *HP* corrispondono (Vol. 1°, § 150), a: $10 \times 75 = 750$ $^{kgm}/_{s}$. Essi equivalgono (§ 109), a: $750 : 427 = 1{,}756$ calorie per secondo, o:

$$1{,}756 \times 60 = 105{,}54 \text{ calorie per minuto primo.}$$

Per assorbire queste occorre l'area x tale che:

$$20\,x = 105{,}54; \quad \text{da cui:} \quad x = \text{m}^2\,\frac{105{,}54}{20} = \text{m}^2\ 5{,}28 \text{ circa.}$$

Ciò in teoria; in pratica, come vedremo nel Capitolo seguente, il rendimento di una macchina termica, specialmente in queste condizioni, è molto basso; quindi occorre un'area circa 10 volte maggiore.

2. [illegible] Di quanto se ne eleva la temp[illegible] con l'ambiente né con l'ostacolo?

Risoluzione. [illegible] P kg il peso della palla, la [illegible] al momento dell'urto e (Vol. I° § 139) L [illegible] $2g$ [illegible]. La quantità di calore relativa a tale lavoro è (§ 109):

$$Q = \frac{L}{J} = \frac{P v^2}{2 g J} = \frac{P v^2}{854 g} \text{ cal.}$$

Per riscaldare P *kg* di piombo dalla temperatura iniziale t prima dell'urto, a quella di fusione (327°), essendo 0,031 il calore specifico del piombo, occorrono calorie:

$Q_1 = 0{,}031\, P\, (327 - t)$. Distinguiamo vari casi:

1°. Se $Q < Q_1$ cioè se: $\frac{P v^2}{854 g} < 0{,}031\, P (327 - t)$, e quindi se: $v < \sqrt{26{,}474\, g\, (327 - t)}$, il piombo si riscalderà sino alla temp. $T < 327°$, tale che:

$$\frac{P v^2}{854 g} = 0{,}031\, P (T - t); \qquad \text{da cui:} \qquad T = \frac{v^2}{26{,}474 g} + t.$$

Per fondere P *kg* di piombo, essendo 5,37 le calorie di fusione (§ 49), occorrono:

$$Q_2 = 5{,}37\, P \text{ calorie.}$$

2°. Se: $Q_1 < Q < Q_1 + Q_2$, la palla arriva alla temperatura di fusione, e fonde in parte. Essendo:

$$Q < Q_1 + Q_2 \qquad \text{cioè:} \qquad \frac{P v^2}{854 g} < 0{,}031\, P (327 - t) + 5{,}37\, P, \qquad \text{risulta:}$$

$$v < \sqrt{(13\,243 - 26{,}474\, t) g}; \qquad \text{quindi per questo caso dev'essere:}$$

$$\sqrt{26{,}474\, g (327 - t)} < v < \sqrt{(13\,243 - 26{,}474\, t) g}$$

Sia p la quantità di piombo che fonde; per questo occorrono calorie:

$Q_3 = 5{,}37\, p$. Ora, dev'essere: $Q = Q_1 + Q_3$, cioè:

$$\frac{P v^2}{854 g} = 0{,}031\, P (327 - t) + 5{,}37\, p; \qquad \text{da cui:}$$

$$p = \frac{P}{5{,}37} \left[\frac{v^2}{854 g} - 0{,}031\, (327 - t) \right]$$

3°. Se: $Q = Q_1 + Q_2$, cioè se: $v = \sqrt{(13\,243 - 26{,}474\, t) g}$, tutta la palla fonde, senza aumentare ulteriormente la sua temperatura.

4°. Se finalmente: $Q > Q_1 + Q_2$, cioè se: $v > \sqrt{(13\,243 - 26{,}474\, t) g}$, non solo la palla fonde totalmente, ma il piombo liquido in cui si trasforma, si riscalda al di sopra di 327°, sino alla temp. x che calcoleremo. Per riscaldare P *kg* di piombo da 327° ad $x°$, essendo 0,039 il cal. spec. del piombo liquido, occorrono calorie:

$Q_4 = 0{,}039\, P\, (x - 327)$. In tal caso dev'essere: $Q = Q_1 + Q_2 + Q_4$; cioè:

$$\frac{P v^2}{854 g} = 0{,}031\, P (327 - t) + 5{,}37\, P + 0{,}030\, P (x - 327); \qquad \text{da cui:}$$

$$x = \frac{v^2}{33{,}3 g} + 0{,}795\, t - 70{,}667.$$

Notiamo, com'era intuibile, che i risultati del 1° - 3° - 4° caso sono indipendenti da P; cioè avvengono qualunque sia la grandezza della palla. Per ciò non se n'è fatta indicazione nell'enunciato del problema.

3. [illegible] una volta ad ogni ora. *Quante* [illegible] l'aria che entra dall'esterno in una [illegible] se la temperatura esterna è $-8°C$, e quella *interna* è $+17°C$?

Risoluzione. Il volume della stanza è: $m^3 (6 \times 5 \times 4) = m^3\ 120$;
il peso dell'aria contenuta è: $m^3\ 120 \times kg\ 1{,}293 = kg\ 155{,}16$;
in 12 ore entrano quindi: $kg\ 155{,}16 \times 12^h = kg\ 1861{,}92$.

Per riscaldare quest'aria da $-8°$ a $17°$, cioè di $25°$, occorrono:

$$(1861{,}92 \times 25 \times 0{,}23741)\ cal. = \mathbf{11041\ calorie.}$$

b) Problemi da risolvere.

1. Una massa d'acqua cade da 500 *m* d'altezza. Di quanti gradi aumenta la sua temperatura per l'urto contro il suolo (rigido), trascurando le perdite di calore?

2. Un volàno di ferro del peso di 300 *kg* e del diametro di *m* 1,50, ruota con la velocità di 15 giri al secondo. Lo si ferma frenandolo con un ceppo di ferro del peso di *kg* 10. Calcolare la temperatura a cui si riscalda questo ceppo. (Trascurare le perdite di calore).

3. Da quale altezza deve cadere (nel vuoto) una palla di piombo, perchè battendo su un ostacolo (indeformabile) si riscaldi tanto da fondere completamente? (Calore specifico del piombo = 0,031).

4. Un maglio di acciaio (indeformabile) di P *kg* batte n colpi su un pezzo di ferro di p *kg*, inizialmente alla temperatura t; la corsa del maglio ad ogni colpo è di h metri. Calcolare la temperatura raggiunta dal ferro, supponendo che non vi siano scambi di calore con l'ambiente.

5. Un aerolito di *kg* 15 attraversa l'atmosfera con la velocità, all'entrata, di *km* 20 al secondo; colpisce il suolo con la velocità di *m* 500 al secondo. Calcolare la quantità di calore sviluppatosi durante il passaggio nell'aria.

6. Un pezzo di piombo ruota con una fionda su una circonferenza del raggio di *m* 1,75 e con la velocità di 45 giri al minuto; lo si lascia partire in modo che salga verticalmente e vada a battere contro un ostacolo (indeformabile) alla distanza di *m* 15 dal punto di partenza. Calcolare l'aumento di temperatura del pezzo di piombo. (Trascurare la resistenza dell'aria; calore specifico del piombo = 0,031).

7. Nel cilindro di una pompa, vi è inizialmente aria alle condizioni normali, (0° e 76 *cm*); la corsa dello stantuffo è l ed il diametro d; abbassando lo stantuffo di tutta la corsa l'aria si comprime alla pressione h. Calcolare la temperatura a cui si riscalda l'aria. Trascurare le perdite di calore e gli attriti).

8. Qual'è il lavoro necessario per liquefare m^3 10 di anidride carbonica, inizialmente a 20°*C*?

9. Sapendo che in una macchina a vapore si consumano in pratica *g* 800 di litantrace per ogni *HP-ora*, e che il calore sviluppato dalla combustione di 1 *kg* di litantrace è di 6800 calorie, calcolare il rendimento della macchina.

10. Calcolare il costo orario di un motore a scoppio (a benzina) di 25 *HP*, se il rendimento è del 25%. (La benzina produce 10400 calorie per *kg*; il suo costo è di L. 3,25 al litro; il suo peso specifico è di 0,75).

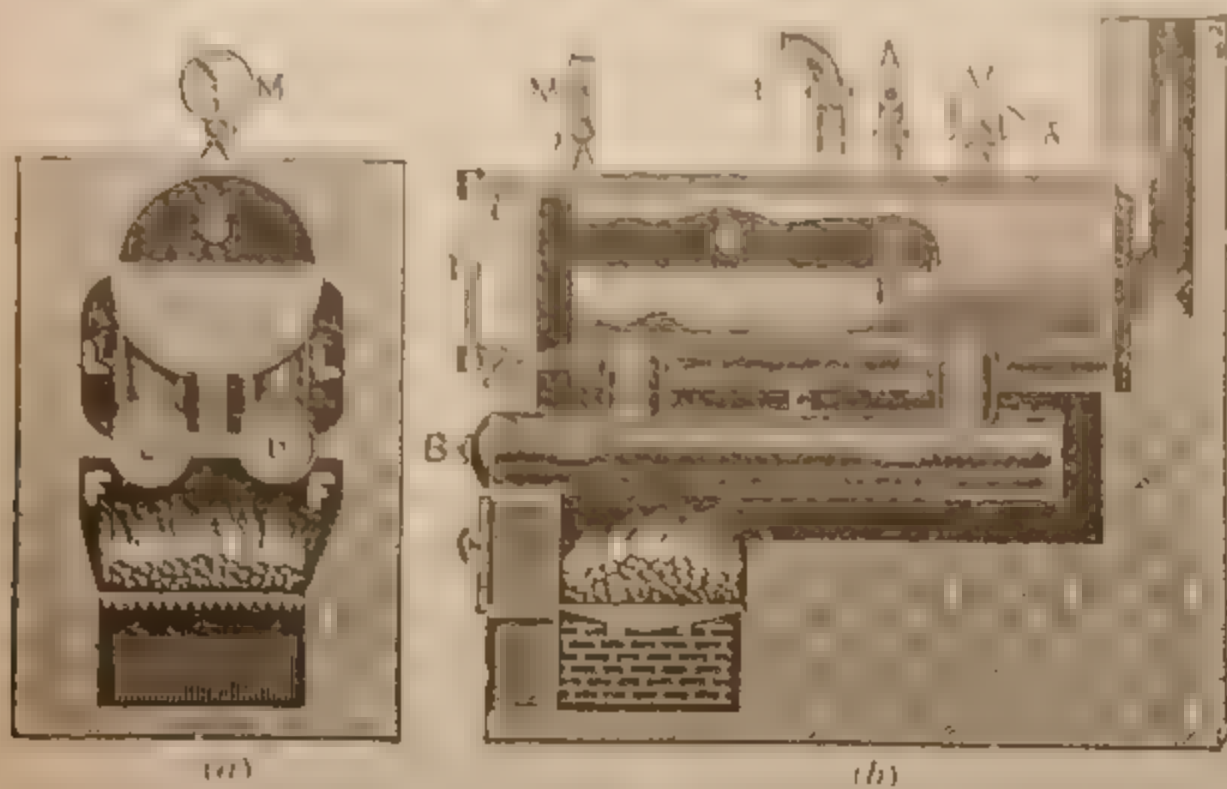
11. In un recipiente della capacità di m^3 2, trovasi aria compressa a 18 *atm*. ed alla temperatura di 15° *C*; si lascia espandere quest'aria in un ambiente in cui sia il vuoto, e di capacità tale che dopo l'espansione la pressione dell'aria sia quella normale. Qual'è la temperatura raggiunta da essa? (Il calcolo va fatto in base ai due calori specifici; trascurare gli scambi di calore con i recipienti).

Macchine termiche.

119. **Macchina a vapore.** — Chiamansi macchine termiche quelle che trasformano l'energia calorifica in lavoro meccanico. Si dividono in due categorie;

Fig. 88.

macchine a combustione esterna, nelle quali il combustibile viene bruciato in un ambiente distinto dal motore; es. la *macchina a vapore;*

macchine a combustione interna, nelle quali il combustibile è bruciato nell'interno del motore; es. i *motori a scoppio.*

La macchina a vapore è una delle macchine più importanti e più meravigliose, che il genio umano ha saputo applicare per il benessere dell'uomo e per il progresso della civiltà. È infatti la macchina a vapore che con la produzione della forza motrice a buon mercato, ha dato impulso forte alle industrie, ha permesso il trasporto celere ed economico delle merci con le ferrovie e i piroscafi, ha reso possibili i rapidi scambi internazionali di persone e di cose, che nel volgere di un secolo hanno trasformato completamente la vita sulla Terra. Nella macchina a vapore si utilizza la forza di espansione del vapore compresso, ottenuto per l'ebollizione di un fluido in un recipiente chiuso. Il fluido adoperato è comunemente l'acqua.

Nella macchina a vapore abbiamo tre parti principali: la *caldaia*, il *motore*, il *condensatore*; ed alcuni organi accessori.

120. **La caldaia.** — Chiamasi *caldaia* un robusto recipiente di grossa lamiera di ferro, resistente a forti pressioni, contenente acqua che si riscalda accendendo il fuoco in apposito *focolare*; l'acqua entrando in ebollizione genera vapore compresso, a conveniente pressione [1].

Fig. 89.

(1) Le pressioni di esercizio nelle caldaie industriali, sono di una ventina di atmosfere; si sono però costruite caldaie sino a 100 *atm*, ed eccezionalmente a 224 *atm*, (pressione critica del vapore d'acqua).

Rispetto alla forma può essere.

a) **Orizzontale con bollitori.** È un grosso cilindro *G* lungo parecchi metri (Fig. 88: (*a*) sezione trasversale; (*b*) vista laterale), ad asse orizzontale, comunicante con due cilindri più piccoli *B*, posti di sotto, detti i *bollitori*; sotto ai quali si accende il fuoco, nel focolare *F*. I gas caldi della combu-

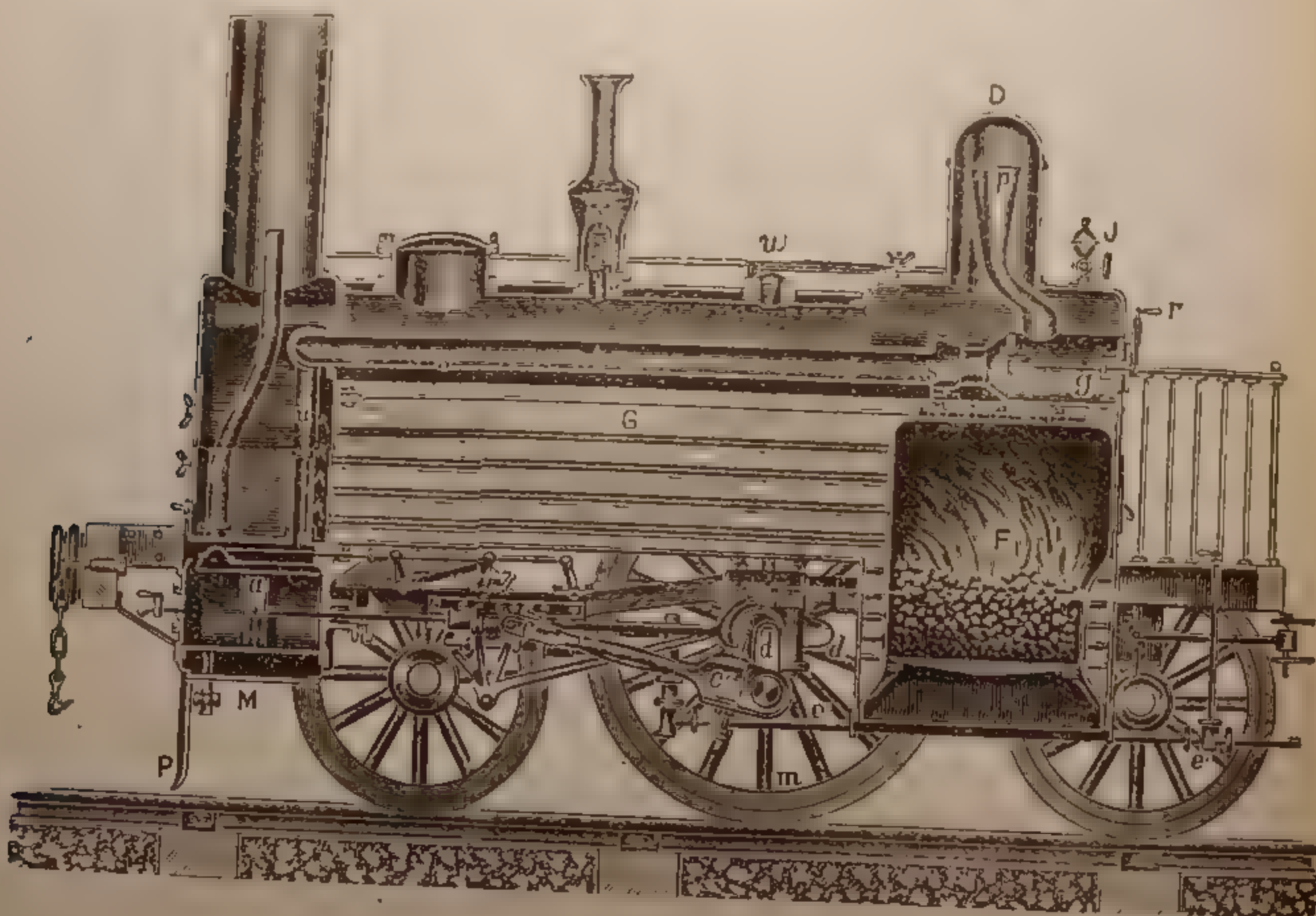



Fig. 90.

stione lambiscono dapprima la parte inferiore dei bollitori, vanno alla parte posteriore della caldaia, ritornano avanti per i condotti laterali *L*, e poi passando per *C* sfuggono per il *camino K*.

Come combustibile si adopera usualmente il *carbon fossile* o *litantrace*, che è il meno costoso, perchè si trova abbondantemente nelle miniere di Francia, Germania, Inghilterra, ecc. L'Italia, purtroppo, ha poco litantrace; solo in questi ultimi anni, per volere del Governo Fascista, si è riusciti a trovarne in buona quantità nelle miniere dell'*Arsa* in Istria e della *Sulcis* in Sardegna. Si adopera anche la *nafta* (petrolio grezzo).

Siccome tale carbone brucia con molto fumo, per favorirne la combustione occorre un forte *tiraggio* di aria attraverso il carbone; ciò si ottiene munendo il focolare di un altissimo *camino*, quale si vede negli stabilimenti con macchina a vapore, (Fig. 89).

b) **Tubolare,** come nella locomotiva, nella quale la caldaia è attraversata da molti tubi *G* (Fig. 90), in cui penetrano le fiamme della combustione. Non potendosi nella locomotiva impiegare un alto camino, il tiraggio è *forzato*; cioè prodotto dal vapore che sbocca con forza per un tubo *I* nel camino, dopo aver lavorato nel motore.

c) Tipo [illegible] in cui la caldaia contiene internamente uno o [illegible] (Fig. 91).

d) **Multitubolare:** [illegible] caldaia vi è un fascio di tubi comunicanti con essa e pieni d'acqua; le fiamme scaldano questi tubi dall'esterno. La Fig. 92 mostra una caldaia multitubolare Babcock e Wilcok in montaggio.

Fig. 91.

121. Organi accessori della caldaia. — Alla caldaia sono applicati alcuni organi accessori, come (Fig. 88):

l'indicatore di livello *I*, che è un cannello di vetro comunicante sopra col vapore e sotto con l'acqua della caldaia; in esso, per il principio dei vasi comunicanti, l'acqua arriva allo stesso livello che nella caldaia;

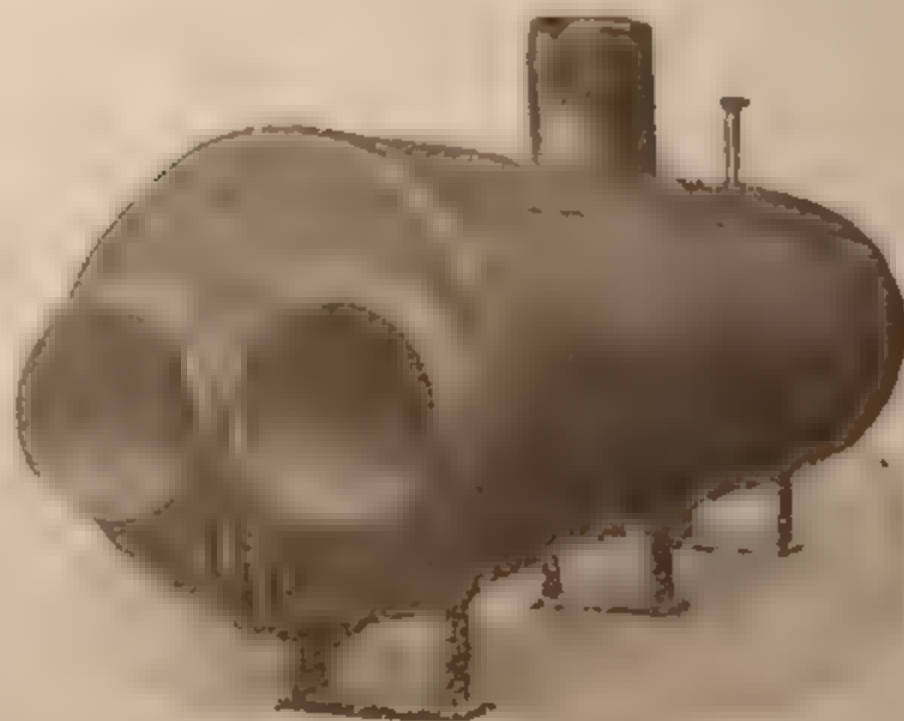



Fig. 92.

la valvola di sicurezza *V*, formata da un tappo caricato con un peso o con una molla, che chiude un orifizio della caldaia. Il tappo è premuto dal vapore: quando la pressione di questo raggiunge un valore prestabilito, e tale da mettere in pericolo di scoppio la caldaia, il tappo viene sollevato ed il vapore sfugge all'esterno;

il manometro *M*, di solito metallico (Vol. 1° - § 236) che indica il valore della pressione del vapore;

la pompa, oppure **l'iniettore**, per alimentare la caldaia; cioè per mandarvi nuova acqua, man mano che essa si consuma, trasformandosi in vapore; ecc.

Nel focolare il carbone è sostenuto dalla **griglia**; e sotto di questa è il **cinerario** che raccoglie la cenere. La pressione del vapore nelle caldaie odierne raggiunge usualmente il valore di 10 a 20 *atm* (§ 120).

Altri accessori che sp[illegible] alle caldaie sono:

gli *economizzatori*: l'acqua [illegible] la caldaia, si fa circolare in tubi che si trovano nei condotti del fumo e così entra già calda in caldaia;

i *preriscaldatori dell'aria*: si può similmente riscaldare anche l'aria da inviare nel focolare, ottenendosi così una combustione migliore;

i *surriscaldatori del vapore*: il vapore proveniente dalla caldaia si fa passare in un fascio di tubi di piccolo diametro, posti nel condotto del fumo: con ciò aumenta la temperatura del vapore ed aumenta, come vedremo nel § 130, anche il rendimento della macchina.

122. **Il motore** è l'organo in cui la pressione del vapore genera il movimento. È costituito da un cilindro F in cui scorre uno stantuffo a tenuta, (Figg. 93-94). Questo è guidato da un'*asta* che esce dal coperchio del cilindro, attraverso una scatola con *premistoppa*, che impedisce l'uscita del vapore.

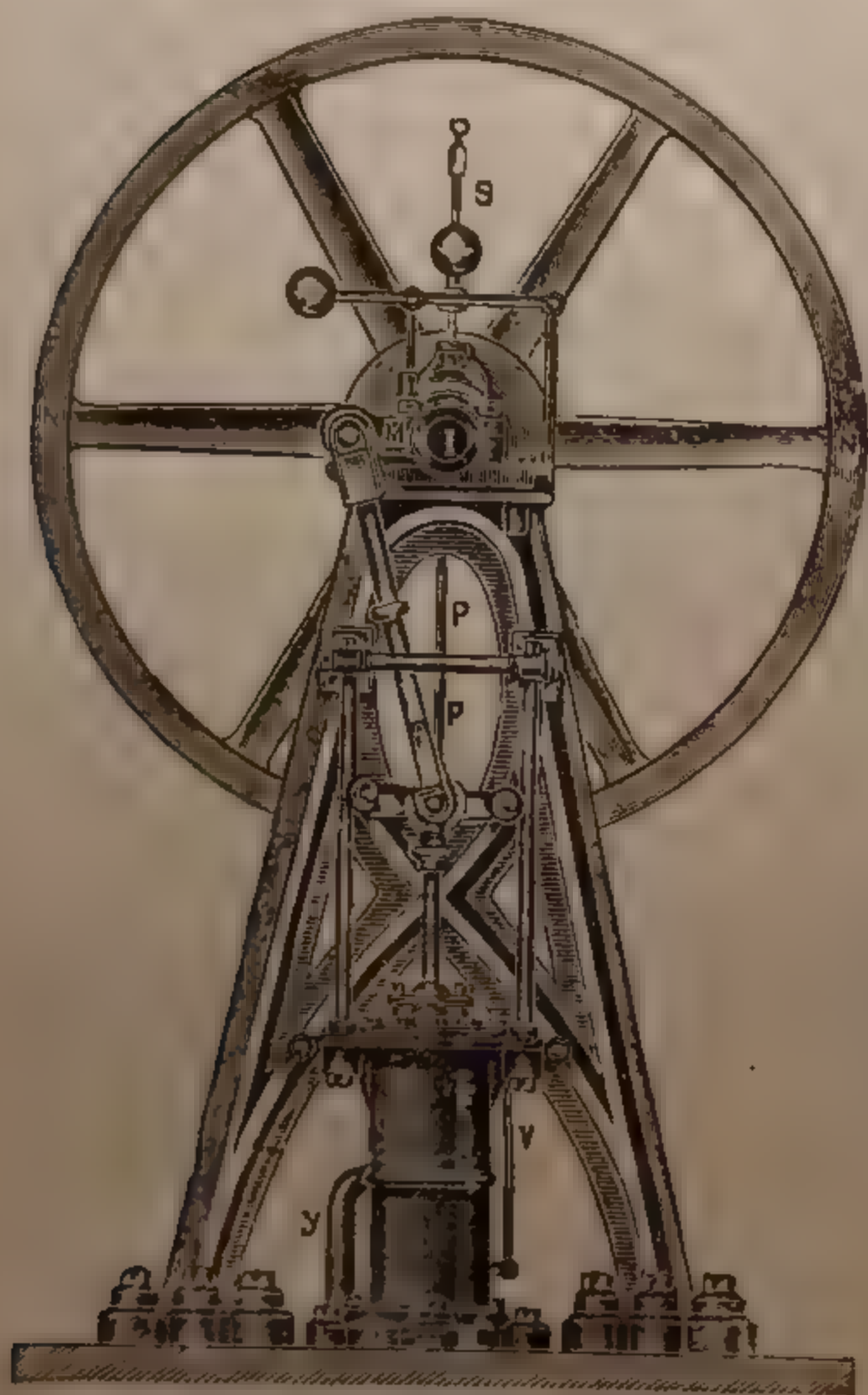



Fig. 93.

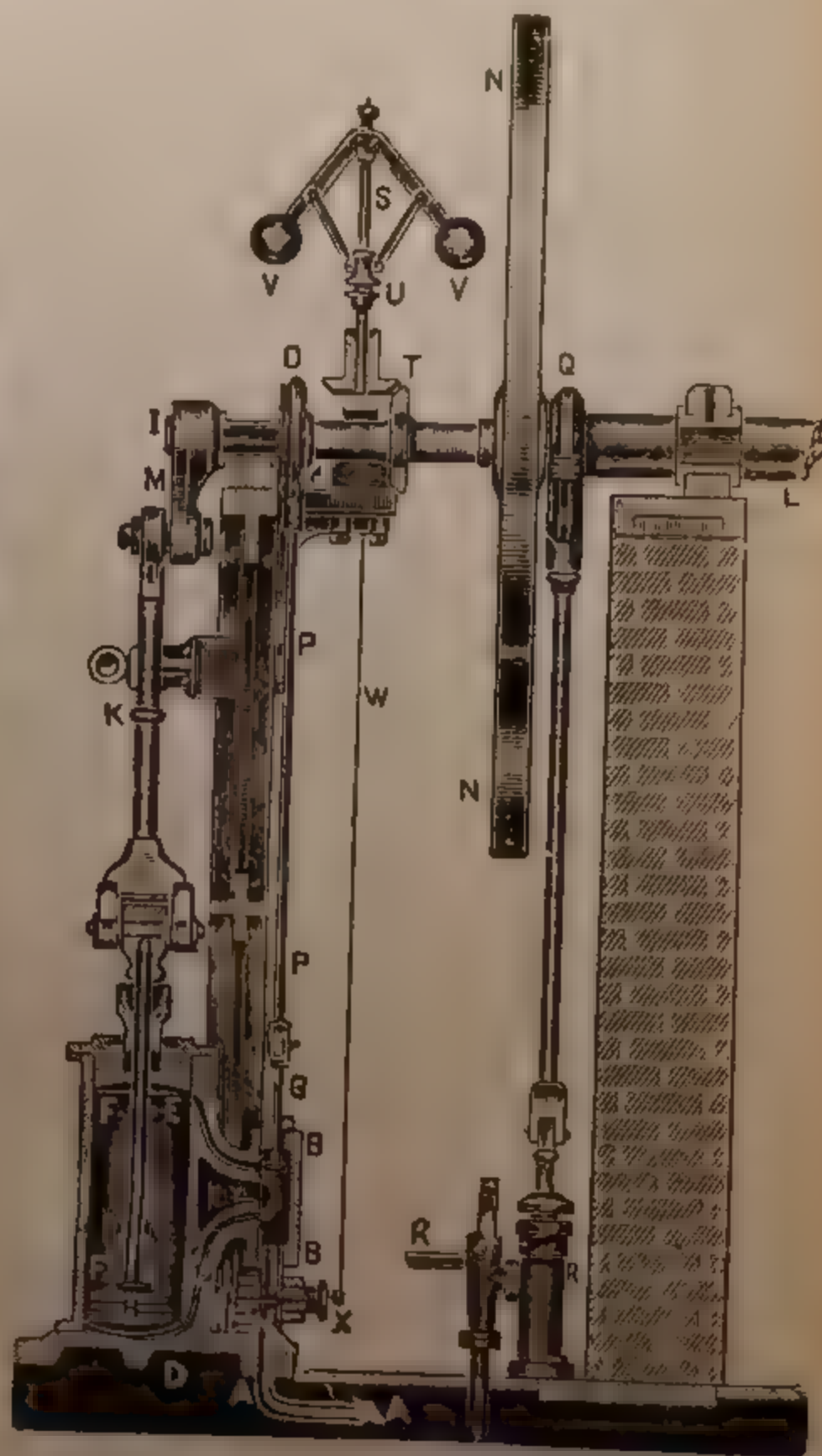



Fig. 94.

Il vapore compresso, che viene dalla caldaia, preme ora su una faccia ora sull'altra dello stantuffo, e gl'imprime un moto alternativo di va e vieni, che è comunicato all'asta. Da questa, per mezzo della *biella* K e della

manovella M, si trasforma in moto rotativo dell'*asse motore HH* e del *volano NN*.

Occorre però un meccanismo che automaticamente *distribuisca* il vapore, al momento giusto, ora su una faccia ora sull'altra dello stantuffo. Ciò si può ottenere in varî modi; uno dei quali, specialmente adoperato nelle macchine dei piroscafi, è il **cassetto di distribuzione**.

È questo un *cassetto B*, in cui per il tubo *L* giunge il vapore, proveniente dalla caldaia, (Fig. 95). Dentro il cassetto scorre il cassettino *I*, comandato dall'asta *S*, che acquista un moto alternativo, per mezzo dell'*eccentrico O*, (Fig. 94). Se il cassettino è nella posizione della Fig. 95, il vapore da *L* entra nel cassetto, e da questo va *sotto* lo stantuffo, che è spinto in alto; mentre il vapore sovrastante allo stantuffo, per il foro **a**, è scaricato all'esterno o al **condensatore**.

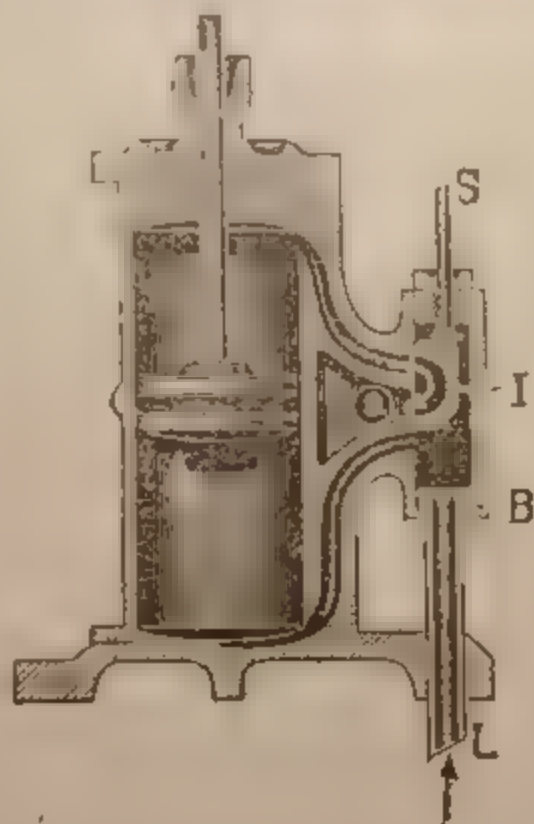
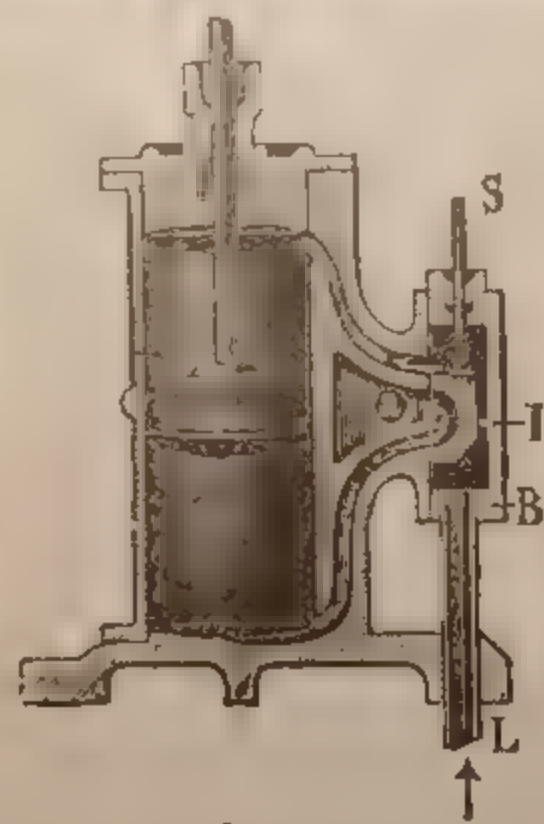



Fig. 95. Fig. 96.

Quando lo stantuffo è arrivato alla fine della sua corsa, il cassettino si abbassa nella posizione della Fig. 96; allora il vapore che giunge da *L* anzichè nella parte inferiore, arriva nella parte superiore del cilindro e spinge lo stantuffo in giù; il vapore che si trova sotto lo stantuffo, per **a** è spinto all'esterno. E così via di seguito, rapidamente, molte volte al minuto secondo.

Altro sistema di distribuzione del vapore, è quello a *valvole comandate*, più moderno, che non descriviamo.

123. **Condensatore.** — Anzichè scaricare il vapore dal motore all'aria esterna, è conveniente spingerlo dentro un recipiente, chiamato il **condensatore**; nel quale, raffreddato con acqua, per contatto diretto o indiretto, si condensa, formando nuovamente acqua calda, che è rimandata nella caldaia. Così si risparmia calore, perchè l'acqua che entra in caldaia è già calda. E si risparmia anche acqua; il che è importante nei piroscafi, nei quali non si può adoperare l'acqua del mare, che evaporando lascerebbe in caldaia tutto il sale che contiene, riempendola in poco tempo.

Inoltre nel condensatore manca l'aria, che si toglie con apposita pompa, e per la condensazione del vapore vi si forma perciò una rarefazione, sino a circa $^1/_{10}$ di atmosfera; quindi il vapore nel motore lavora con una pressione eguale alla differenza tra la pressione nella caldaia e quella nel condensatore che è di quasi un'atmosfera superiore alla differenza tra la pressione nella caldaia e quella dell'atmosfera esterna. Con l'uso del condensatore si ha un risparmio di vapore dal 20 al 30 %. Si ha però una maggiore complicazione dell'impianto; per cui l'uso ne è limitato agli impianti più grossi; il condensatore non viene adoperato nelle locomotive e nelle locomobili.

124. **Organi accessori del motore** sono:

Il regolatore a forza centrifuga, formato da un parallelogrammo articolato S (Fig. 96), portante su due lati opposti due sfere pesanti V. Se la velocità della macchina cresce, le sfere, per forza centrifuga (Vol. 1° - § 115) si allontanano dall'asse e s'innalzano, tirando l'asticella W, che chiude alquanto una valvola A per l'ammissione del vapore nel motore; questo quindi rallenta. Viceversa se la velocità diminuisce, le sfere si abbassano, si apre maggiormente la valvola A, ed entra nel motore più vapore. Così automaticamente si regola la velocità del motore.

Il volàno NN è una grossa ruota di ghisa che per inerzia (Vol. 1° - § 149), non può variare bruscamente la sua velocità nè in più nè in meno; esso quindi attutisce le variazioni brusche di velocità del motore e contribuisce a regolare il moto.

R è la pompa di alimentazione della caldaia; ecc.

125. **Macchine ad espansione.** — Nel motore ora descritto, il vapore agisce per tutta la corsa dello stantuffo e conserva sino alla fine la pressione e la temperatura iniziale. Uscendo dal motore ancora caldo, si perde tutto il calore che esso possiede, che viene ceduto al condensatore.

Fig. 97.

In alcune macchine più perfezionate invece il vapore entra nel cilindro solo per una frazione della corsa dello stantuffo; poi se ne chiude automaticamente l'introduzione, in modo che il vapore rimasto dentro il cilindro continua a spingere lo stantuffo *espandendosi*. Con ciò il vapore si raffredda (§ 115) e cede perciò meno calore al condensatore. La macchina cioè a pari potenza consuma meno carbone; quindi ha maggior rendimento.

Qualche volta l'espansione avviene in un altro cilindro; cioè vi sono due cilindri: il 1° ad alta pressione, riceve il vapore dalla caldaia; il 2° a bassa pressione, riceve il vapore che esce dal 1° cilindro, e vi si espande.

La Fig. 97 mostra un motore a vapore ad espansione, *in tandem*, della potenza di 1000 *HP*.

126. Turbina a vapore. — Da pochi anni hanno avuto importante diffusione alcuni motori, basati sullo stesso principio delle turbine idrauliche, (Vol. 1° § [illegible]). Cioè un getto di vapore, opportunamente diretto, agisce per urto contro alette di acciaio, disposte alla periferia di un tamburo girevole. Questo motore ha il vantaggio di fornire direttamente il moto rotativo a grande velocità, e riesce quindi più conveniente e di maggior rendimento che il motore a cilindro. Esso si è diffuso moltissimo per muovere le eliche

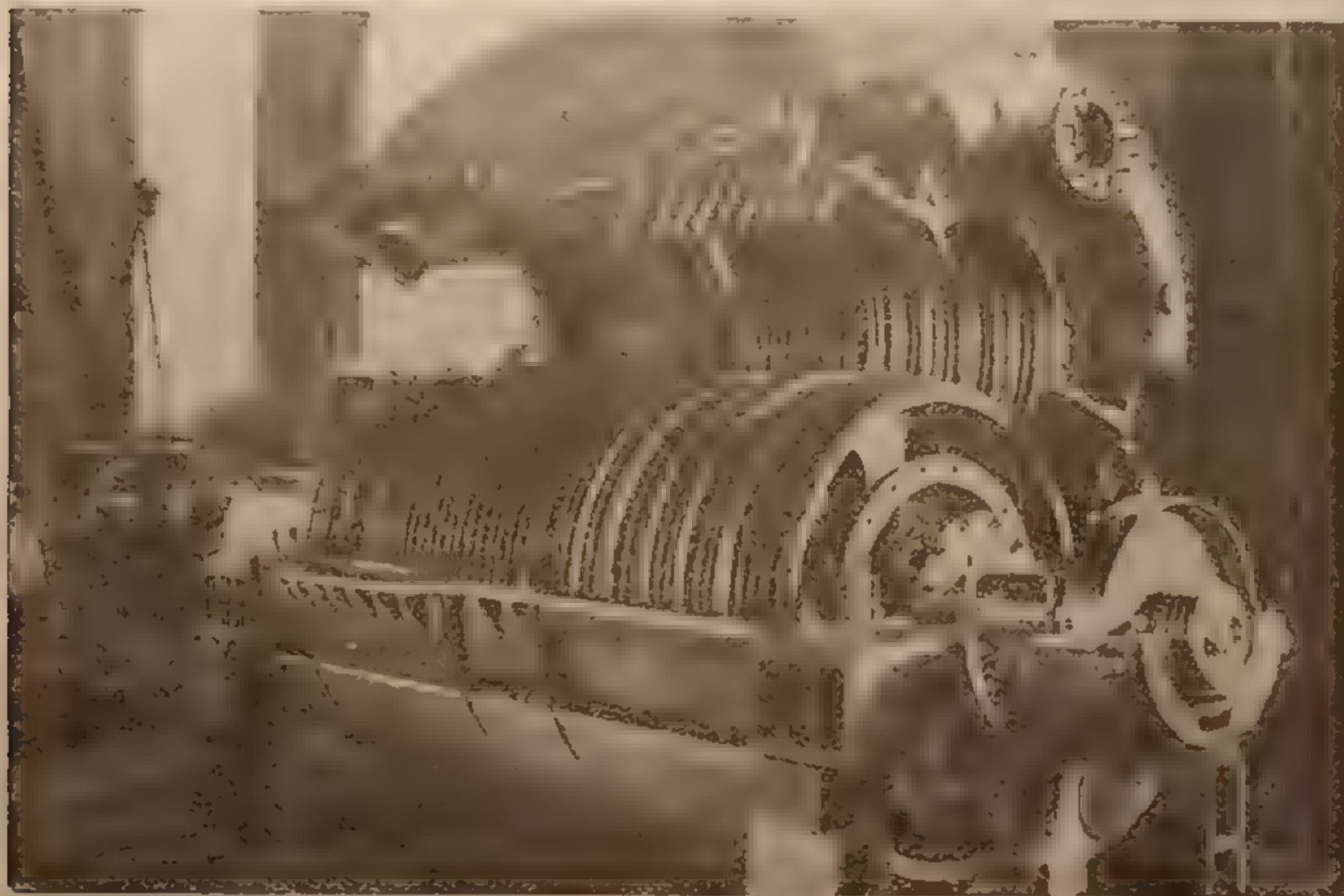



Fig. 98.

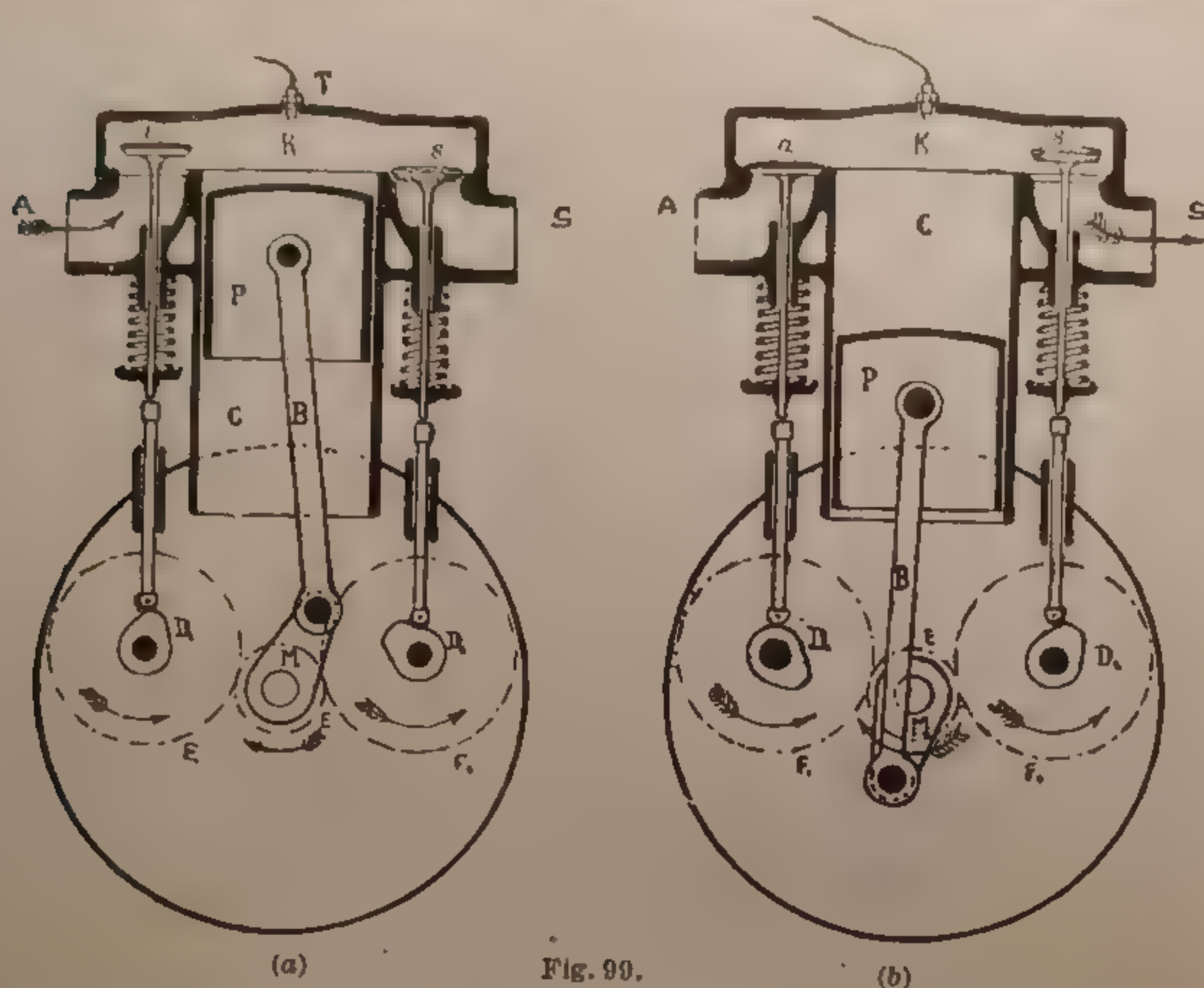
dei piroscafi e le macchine per la produzione dell'energia elettrica. La Fig. 98 mostra una turbina a vapore da 9000 *HP*, smontata in parte.

127. Motore a scoppio. — Da qualche tempo sono assai adoperati dei motori, nei quali la forza che spinge lo stantuffo è ottenuta con lo *scoppio* di una miscela di aria con vapori combustibili; come vapori di benzina, di petrolio o di olio pesante, o *gas povero*. Si chiamano **motori a scoppio**, e sono molto adoperati nell'industria, nell'automobilismo, nell'aviazione, ecc.

Il funzionamento più comune di questi motori è quello **a quattro tempi**. Si abbia un cilindro C in cui scorre uno stantuffo P a tenuta, (Fig. 99). Nel fondo del cilindro vi è una *camera di compressione* K, in cui sboccano due tubi A e S; il primo comunica con un recipiente (*carburatore o gasogeno*) da cui viene il gas combustibile, già mescolato con l'aria; l'altro comunica con l'atmosfera (*tubo di scappamento*). Questi tubi sono muniti di valvole, a ed s comandate automaticamente da organi opportuni (le *camme* D_1 e D_2) mossi dal motore medesimo. Il funzionamento è il seguente:

1° tempo: *Aspirazione.* Lo stantuffo è allontanato dal fondo del cilindro per una forza esterna; la valvola a si apre, s è chiusa, e viene aspirata nel cilindro la miscela di gas e aria, (Fig. 99-a).

2° tempo: *Compressione.* Le valvole sono entrambe chiuse; lo stantuffo torna indietro ancora per forza esterna, e la miscela si comprime nella camera di compressione, a qualche atmosfera di pressione.

3° tempo: *Scoppio.* Alla fine della corsa dello stantuffo con un mezzo qualsiasi, ordinariamente per mezzo di una scintilla elettrica nella *candela T*, prodotta dal cosidetto *magnete* (Vol. 3° - § 208), la miscela esplode e si genera una forte pressione; lo stantuffo è spinto avanti e produce forza.

(a) Fig. 99. (b)

4° tempo: *Scarico.* Si apre la valvola *s*, lo stantuffo ritorna ancora indietro per forza esterna, ed i prodotti della combustione sono espulsi all'esterno per il tubo di scappamento *S*, (Fig. 99-*b*).

E così poi continuamente, molte volte al minuto secondo.

Il 1°, 2° e 4° tempo sono adunque passivi, consumando parte del lavoro prodotto nel 3° tempo; occorre perciò munire il motore di un grosso volàno o costruirlo con più cilindri a tempi alternati, per regolarizzare il moto.

Per la grande frequenza con cui si succedono le esplosioni, le pareti del cilindro in breve tempo si arroventerebbero, se non fossero raffreddate dal continuo circolare di acqua fra la parete esterna del cilindro ed un altro involucro che la circonda.

Il motore a scoppio non si avvia da sè; ma richiede inizialmente qualche giro (a mano o con altro motore ausiliario) per funzionare.

I vantaggi di questo motore, rispetto a quelli a vapore, sono:

a) Assenza della caldaia, quindi *leggerezza.* Nelle macchine a vapore il maggior peso è quello della caldaia, ed accessori (condensatore, maggior combustibile, ecc.); nel motore a scoppio tutto è ridotto al cilindro.

Si può così ottenere un motore che pesi solo pochi chilogrammi per *HP*, quale si richiede per l'automobilismo e per l'aeronautica. Per l'aviazione si costruiscono motori a scoppio estremamente leggeri, che pesano meno di 1 *kg* per *HP*!

b) *Messa in moto istantanea.* La caldaia di una macchina a vapore richiede parecchie ore prima di *entrare in pressione*, come dicono i macchinisti. Nelle caldaie multitubolari, che sono le più pronte, occorrono ancora 3 o 4 ore di tempo, prima che esse siano atte a funzionare.

c) *Può funzionare con intermittenza* o per breve tempo, nulla consumando quando è fermo. Nelle macchine a vapore, se vi è qualche interruzione nel lavoro, occorre egualmente tenere acceso il focolare perchè si mantenga la pressione del vapore, e la caldaia sia pronta alla ripresa del lavoro.

d) *Ha maggior rendimento.* Cioè vi è meno consumo di combustibile a pari potenza del motore. Ciò per un principio che spiegheremo nel § 130, per il quale il rendimento di una macchina termica aumenta col crescere della temperatura del fluido motore che vi agisce. Nel motore a scoppio il fluido motore, cioè il gas della combustione della miscela, è a temperatura assai maggiore che il vapore della macchina a vapore.

Per queste ragioni il motore a scoppio ha avuto grandissima diffusione, in tutti i casi in cui si richiede l'uso di forza motrice; specialmente da quando si usa l'*olio pesante* (1) come sostanza carburante, che è di minimo costo.

128. **Applicazioni delle macchine termiche.** — Nel secolo scorso la macchina a vapore era la signora incontrastata dell'industria, non essendovi altro mezzo per muovere il macchinario di un opificio, se questo non

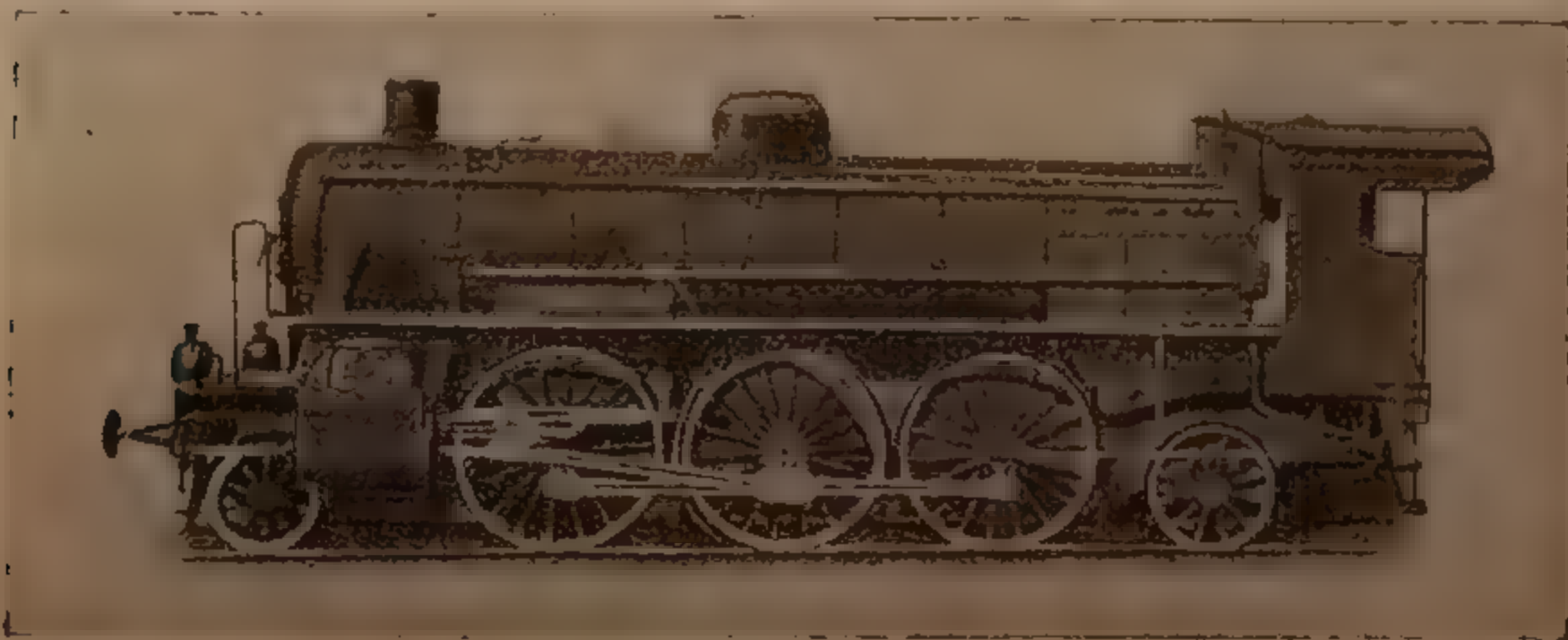



Fig. 100.

poteva usufruire di una forza idraulica; e l'importanza industriale di una città si misurava dal numero degli alti camini, che si elevavano fumosi nel cielo di essa. Oggi, con la produzione dell'energia elettrica e la sua trasmissione a distanza, la macchina a vapore ha ceduto via via il campo al nuovo, più comodo e più moderno mezzo di produzione della forza motrice, e gli alti camini si vanno uno ad uno abbattendo.

---

(1) L'olio pesante è il residuo della distillazione del petrolio naturale, o nafta, dopo averne cavato la benzina, il petrolio da lume, e gli altri olii lubrificanti.

Dove la macchina a vapore ha un p[illegible] tutt[illegible], è nelle ferrovie, i cui treni sono tutt'ora quasi esclusivamente trascinati dalla **locomotiva a vapore**. La nostra Nazione, un tempo dipendente dall'industria estera per l'acquisto di macchine ferroviarie, oggi non è ad alcuna seconda, per la produzione di ottime e potenti locomotive. La Fig. 100 mostra una moderna locomotiva di 1250 *HP*, del peso di 71 tonnellate, costruita dalle *Officine Meccaniche* di Milano. Che enorme progresso, quando si raffronti con il *razzo* (Fig. 101), la prima locomotiva costruita nel 1829 da' Giorgio Stephenson in Inghilterra, e il primo *direttissimo* (Fig. 102) che nel 1854 faceva servizio nei dintorni di New-York, alla *enorme* velocità di 20 *km* l'ora!

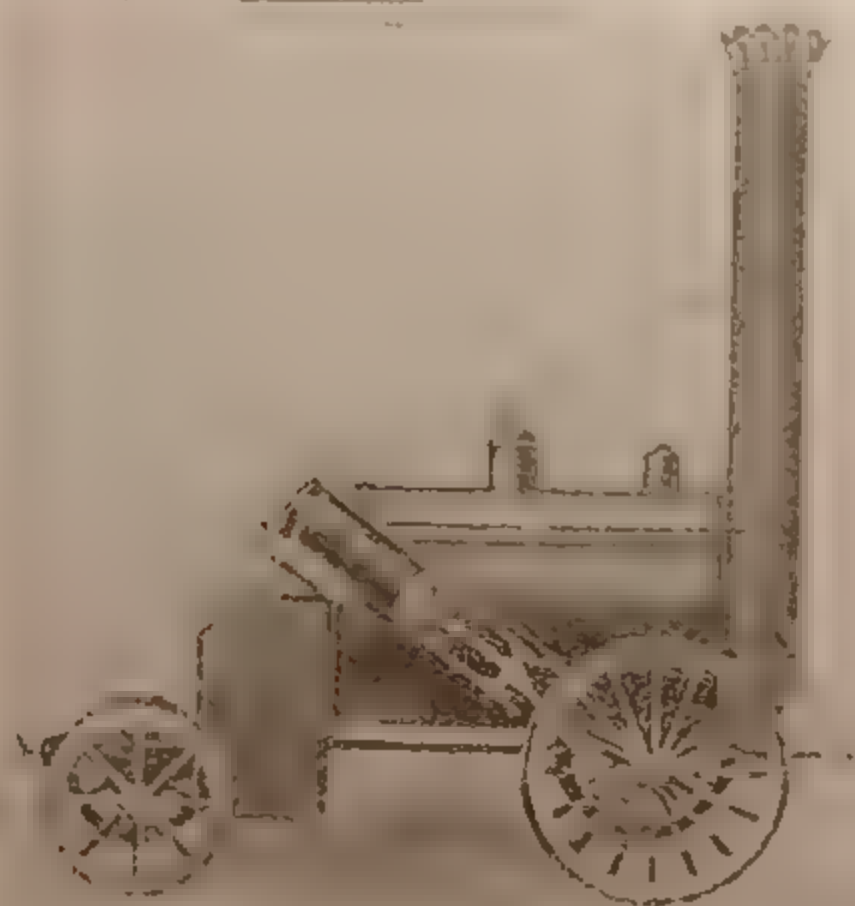



Fig. 101.

La locomobile è una specie di locomotiva, meno potente, montata anch'essa su ruote, in modo da potersi trainare su strade ordinarie, per mezzo di cavalli o di buoi. Serve per muovere macchine agricole, come le trebbiatrici; o per lavori stradali, edilizî, ecc., per i quali non convenga un impianto stabile.

Fig. 102.

Meglio ancora la macchina a vapore domina sovrana per muovere i bastimenti e i piroscafi; qui non vi è la concorrenza dell'energia elettrica, il cui impiego si estende anche per la trazione ferroviaria. Vi sono attualmente

piroscafi [illegible], come il nostro *Rex*, fra i più veloci del mondo, portanti macchine a vapore della potenza di oltre 120000 *HP*!

Allorchè si vuole il moto rotatorio a grande velocità, come per muovere grossi *alternatori* (Vol. 3°) produttori di energia elettrica, e per la propulsione dei *piroscafi*, sono più convenienti le turbine a vapore (§ 126), che si costruiscono anche per potenze formidabili; la Ditta Brown-Boveri a Milano, ne ha costruito persino di 200000 *HP*!

Fig. 103.

I motori a scoppio vanno diffondendosi sempre più, e soppiantando le macchine a vapore, anche per le grandi potenze. Mentre si costruiscono piccoli motori di pochi *HP*, con raffreddamento ad aria, adatti per motociclo (Fig. 103), la nota Casa Fiat produce ottimi motori d'aviazione, a 12 cilindri, da 600 *HP* ciascuno (Fig. 104); di tali motori erano muniti gli apparecchi della crociera aerea transatlantica Italia-Brasile, di cui si è fatto cenno nel Vol. 1° - § 256.

I motori a scoppio ad olio pesante, detti comunemente **motori Diesel**, si costruiscono per potenze rilevanti, fino a 15000 *HP*; si rendono adatti per i grandi piroscafi, ove sostituiscono con vantaggio le macchine a vapore, in confronto alle quali sono più leggeri, occupano meno spazio, e consumano meno.

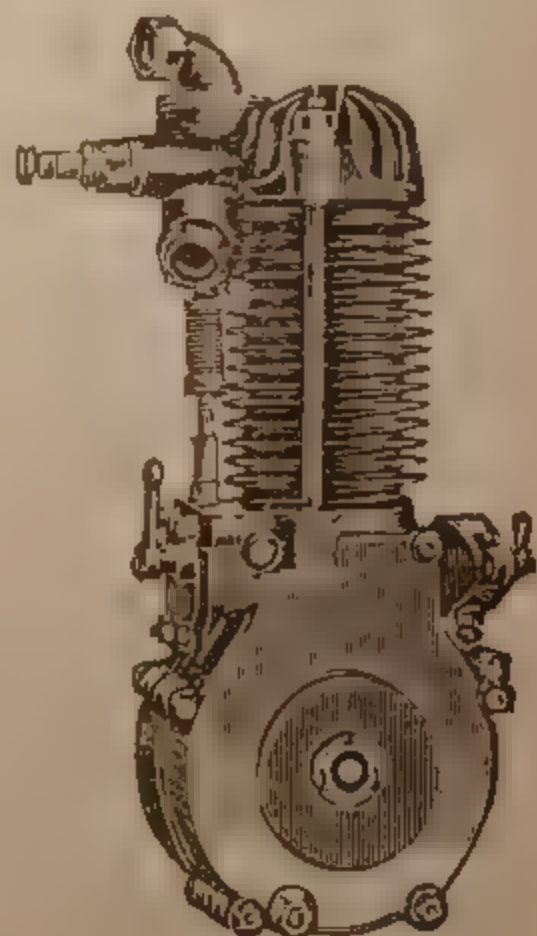
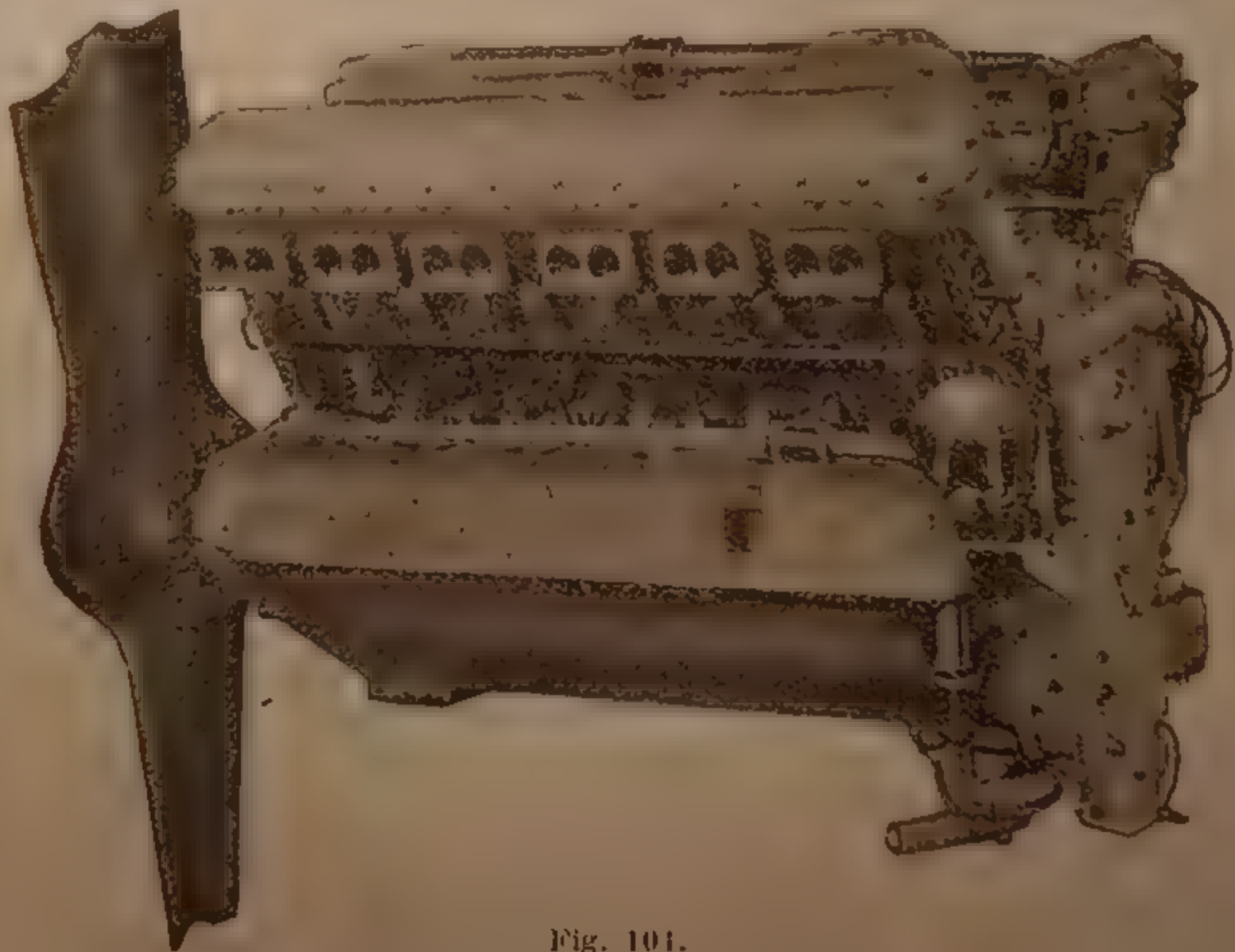



Fig. 104.

La Fig. 105 mostra i 4 grandi motori ad olio pesante della nostra bella motonave *Augustus* (la più grande motonave del mondo), da 9000 *HP* ciascuno, prima del loro montaggio sulla nave.

129. Il 2° principio della Termodinamica. — Dal 1° principio della Termodinamica sembrerebbe che da qualunque corpo a temperatura superiore allo zero assoluto, sarebbe possibile ricavare un lavoro, sottraendogli una certa quantità di calore, cioè raffreddandolo. Ma l'osservazione e l'esperienza ci mostrano, che in qualunque caso perchè sia possibile sottrarre calore ad un corpo, è necessario riversare tale calore in un corpo più freddo; cioè occorre un passaggio di calore da un corpo più caldo ad uno più freddo. È questo un 2° principio della Termodinamica che Clausius (1) enunciò in questo modo:

Si può ottenere lavoro meccanico a spese di calore, solo se si hanno due sorgenti a temperatura diversa.

Dunque per utilizzare il calore per produrre lavoro, è necessario sottrarre il calore da un corpo più caldo e riversarlo ad un corpo più freddo. Non è possibile quindi inventare, ad es., una macchina che produca lavoro utilizzando l'immensa quantità di calore che contiene l'acqua del mare, raffreddando questa in un punto e riversando il calore in un altro punto, o nell'atmosfera (*moto perpetuo di 2ª specie*).

Fig. 105.

Perciò il 2° principio della Termodinamica, si suole enunciare anche così:

Non è possibile produrre un lavoro con un passaggio di calore da un corpo freddo ad uno più caldo.

Razionale invece è il tentativo di utilizzare il calore dell'acqua del mare, basandosi sulla differenza di temperatura fra l'acqua della superficie e quella a grande profondità. Recentemente Claude e Boucherot hanno compiuto un riuscito esperimento all'isola di Cuba, riuscendo a mettere in azione una turbina a vapore di 15 *HP*, alla velocità di 4000 giri al minuto.

Ma questi tentativi di utilizzazione delle energie naturali, come quelli per un motore solare (§ 135), sono per ora prematuri; le enormi spese d'impianto richieste, rendono troppo costosa l'energia prodotta, in confronto alle altre energie naturali che oggi largamente sfruttiamo, come le energie idrauliche e i combustibili naturali.

---

(1) Clausius Rudolph, fisico tedesco; n. a Cöslin nel 1822, m. a Bonn nel 1888.

130. Rendimento. Qualunque macchina termica assorbe dalla sorgente una certa quantità di calore Q; di questa solo una parte è utilizzata, mentre l'altra parte q è riversata nel *refrigerante* (al condensatore o all'aria ambiente) e quindi non trasformata in lavoro. La quantità di calore utilizzata è evidentemente la differenza $Q - q$.

Si chiama **rendimento** della macchina il rapporto:

$$1) \qquad \varrho = \frac{Q - q}{Q},$$

tra la quantità di calore utilizzata e quella sottratta alla sorgente.

Ora si dimostra che fra tutte le macchine termiche che lavorano tra due determinate temperature, ha maggior rendimento quella, in cui il fluido agente subisce un ciclo di trasformazioni, che è chiamato il **ciclo di Carnot** (1), che non esaminiamo.

Se T e t sono le temperature assolute (§ 41) rispettivamente della sorgente di calore e del refrigerante, si dimostra (e s'intuisce anche) che se il fluido compie il ciclo di Carnot, le quantità di calore Q e q sottratta alla sorgente e ceduta al refrigerante, sono direttamente proporzionali alle temperature assolute di queste, cioè:

$$2) \qquad \frac{Q}{q} = \frac{T}{t}; \quad \text{da cui scomponendo:} \quad \frac{Q - q}{Q} = \frac{T - t}{T}; \quad \text{e per la 1):}$$

$$3) \qquad \varrho = \frac{T - t}{T}.$$

Cioè:

Il rendimento di una macchina termica, non dipende dalla qualità del fluido impiegato; ma dall'eccesso di temperatura del fluido sul refrigerante.

Per questa ragione, sono inutili i tentativi di voler sostituire l'etere all'acqua in una macchina a vapore, perchè si pensa che alla stessa temperatura il vapore d'etere acquista pressione assai più forte che l'acqua. Mentre è utile, e si pratica, il surriscaldamento del vapore (§ 121), per portarlo a temperatura maggiore di quella che ha in caldaia, ed aumentare il valore di $T - t$. È anche giustificato quanto dicemmo per il maggior rendimento del motore a scoppio (§ 127 - d).

Es. Con una macchina a vapore, che funzioni a 20 *atm*, cioè il cui vapore sia alla temperatura di 213° C (§ 74), o alla temperatura assoluta $T = 486$, e il refrigerante sia alla temperatura di 40° C, cioè alla temperatura assoluta $t = 313$, il rendimento è:

$$\varrho = \frac{486 - 313}{486} = 0{,}35 = 35\,\%.$$

Quello dell'es. precedente è un rendimento teorico, cioè il massimo raggiungibile (per i valori dati di T e t) se il vapore seguisse il ciclo di Carnot, il che non avviene mai in pratica. Quindi il rendimento delle migliori macchine a vapore oggi non supera il 20 %; cioè non si utilizza come forza motrice che appena un quinto del calore prodotto dalla combustione del combustibile. Quasi tutto il calore si disperde per il camino e il condensatore. Il rendimento di una buona turbina a vapore può raggiungere il 25 %, e di un buon motore a scoppio il 33 %.

---

(1) Carnot Sadi; n. a Parigi nel 1796, m. ivi nel 1832.

131. Problemi sulle macchine termiche.

a) Problemi risoluti.

1. *Calcolare il consumo orario per HP, di un motore a scoppio (a benzina), se il rendimento è del 20 %, e la combustione di 1 kg di benzina svolge 10 400 calorie.*

Risoluzione. — Si ha: 1 *HP* per 1 ora = 75 *kgm* × 3600 = *kgm* 270000; che equivalgono a: *kgm* 270000 : 427 = 632,5 calorie, per svolgere le quali occorrono:

kg (632,5 : 10 400) = *kg* 0,061 = *g* 61 teorici di benzina; e col rendimento del 20 %: *g* (61 : 0,20) = **g 305;** consumo riscontrato nella pratica.

2. *A quale pressione deve lavorare una macchina a vapore, per ottenere il rendimento del 25 %, supposto che questo sia i $^3/_4$ di quello teorico, e che la temperatura del condensatore sia di 45° C?*

Risoluzione. — Sia x la temperatura centigrada a cui deve lavorare il vapore; il rendimento teorico sarebbe (§ 130-3; $T = 273 + x$, $t = 273 + 45$):

$$4) \qquad \varrho = \frac{x - 45}{273 + x}. \qquad \text{Per ipotesi è:} \qquad 0{,}25 = \frac{3}{4}\varrho, \qquad \text{cioè:}$$

$$\varrho = \frac{0{,}25 \times 4}{3} = \frac{1}{3}; \qquad \text{quindi sostituendo nella 4):}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{x - 45}{273 + x}; \qquad \text{da cui:} \qquad x = 204^\circ\,C.$$

A tale temperatura, per interpolazione dalla Tabella del § 67 (o meglio dal diagramma relativo a tale Tabella), corrisponde la pressione del vapore di *cm* 1338,5 di mercurio; equivalente a:

$$(1338 : 76)\ atm = \mathbf{17{,}6\ atm.}$$

b) Problemi da risolvere.

1. In una macchina a vapore da 100 *HP* si consumano *kg* 80 di litantrace per ogni ora. Calcolare il rendimento della macchina. (Un *kg* di litantrace svolge 6500 calorie).

2. Lo stantuffo di una macchina a vapore (senza condensatore e senza espansione) ha 40 *cm* di diametro, e la corsa di 80 *cm*; l'albero motore fa 200 giri al minuto; la pressione effettiva del vapore è di 12 *atm*. Calcolare: la potenza del motore in *HP*, ed il consumo orario di acqua (densità del vapore rispetto all'aria = 0,62).

3. Confrontare il costo del *HP–ora* in una macchina a vapore (rendimento = 15%; calorie del carbone = 6500 per *kg*; costo del carbone = L. 350 la *tonn.*) ed in un motore ad olio pesante (rendimento = 20%; calorie dell'olio pesante = 9800 per *kg*; costo dell'olio pesante = L. 150 al *q*).

4. Calcolare il rendimento di una macchina a vapore, che lavori alla pressione di 18 *atm*, il cui vapore sia surriscaldato di 100°*C* al disopra della temperatura della caldaia, e la temperatura del condensatore sia di 35°*C*, supposto che il ciclo compiuto dal vapore sia quello teorico.

5. Calcolare la potenza di un motore a scoppio (a benzina), che consuma litri 2,5 di benzina ad ogni ora, col rendimento del 22 %.

Sorgenti di calore.

132. **Calore svolto dalle reazioni chimiche.** — Nelle reazioni chimiche vi è in generale variazione di temperatura. In alcune vi è assorbimento di calore, e sono dette *endotermiche*; in altre vi è produzione di calore, e sono chiamate *esotermiche*; in esse il calore svolto è dovuto alla trasformazione dell'energia atomica (affinità chimica) in forza viva molecolare (calore). Le reazioni principali per la produzione di calore sono *le combustioni.*

Si chiama *potere calorifico di un combustibile, il numero di calorie che svolge 1 kg di quel combustibile bruciando completamente.*

Riportiamo il potere calorifico dei combustibili più comuni:

Idrogeno	29 100	Carbonio (puro)	8 080
Gas illuminante - circa . .	10 800	Litantrace	7 200
Benzina	10 400	Alcool	6 850
Olio d'oliva	9 860	Legna (in media)	3 000

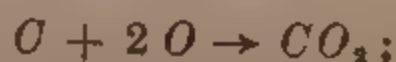
Le leggi per la produzione di calore dalle reazioni, sono le seguenti:

1. *La quantità di calore sviluppata in una data reazione, dipende dalla qualità e dalla quantità delle sostanze impiegate; ed è indipendente dal tempo in cui si compie la reazione.*

Es. Un metro cubo di gas illuminante produrrà in tutto la medesima quantità di calore, sia che esploda istantaneamente, sia che bruci per qualche ora con piccola fiammella. Però nel primo caso la temperatura raggiunta è maggiore.

2. **Legge di Hess.** *Quando si può passare da un sistema di sostanze ad un altro o mediante una sola reazione o con più reazioni successive, la quantità totale di calore sviluppata è eguale nei due casi, dipendendo solo dallo stato iniziale e finale.*

Es. Il carbonio bruciando può trasformarsi direttamente in anidride carbonica:

$$C + 2\,O \rightarrow CO_2;$$

nel qual caso, per ogni chilogrammo di carbonio si svolgono 8080 *cal.*

Se invece il carbonio brucia con poco ossigeno e a più bassa temperatura, si trasforma in ossido di carbonio:

$$C + O \rightarrow CO;$$

nel qual caso un chilogrammo di carbonio svolge 2408 *cal.* Ma l'ossido di carbonio (CO) è a sua volta combustibile e brucia, producendo ancora anidride carbonica:

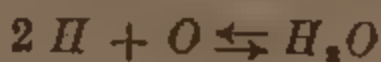
$$CO + O \rightarrow CO_2.$$

Orbene, tutto l'ossido di carbonio prodotto da 1 *kg* di carbonio, bruciando svolge ancora 5672 *cal*; in modo che il calore totale ottenuto è ancora:

cal (2408 + 5672) = 8080 calorie, come nel 1° caso.

3. *Per scomporre il composto ottenuto in una data reazione, è necessario spendere tanto calore (o altra energia equivalente) quanto se n'era formato nella reazione in cui il composto fu prodotto.*

Es. 1 *kg* d'idrogeno, combinandosi con 8 *kg* di ossigeno, forma 9 *kg* di acqua:

$$2\,H + O \leftrightarrows H_2O$$

e svolge 29 100 calorie.

Viceversa per scomporre 9 *kg* di acqua in idrogeno e ossigeno, bisogna spendere 29 100 *cal*, o l'equivalente in energia elettrica.

133. **Calore animale.** — Gli animali, chi più chi meno, sono a temperatura più elevata dell'ambiente, essi quindi generano calore. Questo è dovuto all'ossidazione (lenta combustione) che subiscono gli alimenti, resi assimilabili con la digestione. Tale ossidazione avviene (nei mammiferi) specialmente nei polmoni. Gli alimenti sono sostanze organiche, composte specialmente di carbonio ed idrogeno, la cui ossidazione produce anidride carbonica ed acqua. Queste sostanze sono appunto emesse (l'acqua allo stato di vapore) col fiato, nella respirazione.

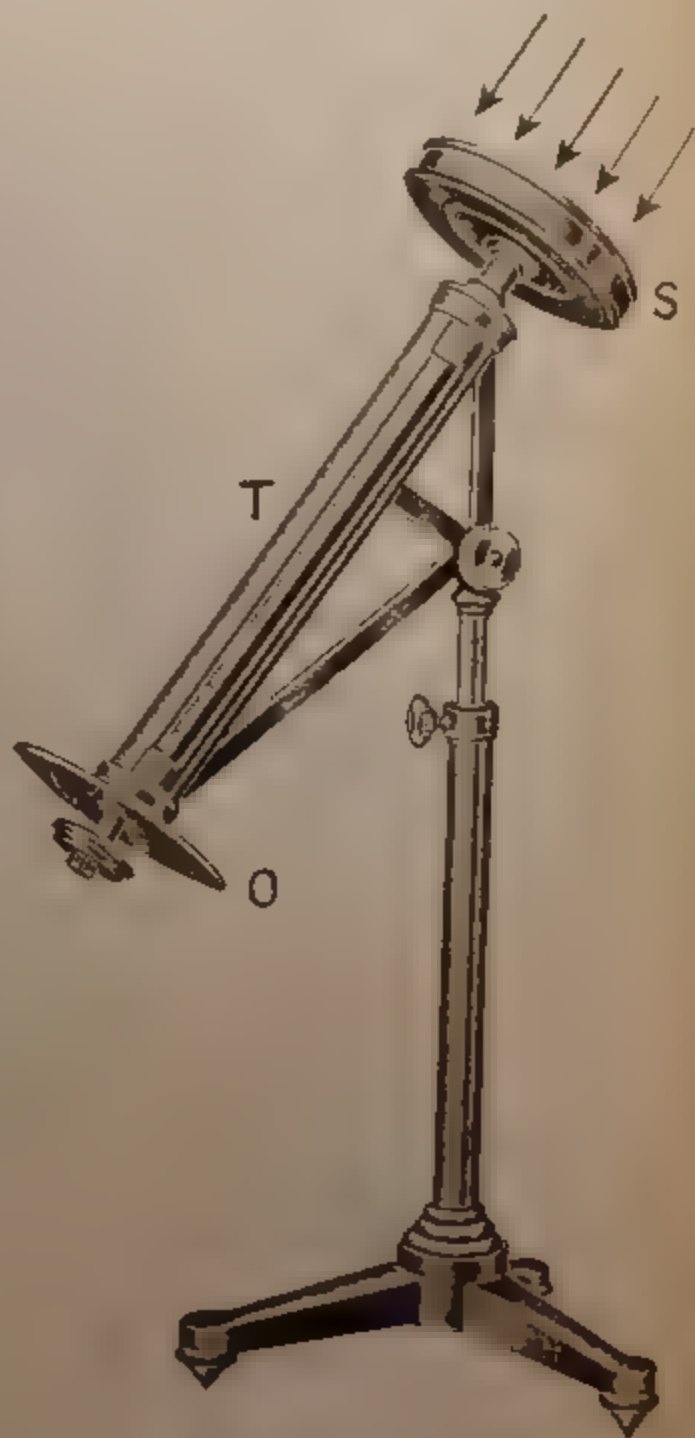
A spese del calore prodotto si compie il lavoro eseguito da un animale per le sue funzioni vitali. Il Berthelot, con apposito apparecchio, provò che un animale in riposo produce meno anidride carbonica e quindi meno calore, che non lo stesso animale che si muova, cioè che lavori. Quindi chi più lavora più deve nutrirsi, ponendo mente che anche il lavoro intellettuale richiede un dispendio di energia; inoltre d'inverno, perdendosi più calore, occorre più nutrimento che d'estate [1].

134. **Calore solare.** — La sorgente più importante di calore è il Sole, da cui ha origine ogni energia e vita sulla Terra.

La quantità di calore che la Terra riceve dal Sole, si misura col **piroeliometro.** Il più noto fra questi, sebbene non molto recente, è quello di Pouillet. Esso è costituito da una scatola cilindrica S di argento (Fig. 106), la cui base è esposta perpendicolarmente ai raggi del sole; ciò avviene allorchè l'ombra proiettata da S, ricopre esattamente un disco O di metallo, di eguale diametro. La scatola contiene acqua, che si riscalda sotto l'azione del sole; la sua base è affumicata, per avere così il massimo potere assorbente (§ 24). Un termometro T, il cui bulbo penetra nella scatola, segna la temperatura dell'acqua.

Fig. 106.

Come vedemmo nella Calorimetria, moltiplicando il peso di questa acqua, per il numero dei gradi di cui si riscalda, si ottiene la quantità di calore assorbito dalla scatola. Dividendo tale quantità per l'area della base di S, misurata in cm^2, e per i minuti durante cui è stata esposta al sole, si ottiene: *quante calorie riceve 1* cm² *per ogni minuto primo.* Questo numero si chiama la **costante solare.** Pouillet trovò che è di 1,76 *piccole* calorie; ma esperienze più recenti eseguite su alte montagne (per eliminare l'assorbimento dei bassi strati atmosferici), hanno dato il valore di circa 2 piccole calorie.

Per quanto piccolo tale numero, diventa enorme il calore ricevuto da

(1) Un uomo normale ha bisogno in media, di circa 3000 calorie al giorno.

tutta la Terra in un anno. È questo calore che capace di fondere una crosta di ghiaccio alta 31 m, che avvolgesse tutta la Terra; ed è equivalente al lavoro che produrrebbero 500 milioni di macchine a vapore, da 500 HP ciascuna, che lavorassero senza tregua giorno e notte!

La Terra non riceve che la minima parte del calore irradiato dal Sole in tutte le direzioni attorno a sè, esso è nientemeno più di 6×10^{26} calorie al minuto; numero immensamente grande che la nostra mente non afferra e non comprende; tale calore è più di quello che si otterrebbe bruciando 700 trilioni di kg di carbone; il che equivale a dire che occorrerebbe bruciare una massa di carbone eguale a tutta la Terra *ogni 6 giorni*, per produrre tanto calore quanto ne irradia il Sole. Si può ancora dire che il Sole irradia in un secondo tanto calore quanto ne produrrebbe il carbone consumato in Italia in oltre un miliardo di anni!

Da che trae origine tutto questo calore? Bisogna scartare l'ipotesi che il Sole sia un corpo incandescente che si raffreddi, o un combustibile che

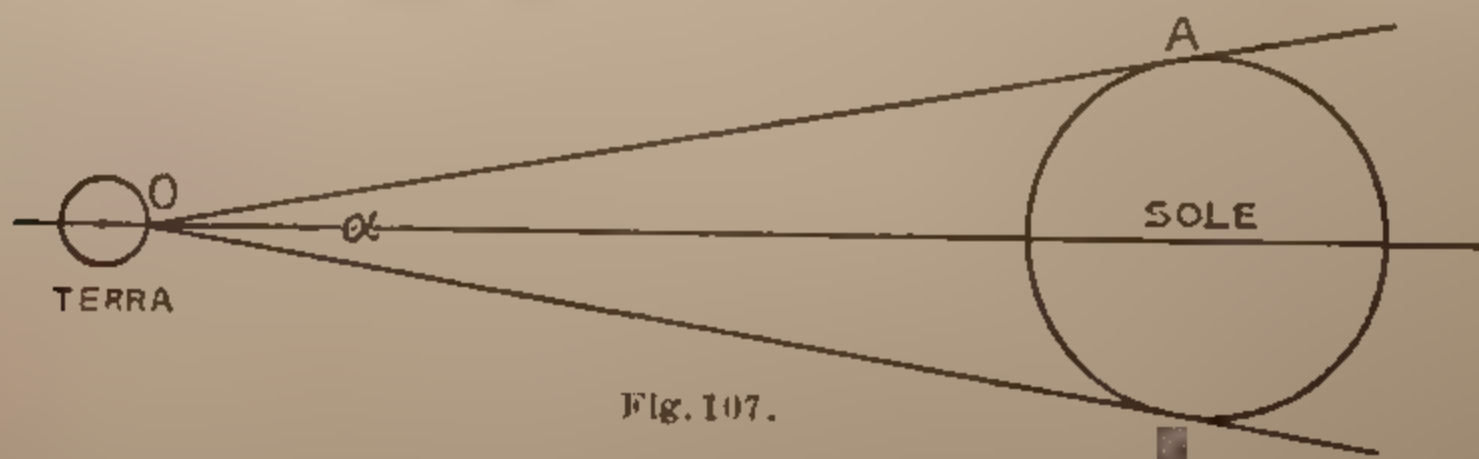



Fig. 107.

bruci; perchè in entrambi i casi si sarebbe spento o consumato da un pezzo; mentre durante i 40 secoli della storia dell'uomo, non è mutata sensibilmente la temperatura media della Terra. Fu scartata anche l'ipotesi che il calore solare fosse rigenerato dall'urto di miriadi di asteroidi cadenti sul Sole, centro di attrazione del sistema solare; il calcolo condurrebbe ad ammettere un aumento sensibile della massa solare, che si dovrebbe tradurre in un aumento della sua forza d'attrazione sui pianeti, ed in una diminuzione della durata dell'anno terrestre di sei mesi in 4000 anni; il che non è stato riscontrato in tanti secoli d'osservazione.

Una teoria più accettabile è quella di Helmholtz [1], il quale suppose che la massa solare, tutt'ora fluida, si condensi continuamente, producendo così calore come un gas che si comprima (§ 115). Il rimpicciolimento del diametro solare che ne deriva, risulta dai calcoli così piccolo, da sfuggire alle misure più accurate per moltissimi secoli. Si è calcolato infatti che l'angolo α delle due tangenti OA, OB, condotte dalla Terra ad un circolo massimo solare (Fig. 107), dovrebbe diminuire di $0'',003$ di secondo di grado in 2000 anni, per compensare le perdite di calore del Sole per irradiazione. Ora, i mezzi più moderni per la misura degli angoli, non permettono di valutare meno di 0,1 secondi; occorreranno pertanto centinaia di secoli, prima di riscontrare una sensibile diminuzione della grandezza apparente del Sole. Cade quindi l'obiezione che si potrebbe fare, della costanza del diametro solare.

---

(1) Helmoltz Hermann Ludwig, fisico tedesco; n. a Potsdam nel 1821, m. a Berlino nel 1894.

Secondo il Thompson la contrazione del raggio solare è appena di *m* 35 l'anno; o, che è lo stesso, il raggio solare diminuisce di un centomillesimo ogni duecento anni.

Un'ipotesi più recente, basandosi sulla presenza dell'elio sul Sole, suppone che questo sia una massa radioattiva, (Vol. 3° - § 63).

Meglio le nuove concezioni sulle trasformazioni atomiche e sull'energia che se ne libera [1], servono a spiegare l'origine del calore solare.

Infatti la condensazione degli atomi leggeri in atomi pesanti, fornisce oggi la migliore interpretazione possibile della enorme quantità di energia emessa annualmente e continuamente dal Sole; se è vero che l'idrogeno costituisce l'elemento primordiale da cui derivano tutti gli altri corpi semplici, e se la materia primitiva della nebulosa da cui è derivato il Sole era composta di idrogeno, la condensazione degli atomi di idrogeno in atomi di elio, svilupperebbe 160 miliardi di piccole calorie per grammo. E poichè la massa solare è di 2.10^{33} *g* e ciascun grammo di essa irradia circa 2 piccole calorie per anno, tale condensazione fornirebbe tante calorie quante bastano per un irraggiamento solare di 80 miliardi di anni, nella quantità attuale.

Infine, le ultime teorie della trasformazione della materia in energia (Vol. 3° - §80), potrebbero spiegare l'origine del calore solare, supponendo che la massa di questo diminuisca di 360 miliardi di tonnellate al giorno; con ciò in 1300 milioni di anni perderebbe solo gli $^{8}/_{100\,000}$ della sua massa attuale, per compensare l'irradiazione del calore.

La temperatura del Sole fu calcolata dal Rossetti a circa 10000° *C*; ma ipotesi più recenti ne portano il valore sui 6500° *C*, (§ Vol. 1° - 174).

135. **L'energia solare.** — Come s'è detto, ogni energia e vita sulla Terra ha origine dal calore solare. È questo infatti che vaporizza l'acqua e la solleva allo stato di vapore, da cui dipende la formazione della pioggia, dei fiumi, delle cascate, ecc.; quindi tutta l'energia che oggi raccogliamo dall'acqua dei monti, per tradurla in elettricità, che muove la maggior parte dei nostri opifici, è dovuta al Sole. Le piante crescono in virtù del calore solare, e per l'acqua che ricevono per l'azione del Sole; il carbon fossile che sfruttiamo in così grande quantità per il riscaldamento e per forza motrice, proviene dalla trasformazione di foreste rimaste sotterrate centinaia di secoli fa; quindi è il Sole la causa che muove la macchina a vapore degli opifici, e i piroscafi sul mare, e i treni sulla terraferma. Gli animali che si nutrono di vegetali o di altri animali che vivono coi vegetali, devono anch'essi la loro vita al calore solare. I venti sono generati dal Sole, che riscalda più o meno plaghe diverse della Terra; ecc., ecc.

Si è anche provata la trasformazione del calore solare in energia meccanica, per mezzo di opportune macchine termiche. Fra i numerosi tentativi, antichi e recenti, meritano menzione gli esperimenti di Shuman; il quale raccoglieva i raggi solari per mezzo di enormi specchi parabolici (Fig. 108), e li concentrava, sul loro asse focale (come studieremo in Ottica), su un tubo contenente un liquido che forniva il vapore necessario. Gli esperimenti sono stati eseguiti nel 1913 a Filadelfia (America del Nord), con una macchina a bassa pressione; e più tardi a Meadi (Egitto), dove funzionano tuttora

---

(1) Vedasi nel Vol. 3° le odierne vedute sulla costituzione della materia.

macchine solari capaci di azionare pompe che sollevano acqua a scopo d'irrigazione.

Ma i motori solari non sono per ora convenienti; perchè le forti spese d'impianto relative distruggono l'utile del calore gratuito. Finchè avremo carbone e petrolio da sfruttare, sarà sempre più vantaggioso usufruirne per la produzione della forza motrice. In avvenire, sarà prima più conveniente captare l'energia delle onde marine; e forse avremo anche trovato altre energie naturali più abbondanti e più comode che quella solare.

Fig. 108.

136. Problemi sulle sorgenti di calore.

a) Problemi risoluti.

1. *Quanti grammi d'alcool occorrono per portare all'ebollizione e vaporizzare* p *litri d'acqua, inizialmente a* t°, *se il rendimento del fornello è del 35%?*

Risoluzione. — La quantità di calore necessaria per riscaldare p *kg* d'acqua (1 litro d'acqua pesa 1 *kg*) da t° a 100° è:

$Q_1 = p\,(100 - t)$ *cal.* Quella necessaria per vaporizzare tale acqua a 100° è: $Q_2 = 536\,p$ *cal.* e in tutto: $Q = Q_1 + Q_2 = p\,(636 - t)$ *cal.*

Ciò teoricamente; in pratica, se il fornello utilizza il 35% del calore fornito dall'alcool, occorrono:

$$Q' = \frac{Q}{0{,}35} = \frac{p\,(636 - t)}{0{,}35}\ cal.$$

Il potere calorifico dell'alcool è di 6850 cal per kg, quindi occorrono:

$$kg\ \frac{Q'}{6850} = kg\ \frac{p(636-t)}{2397} = g\ \frac{p(636-t)}{2,397}\ \text{di alcool}.$$

2. *Quale dev'essere il diametro base di uno specchio concavo esposto al Sole, per portare in m minuti primi all'ebollizione p kg d'acqua, inizialmente a t°, posta in un recipiente al fuoco dello specchio, se il rendimento del sistema è del 40%?*
(Nel fuoco si concentra tutto il calore ricevuto dallo specchio).

Risoluzione. - Per riscaldare p *kg* d'acqua da t^o a 100° occorrono teoricamente:

$Q_1 = p(100-t)\ cal.;$ e col rendimento del 40%:

$Q_2 = \dfrac{p(100-t)}{0,40}\ cal.;$ ciò si vuole in m minuti, quindi per minuto:

$$Q_3 = \frac{p(100-t)}{0,40\,m}\ cal. = \frac{2500\,p(100-t)}{m}\ picc.\ cal.$$

D'altra parte dal Sole riceviamo 2 piccole calorie per cm^2 e per minuto, quindi l'area base dello specchio dev'essere:

$S = cm^2\ \dfrac{2500\,p(100-t)}{2\,m}$. Chiamando x il diametro cercato, è:

$$S = \frac{\pi x^2}{4} = \frac{2500\,p(100-t)}{2\,m}; \quad \text{da cui:} \quad x = cm\sqrt{\frac{5000\,p(100-t)}{\pi m}}$$

b) Problemi da risolvere.

1. Quante calorie per m^3 svolge il gas illuminante? (densità rispetto all'aria = 0,4).
2. Quanti m^3 di gas occorrono per portare all'ebollizione 500 *l* d'acqua, a temperatura iniziale di 15° *C*, se il rendimento del fornello è del 20%?
3. Quanti grammi di benzina, di litantrace, di alcool, occorrono per sviluppare tanto calore quanto m^3 50 di idrogeno?
4. Confrontare il costo del riscaldamento invernale dello stesso appartamento, con:

1. Coke	a L. 30	il *q*,	pot. cal.	6 800,	rendimento delle stufe	0,75
2. Antracite	» 36	»	» »	7 400	» »	0,80
3. Legna	» 18	»	» »	3 500	» »	0,70
4. Petrolio	» 1,90	il *kg*	» »	10 500	» »	0,90
5. Gas illum.	» 0,80	il m^3	» »	(v. eserc. 1)	» »	0,85

5. Quanti *kg* di coke occorrono per scomporre 100 litri di acqua, in un impianto generatore di gas d'acqua?
6. Quanti m^2 di terreno occorrerebbe impegnare, per una macchina termica da 100 *HP*, che utilizzasse il calore solare, con un rendimento del 12%?
7. A quanti *kg* di carbone è equivalente il calore solare ricevuto in 8 ore dal tetto di una casa di m^2 (20 × 10)?
8. In un recipiente perfettamente isolato dal calore e resistente alle alte pressioni, sono racchiusi p grammi di idrogeno e la quantità di ossigeno strettamente necessaria per combinarsi con esso; il tutto a t^o. Facendo scoppiare nella miscela una scintilla elettrica si provoca la combinazione dei due gas. Calcolare la temperatura finale raggiunta. (Vedasi al § 16 il calore specifico del vapore d'acqua).

PARTE III.

ACUSTICA

Produzione e propagazione del suono.

137. **Suono - Causa fisica di esso.** — Si chiama **suono** ciò che agisce sull'organo dell'udito; l'**Acustica** studia i fenomeni del suono.

La causa del suono è la vibrazione di un corpo solido, liquido o gassoso. Cioè: *Tutte le volte che un corpo emette un suono, esso vibra.*

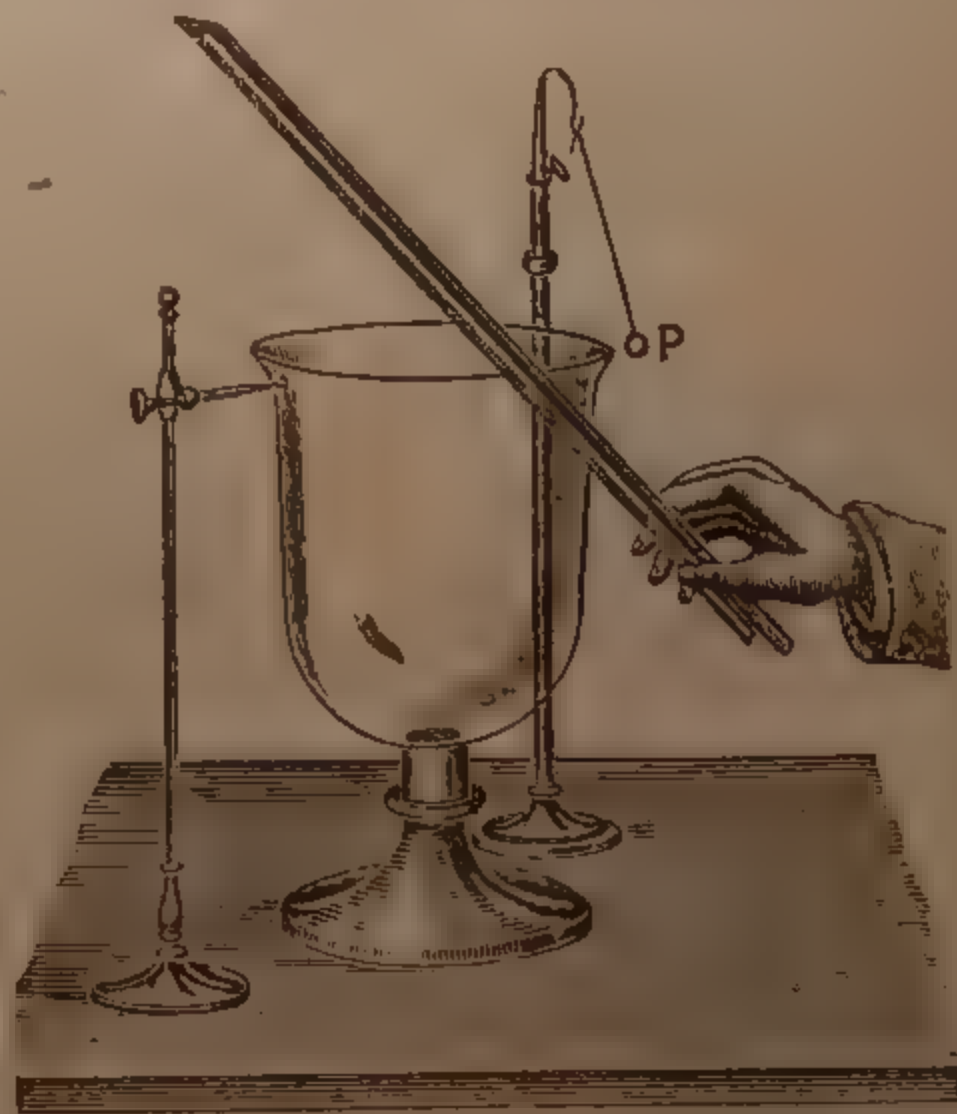
E inversamente: *Tutte le volte che un corpo vibra, emette un suono; purchè le vibrazioni siano almeno 16 e non più di 40000 al minuto secondo.*

Valgono, come prova, le seguenti esperienze:

1. Si abbia una campana (Fig. 109) vicino alla quale è appesa, con un filo, una pallina *P*, che ne tocca appena l'orlo. La pallina è ferma, se la campana tace. Ma appena la si fa suonare, p. es., strofinandone l'orlo con un archetto da violino, si vede la pallina rimbalzare e ricevere una spinta dalla campana tutte le volte che ne tocca l'orlo. Basta, del resto, appoggiare leggermente le polpastrella delle dita sull'orlo della campana, per sentire un fremito, che è indizio del rapido moto vibratorio della campana, (Fig. 110).

Fig. 109.

2. Una corda da violino, fissa agli estremi *A* e *B*, è ben tesa; si faccia suonare strofinandola con un archetto da violino. Si vedrà la corda assumere l'aspetto di un fuso sfumato, (Fig. 111); cioè la corda è in rapido movimento.

3. Un piattellino di carta *S* (Fig. 112) sostenuto da un filo, contiene qualche granello di sabbia. Si cala il piattellino entro un tubo sonoro di

vetro T. Se questo tace, la sabbia sta ferma; se invece il tubo emette un suono, si vede la sabbia saltellare. Cioè, l'aria dentro il tubo sonoro è in vibrazione.

4. Presentando un cartoncino contro i denti di una ruota dentata D in rotazione (Fig. 113), si ode un suono. Ogni dente della ruota, urtando contro il cartoncino, provoca una vibrazione di questo. Tale apparecchio va sotto il nome di **Ruota di Savart** (1).

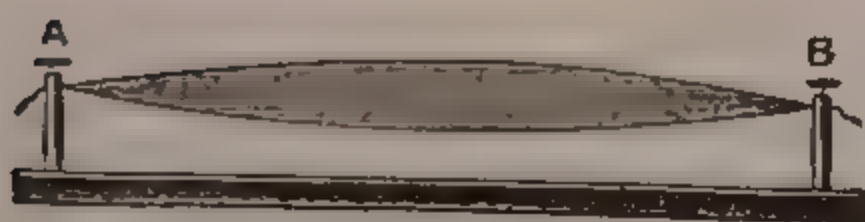



Fig. 110.

Fig. 111.

5. Si faccia girare un disco di metallo C, intorno ad un asse passante pel suo centro; esso porta alla periferia una o più serie di fori equidistanti, disposti su una circonferenza il cui centro coincide con quello del disco, (Fig. 114). Si dirige su tali fori un soffio d'aria, per mezzo di un cannello affilato all'estremità: si ode un suono. L'aria che esce dal cannello ora passa per un foro del disco, ora è intercettata dallo spazio pieno che è tra un foro e il successivo; l'aria pertanto passa dall'altra parte del disco con rapida intermittenza, cioè vibrando, e da ciò proviene il suono. Quest'apparecchio si chiama la **Sirena semplice**.

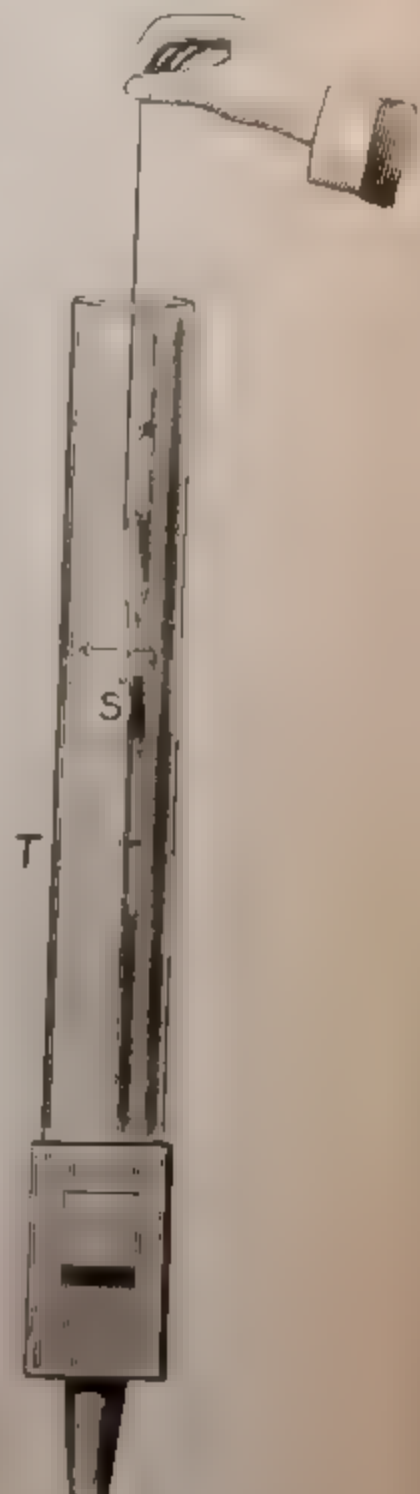



Fig. 112.

138. **Trasmissione del suono.** — Non basta che un corpo vibri, perchè si oda il suono; occorre che vi sia un mezzo elastico (gas, liquido o solido) che ne trasmetta le vibrazioni all'orecchio. Questo mezzo è solitamente l'aria; quindi nel vuoto il suono non si propaga.

Infatti, si ponga un campanello C dentro la campana della macchina pneumatica (Fig. 115), e si faccia suonare continuamente, battendolo con un martelletto M, mosso da un congegno di orologeria. Man mano che si estrae l'aria, il suono va indebolendosi sempre più; non si estingue del tutto, sia perchè non si può fare il vuoto perfetto, sia perchè qualcosa delle vibrazioni si trasmette dal campanello al piatto della macchina, per quanto vi si interponga una sostanza soffice, come l'ovatta, poco atta a trasmettere le vibrazioni.

Per la stessa ragione i rumori in alta montagna, come, ad es., un colpo di fucile, si percepiscono assai indeboliti, per la rarefazione dell'aria.

---

(1) Savart Felix; n. a Mézières nel 1791, m. a Parigi nel 1841.

[illegible] l'acqua trasmette il suono. Con la testa sott'acqua, si percepisce [illegible] un rumore lontano prodotto nell'acqua medesima; p. es., il rumore [illegible] di un bastimento; ed è noto che i pesci fuggono al minimo rumore, [illegible] non abbiano organo dell'udito). Usando un *microfono*[1] sottomarino, calato in mare con un piccolo cavo, si riesce a percepire distintamente a bordo di una nave, il rumore della liquefazione di un banco di ghiaccio, sino a 10 *km* di distanza; ciò è utilissimo ad un bastimento, che navighi nelle regioni polari, per evitare in tempo di nebbia o di notte una collisione con i banchi di ghiaccio galleggianti.

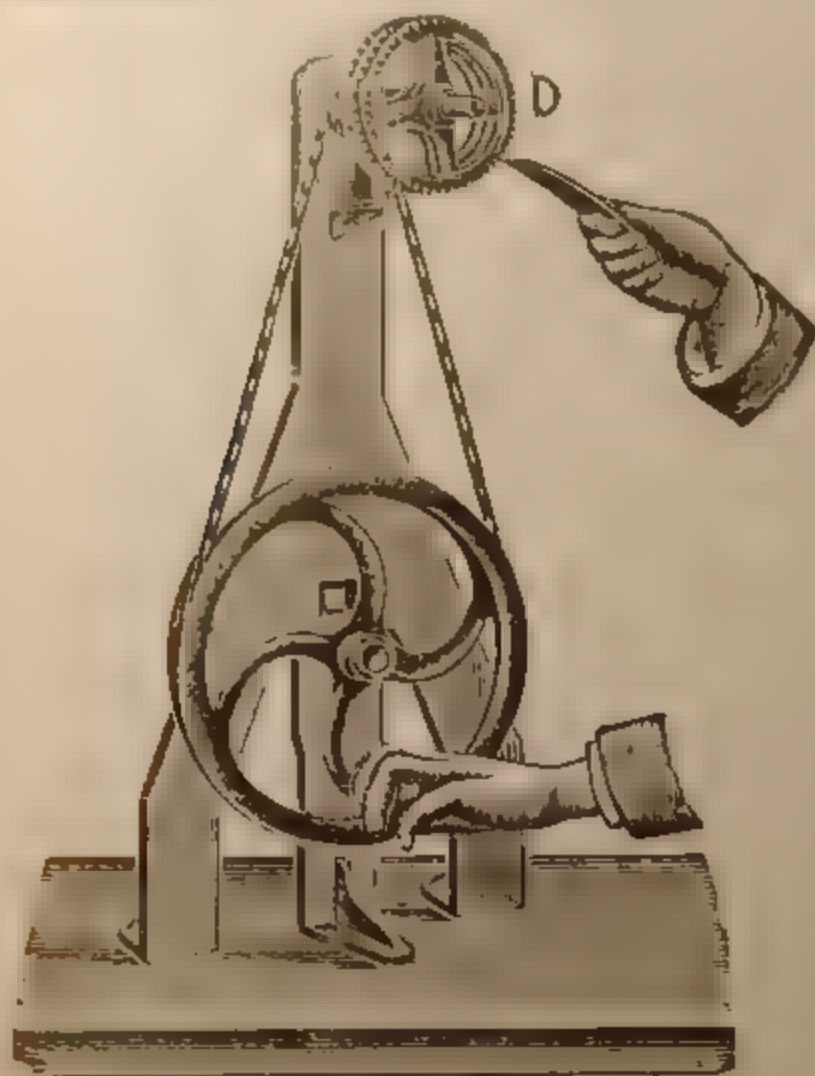



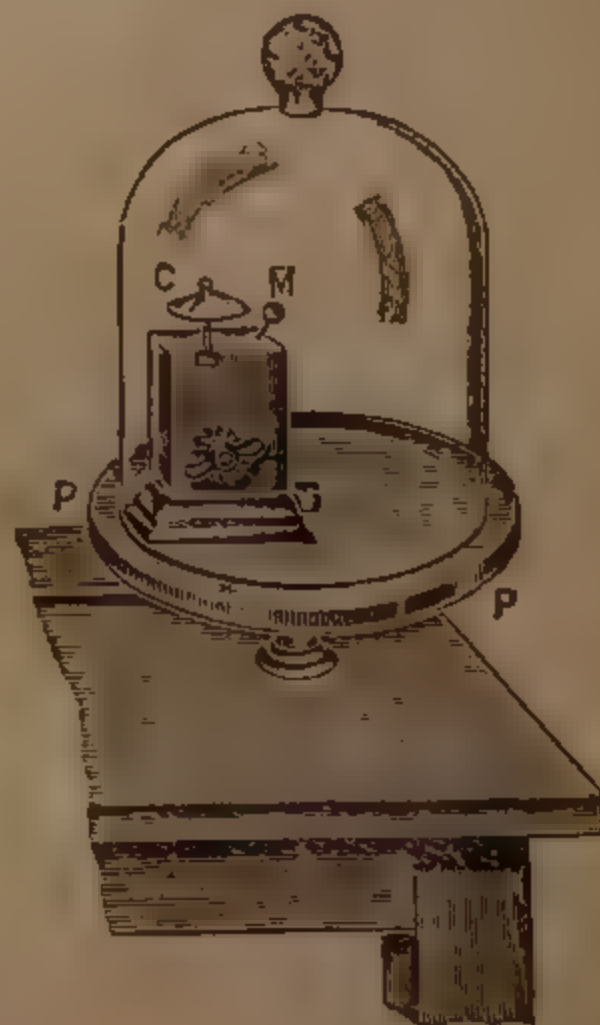
Fig. 113.

Fig. 114.

Le vibrazioni possono propagarsi per mezzo di un corpo solido. Appoggiando l'orecchio sulla rotaia della ferrovia, si può sentire distintamente il rumore del treno ancora lontano parecchi chilometri. I ragazzi si fabbricano un *telefono* assai semplice, con due tubi di latta o di cartone, chiusi da una parte con un pezzo di pergamena tesa. Ai centri delle due membrane sono annodate le estremità di un lungo filo. Parlando a voce bassa in uno di questi tubi, si sente distintamente la voce all'altro tubo, accostato all'orecchio, (Fig. 116). Le vibrazioni sonore sono qui trasmesse dal filo, che deve rimanere teso più che sia possibile.

Fig. 116.

Fig. 115.

Lo scienziato americano Bedell è riuscito a far sentire i suoni ad un sordo, che aveva lesi i timpani, ma non la parte interna dell'orecchio, comunicando a questo le vibrazioni sonore per mezzo di una bacchettina di legno tenuta ad un estremo stretta tra i denti, (Fig. 117). Del resto è facile verificare come si sentono distintamente i battiti di un orologio da tasca, stringendolo tra gli incisivi.

(1) Il microfono è un apparecchio elettrico, adatto a far sentire i suoni più deboli; lo descriveremo in seguito, (Vol. 3° - § 200).

139. Velocità di propagazione del suono. – Il suono non si propaga istantaneamente. Sono noti gli esempi, che allo sparo di un fucile, da lontano prima si vede il fumo e poi si sente il colpo; così pure prima si vede il lampo e poi arriva il tuono, sebbene lampo e tuono nelle nubi si producano contemporaneamente.

Fig. 117.

La velocità del suono nell'aria fu misurata a Parigi, un secolo fa, sparando un colpo di cannone posto a distanza nota, e misurando col cronometro il tempo trascorso fra l'apparizione del lampo[1] e l'audizione della detonazione. Per la legge del moto uniforme (Vol. 1° - § 25), la velocità si ottiene dividendo la distanza per il tempo impiegato a percorrerla. La misura fu ripetuta più tardi da Regnault, con metodo più rigoroso: si è trovato che *la velocità del suono nell'aria a 0° è di* m *333 al secondo*; o all'incirca a temperatura ordinaria, di *m* 340. Negli altri gas ha valore diverso; p. es., nell'idrogeno è di *m* 1265.

Laplace trovò una formula che dà la velocità del suono nei vari gas:

$$1) \qquad v = \sqrt{1{,}41 \times \frac{H}{d}} \,,$$

nella quale H è la pressione del gas e d la sua densità; la costante 1,41 è il rapporto tra il calore specifico del gas a pressione costante e quello a volume costante (§ 117). La 1) si può enunciare, (**legge di Laplace**):

La velocità del suono nei gas è inversamente proporzionale alla radice quadrata della loro densità.

Così, ad es., essendo la densità dell'ossigeno 16 volte quella dell'idrogeno, la velocità del suono nel primo gas dev'essere la quarta parte di quella nel secondo gas. E infatti, la velocità nell'ossigeno è di *m* 318 al *s*, ed è appunto:

$$m\ 1265 : 4 = m\ 318.$$

Osserviamo che per lo stesso gas, crescendo la densità in ragione diretta della pressione (Vol. 1° - § 232), il rapporto $H : d$ per lo stesso gas è costante. Ciò spiega come la velocità del suono non dipenda dalla pressione del gas; essa è la stessa, nell'aria, sia a livello del mare che su un'alta montagna.

Varia bensì la velocità con la temperatura, perchè con questa varia la densità. Siano v_0 e v_t le velocità del suono, in un dato gas, a 0° e t°; siano d_0 e d_t le densità corrispondenti del gas. Per la 1) e per la 20) del § 32, si ha:

(1) Si ammette che, per l'enorme velocità della luce, il lampo si veda nello stesso istante in cui si produce.

$$v_t = \sqrt{1,41 \frac{H}{d_t}} = \sqrt{1,41 \frac{H}{d_0}(1 + at)} = v_0 \sqrt{1 + at}$$

La velocità del suono nell'acqua fu misurata nel 1827 da Colladon [1] e Sturm [2], nel lago di Ginevra. Da un battello A ancorato, si batteva su una campana C posta sott'acqua, un colpo col martello b (Fig. 118); mentre nello stesso istante una miccia accesa a veniva in contatto con della polvere pirica m, che si accendeva. Su un altro battello, alla distanza di circa 13 *km*, una persona riceveva il suono, accostando all'orecchio l'estremità O

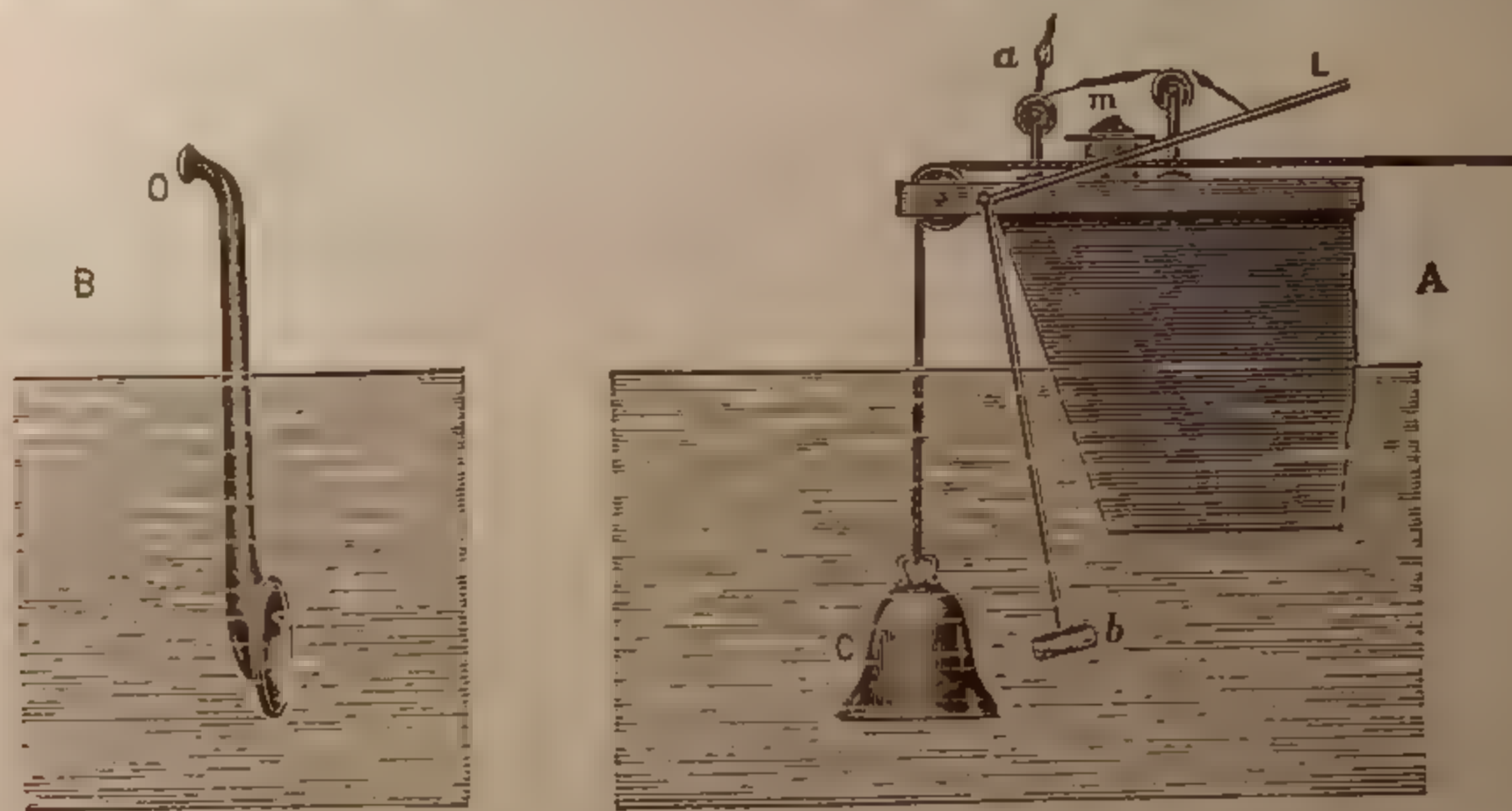



Fig. 118.

di un cornetto acustico, il cui padiglione era immerso nell'acqua. Anche ora si calcolava la velocità del suono, dividendo la distanza tra i due battelli per il tempo decorso tra l'apparire del lampo della polvere e l'arrivo del suono della campana. Si trovò che tale velocità era di *m* 1435 al secondo.

La velocità del suono nei solidi è ancora maggiore; battendo ad una estremità su un lungo tubo di ferro, all'altra estremità si percepiscono due suoni uno dopo l'altro: prima quello trasmesso dalle pareti di ferro, poi quello trasmesso dall'aria del tubo. Conoscendo la lunghezza del tubo, è facile calcolare la velocità del suono nel ferro.

Es. *Si batte un colpo di martello all'estremità di un condotto di ferro lungo* m *4500. All'altra estremità si odono due colpi, con l'intervallo di secondi 12,6. Qual'è la velocità del suono nel ferro?*

Essendo la velocità del suono nell'aria di *m* 333 al secondo, il tempo impiegato dal suono a percorrere i *m* 4500 del tubo, è:

$t = sec \dfrac{4500}{333} = 13,5^s$. Essendo $12,6^s$ l'intervallo tra i due colpi percepiti, vuol dire che il suono ha percorso il ferro del tubo in: $t_1 = (13,5 - 12,6)^s = 0,9^s$.

Quindi la velocità nel ferro è: $v = \dfrac{4500}{0,9} = 5000$ m al s.

La velocità del suono nell'acciaio è di *m* 5127 al secondo; ma varia da sostanza a sostanza. In un dato mezzo però, *la velocità è eguale per tutti i suoni.*

(1) Colladon Jean Daniel; n. a Ginevra nel 1802, m. ivi nel 1892.
(2) Sturm Jacob Karl Franz, prof. di Meccanica nell'Università di Parigi; n. a Ginevra nel 1803, m. a Parigi nel 1855.

140. **Come si propaga il suono nell'aria.** — Come fa l'aria a trasmettere le vibrazioni sonore? Per comprenderlo, pensiamo a quello che avviene nell'acqua calma di uno stagno, se vi gettiamo un sasso. Com'è noto, si vedono partire dal punto colpito successivamente delle onde circolari, alternativamente rilevate ed incavate, che *sembrano* allargarsi ed inseguirsi una dietro l'altra.

Avviene che nel punto colpito l'acqua è spinta in basso dalla pietra; ma quando questa è passata, l'acqua ritorna in su, ad altezza maggiore del livello dello stagno; poi ritorna in giù; e così successivamente, si mette *ad oscillare*. Questo moto oscillatorio si trasmette tutt'attorno, con una certa velocità, da particella a particella d'acqua. Dopo un piccolo tempo il moto all'insù è, p. es., arrivato (nel punto di massima altezza) ad un metro di distanza, in tutte le direzioni; si forma così l'onda circolare di 1 *m* di raggio. Ma subito dopo nella stessa circonferenza, l'acqua scende; e si forma sullo stesso posto l'onda incavata; mentre il moto all'insù è arrivato più in là, p. es., a *m* 1,20 di distanza dal centro. L'onda quindi si è allargata. E così via, una dopo l'altra si forma la serie delle onde, che riempiono tutta la superficie dello stagno.

La distanza fra il culmine di un'onda e della successiva, lungo un medesimo raggio, è una quantità costante, e si chiama **lunghezza d'onda** (§ 141).

Non si pensi che l'acqua, come sembra con l'occhio, si sposti nella direzione del raggio. Essa si muove solo in senso verticale, in su e giù, *sempre*

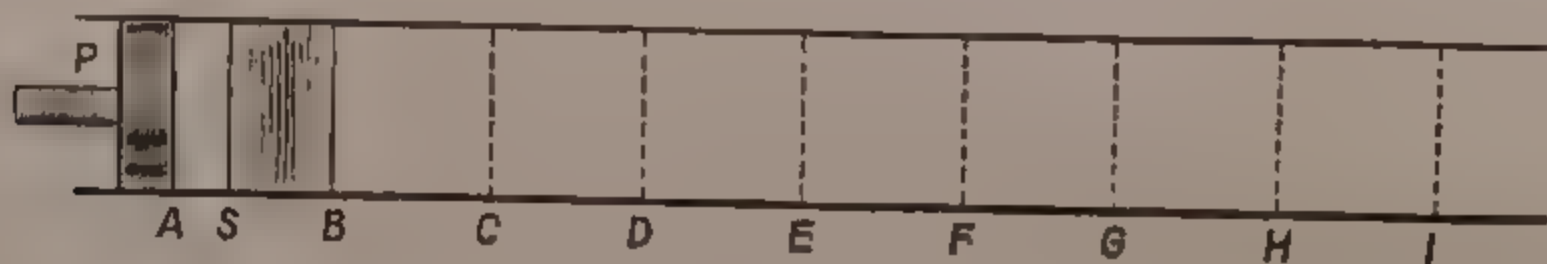



Fig. 119.

nel medesimo posto. Il movimento orizzontale è un'illusione dell'occhio; infatti un tappo di sughero galleggiante sull'acqua, si vede salire e scendere al passaggio delle onde, *ma rimane sempre sulla stessa verticale.*

Questo moto oscillatorio si dice **trasversale**, perchè le particelle dell'acqua si muovono in direzione perpendicolare a quella del raggio dell'onda.

Veniamo ora al caso dell'aria. Consideriamo dapprima un tubo pieno d'aria (Fig. 119), ad un estremo del quale sia uno stantuffo P. Immaginiamo l'aria dentro il tubo divisa in strati AB, BC, CD.... di spessore eguale e piccolissimo. Spostiamo rapidamente lo stantuffo verso destra sino ad S; il primo strato AB si riduce in spessore ad SB, cioè si comprime. Ma non può rimanere compresso; esso ritorna alla pressione normale espandendosi verso destra e comprimendo il secondo strato BC; a sua volta questo ritornando alla pressione normale, comprime il terzo strato CD, e così via. Lungo il tubo si propaga da sinistra verso destra uno strato compresso o *semionda condensata.* Se ora lo stantuffo ritorna indietro, il primo strato si rarefà; il secondo strato si espande verso il primo, e si rarefà a sua volta, mentre il primo ritorna alla pressione normale; subito dopo il terzo strato si rarefà a sua volta ed il secondo ritorna allo stato primitivo, e così via. Lungo il tubo si propaga ora uno strato o *semionda rarefatta.*

[illegible] lo stantuffo riceve un moto alternativo, si propaga lungo [illegible] una serie di onde alternativamente condensate e rarefatte, che [illegible] tutte insieme, a distanza eguale, con eguale velocità.

Se ora, invece di uno stantuffo si abbia un corpo sonoro vibrante O (Fig. 120) e invece di un sol tubo, supponiamo nell'aria attorno ad O disposti infiniti tubi, nella direzione degli infiniti raggi OA, OB, OC... partenti dal corpo sonoro, le onde condensate e rarefatte si propagano contemporaneamente in tutti questi tubi, in modo che riunendo tutte le porzioni $S_1 S_2 S_3$... di onda condensata, pervenuta nel medesimo istante nei varî tubi, si ottiene un'unica onda di forma sferica.

Fig. 120.

Ma tutti questi tubi dobbiamo pensarli idealmente, senza che vi siano in realtà; avviene allora che da un centro sonoro O parte una serie di onde sferiche concentriche, alternativamente condensate e rarefatte, invisibili. Confrontando questo caso con quello dell'acqua, abbiamo che la pietra lanciata nell'acqua è sostituita dal corpo vibrante, che produce il suono; al colpo della pietra, corrisponde l'urto del corpo sonoro contro l'aria. Il moto vibratorio del corpo, provoca il moto vibratorio dell'aria che lo circonda, ed in questa si formano e si propagano una dopo l'altra una serie di onde. Queste

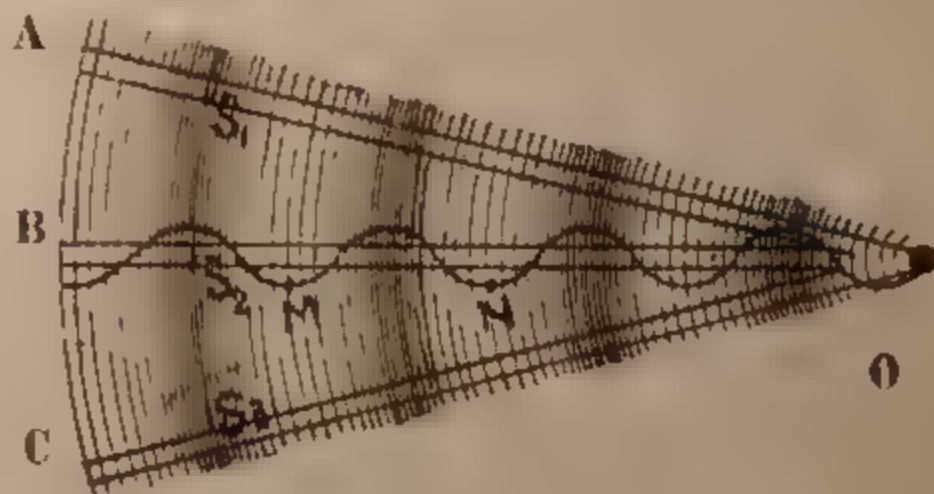



Fig. 121.

anzichè circolari sono sferiche, perchè il moto nell'aria si propaga in tutte le direzioni dello spazio. Anzichè acqua sollevantesi su e giù, si ha aria ora compressa, ora rarefatta. Per la trasparenza dell'aria le onde sono invisibili; se si potessero vedere, le si scorgerebbe allargarsi dal centro sonoro e inseguirsi una dopo l'altra in tutte le direzioni, con la velocità del suono, pur mantenendosi equidistanti.

Questo moto vibratorio si chiama longitudinale; perchè la vibrazione delle particelle d'aria avviene nella direzione del raggio dell'onda sonora.

Nella Fig. 120 la curva tracciata rappresenta la variazione della densità (o della pressione) dell'aria lungo il raggio OB: i punti alti della curva rappresentano i punti di massima densità (parte centrale della semionda condensata), ed i punti bassi come M ed N rappresentano i punti di minima densità (parte centrale della semionda rarefatta).

Anche ora non si pensi che l'aria si sposti nella direzione del raggio, formando un soffio; l'aria si mette solo a vibrare, ma rimane nel medesimo posto. Infatti, prendiamo un lungo tubo T affilato ad una estremità A;

vicino a questa poniamo una candela accesa (Fig. 105) e riempiamo il tubo di fumo. Producendo un forte rumore all'altra estremità B del tubo, si vedrà la fiamma della candela oscillare od anche spegnersi: ma il fumo non uscirà dal tubo.

141. **Lunghezza d'onda - Periodo.** — Dicesi **lunghezza d'onda** la distanza MN (Fig. 120) fra due punti consecutivi di uno stesso raggio, che si trovano nello stesso istante nella stessa fase di moto. Essa è una quantità costante per un dato suono, ma varia da suono a suono; indichiamola con λ. Se per un dato suono si compiono n vibrazioni al secondo, partono altrettante onde al secondo; esse intersecano un raggio per una lunghezza eguale alla velocità V con cui si propagano le onde, cioè il suono. Quindi è:

$$3) \qquad V = n\lambda, \qquad \text{da cui:} \qquad \lambda = \frac{V}{n}. \qquad 4)$$

Si chiama *periodo* la durata di una vibrazione; è manifestamente il valore di esso:

$$T = \frac{1}{n}.$$ Sostituendo tale valore nella 4) si ha:

$$5) \qquad \lambda = VT$$

che è sempre la formula 1) del moto uniforme, (Vol. 1° - § 25).

Abbiamo detto che i suoni percettibili sono dovuti a vibrazioni comprese tra 16 e 40000 al minuto secondo. Ma i suoni musicali sono compresi fra circa 27 e 4500 vibrazioni al secondo. A tali suoni, nell'aria, corrispondono onde di lunghezza compresa tra:

$$\lambda_1 = m\,\frac{333}{27} = m\;12 \text{ circa} \qquad e \qquad \lambda_2 = m\,\frac{333}{4500} = m\;0{,}07 \text{ circa.}$$

La lunghezza d'onda dei suoni nell'aria, varia quindi da qualche centimetro a qualche metro.

142. **Rappresentazione grafica del moto vibratorio.** — Si prenda un cilindro ricoperto da un foglio di carta affumicata, ed un corpo sonoro: ad es., un **diapason**. È questo formato da un'asticella d'acciaio ripiegata ad U (Fig. 122); per eccitarne il suono si può far passare rapidamente fra le due branche un bastoncino di legno o di metallo, che le allarghi alquanto lasciandole poi in libertà. Si attacca ad una delle branche un leggero indice o una setola, la cui punta tocca leggermente la carta affumicata avvolta sul cilindro, il quale può ruotare attorno al suo asse, (Fig. 123). Se il diapason suona ed il cilindro ruota, la setola strisciando sul nero fumo mette a nudo la carta, e rimane su questa una linea sinuosa bianca, rappresentata ingrandita nella Fig. 124. Questa curva rappresenta graficamente il moto vibratorio, e si chiama *sinusoide*; in essa $AB = MN$ rappresenta la lunghezza d'onda; il tempo corrispondente allo spostamento della carta da A a B è il periodo;

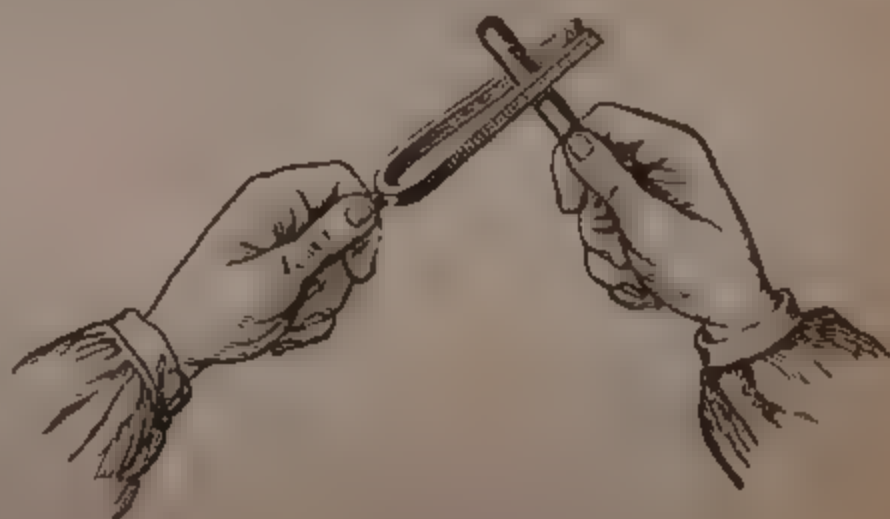



Fig. 122.

[illegible] delle distanze OP, QM è l'ampiezza della vibrazione. Questa [illegible] è della stessa forma di quella che si otterrebbe se l'estremità di [illegible] pendolo, munita di una ma[illegible]ta, poggiasse costantemente su un foglio di carta che scorresse sotto ad essa perpendicolarmente al piano di oscillazione del pendolo. Perciò il moto vibratorio del suono è detto anch'esso **pendolare**, e le oscillazioni di un diapason sono altrettanto semplici di quelle del pendolo. Il tratto di curva $AOMB$ corrisponde ad una **oscillazione completa**; ed il tratto AOC ad una **oscillazione semplice**.

Fig. 123.

Fig. 124.

143. **Riflessione del suono.** — Le onde sonore quando raggiungono un ostacolo piano, p. es. un muro, ritornano indietro come se provenissero da un punto O', simmetrico al punto sonoro O rispetto al piano del muro. Sia

Fig. 125.

infatti O il punto sonoro (Fig. 125), ed MN la sezione del muro, con un piano ad esso perpendicolare, passante per O; sia $AC'E'A'$, la sezione col medesimo piano, di una delle onde di centro O, se non vi fosse il muro. A causa di questo invece allorchè i punti A e A' dell'onda hanno raggiunto il muro, il punto C' di tale onda posto sul raggio OC' perpendicolare ad MN, arrivato in B ritorna indietro di un segmento $BC = BC'$, ed occupa quindi la posizione C.

Si prenda O' sul prolungamento di OB in modo che $O'B = OB$; si ha:

$$OB + BC' = O'B + BC \qquad \text{cioè:} \qquad O'C = OC' = OA.$$

Parimenti su un raggio qualsiasi OE' un punto della stessa onda giunto in D se non vi fosse il muro percorrerebbe ancora il tratto DE'; il vettore DE' può rappresentare questo moto. Si scomponga DE' nelle due componenti DS, e DT; la prima perpendicolare al muro, la seconda nella direzione di questo. L'azione del muro avviene solo sulla componente DS, ed il punto D acquisterà per essa un moto rappresentato da DS_1 contrario a DS; cioè D sarà sollecitato a muoversi come se fosse soggetto ai due moti DT e DS_1; quindi si muoverà nella direzione della risultante DE e perverrà in E, (Vol. 1° - § 41). Con facili considerazioni si vede che il segmento DE è sul prolungamento di $O'D$ e che: $O'E = OE' = OA$.

Per effetto del muro quindi i varî punti dell'onda considerata occupano ad un dato istante le posizioni A, C, E, A' equidistanti da O'; cioè formano un'altra onda sferica di centro O', come volevamo dimostrare.

Chiamando OD *il raggio incidente*, D *il punto d'incidenza*, DS_1 *normale nel punto d'incidenza*, DE *il raggio riflesso*, $\widehat{ODS_1}$ *l'angolo d'incidenza*, e $\widehat{EDS_1}$ *l'angolo di riflessione*, risultano per la riflessione del suono le leggi:

1. *L'angolo d'incidenza è eguale all'angolo di riflessione.*

2. *Il raggio incidente, il raggio riflesso e la normale nel punto d'incidenza, giacciono sul medesimo piano;*

che, come vedremo in *Ottica*, sono anche le leggi della riflessione della luce.

Fig. 126.

Se la superficie riflettente è curva, i raggi sonori riflessi possono passare per uno stesso punto ed in quel punto vi sarà un rinforzo notevole di suono. Così, ponendo un orologio in un punto F chiamato *fuoco*, di una superficie metallica M' a forma di calotta (Fig. 126), i raggi sonori che da F battono su M' vengono riflessi secondo un fascio di raggi paralleli. Questi battono su una seconda superficie M eguale alla prima, posta a parecchi metri di distanza, e da essa sono riflessi tutti nello stesso punto F'; qui vi è concentrazione del suono, e per mezzo di un *cornetto acustico* una persona vi percepisce distintamente il rumore del battito dell'orologio. Mentre in qualunque altro punto intermedio fra M ed M' il suono non si sente, sebbene più vicino all'orologio.

Un esperimento equivalente, facile e divertente, si può eseguire sostituendo ai due specchi due ombrelli *bagnati* ed aperti, come in Fig. 127.

Così si spiega come per effetto di alcune volte ricurve si senta distintamente in alcuni punti di un portico il parlare a voce bassa che si faccia in altro determinato punto, anche lontano; e si comprende analogamente

come [illegible] l'*orecchio di Dionisio* [1].

Fig. 127.

144. **Rimbombo - Eco.** — Parlando avanti ad un muro, se questo è vicino, non vi è differenza sensibile fra il momento in cui si emette il suono e quello in cui si sente il suono riflesso: si ha una sovrapposizione dei due suoni e quindi un rinforzo o **rimbombo.** Ciò avviene normalmente in una stanza, ove si sente più intenso il suono che se si parlasse in luogo aperto.

Se la distanza è maggiore, il suono diretto e quello riflesso si percepiscono con un certo intervallo, e si ha l'eco. L'eco è *monosillaba* se si sente ripetere staccata dal resto solo l'ultima sillaba di una parola. Ammettendo che si pronuncino dieci sillabe in un secondo, perchè l'eco sia monosillaba occorre che per l'andata ed il ritorno il suono impieghi un decimo di secondo; cioè, percorrendo il suono in questo tempo *m* 34, di cui 17 all'andata e 17 al ritorno, il muro deve trovarsi alla distanza di *m* 17 da chi parla. Con un muro a *m* 34 di distanza l'eco sarà bisillaba, ecc. L'eco del Santuario di Graglia, presso Biella, ripete distintamente un intero endecasillabo.

Es. *Quale dev'essere la distanza di un ostacolo, perchè l'eco ripeta 7 sillabe di seguito?*

Si ha: durata di 7 sillabe = 0,7 secondi;

$$\text{percorso del suono in tal tempo} = m\,(333 \times 0{,}7) = m\ 233{,}10;$$

$$\text{distanza dell'ostacolo} = m\ \frac{233{,}10}{2} = \mathbf{m\ 116{,}55.}$$

L'eco multipla avviene quando lo stesso suono è ripetuto più volte; ciò accade quando vi siano più muri, come quelli di un grande cortile, che riflettono il suono uno verso l'altro. Presso la tomba di Cecilia Metella, sulla via Appia presso Roma, una parola viene ripetuta fino a 10 volte; più rino-

(1) Dionisio, tiranno di Siracusa (400 a. C.), racchiudeva le sue vittime nelle *Latomie*: le volte di queste prigioni erano fabbricate in modo che i suoni anche più deboli si propagavano e si concentravano in un segreto andito sovrapposto alla volta; ivi il tiranno poteva ascoltare i discorsi dei prigionieri e sorprenderne i segreti, e l'antro prese il nome di *orecchio di Dionisio*. La Fig. 128 mostra quel che rimane oggi delle antiche Latomie.

mata è l'eco della Villa Simonetta, presso Milano, che ripete fino a 25 volte un colpo di pistola. Si dice che in Siberia esista un'eco meravigliosa, che ripeta 100 volte un colpo di fucile.

Fig. 128.

Anche le nubi possono riflettere i suoni; il rombare del tuono è appunto un fenomeno di riflessione del suono fra varie nubi e fra queste e la terra.

Con un microfono (§ 138, nota) adattato al fondo di un bastimento, si può misurare la profondità del mare, dal tempo impiegato da un suono prodotto dalla nave, a ritornare dopo la riflessione sul fondo del mare.

Per tale scopo si adoperano meglio gli *ultrasuoni*, cioè suoni non percettibili con l'orecchio, dei quali daremo un cenno più esteso nel (§ 171).

Lo studio della riflessione del suono è particolarmente interessante per i teatri, i cinematografi e le sale di audizioni musicali, ove il rimbombo può essere causa di spiacevole distorsione dei suoni. Si attenua l'inconveniente mediante rivestimenti speciali delle pareti (sughero o altro materiale poroso) e dispositivi di opportuni tendaggi, specialmente ai soffitti.

145. Problemi sulla propagazione del suono.

a) Problemi risoluti.

1. *Si produce un esplosione alla riva di un lago; in un punto dell'altra riva si odono due colpi: l'uno trasmesso dall'acqua e l'altro dall'aria; il secondo* t*s dopo del primo. Qual'è la distanza tra le due rive?*

Risoluzione. — Sia x la distanza cercata, v_1 la velocità del suono nell'acqua, v_2 quella nell'aria. Il tempo t_1 che impiega il suono a percorrere lo spazio x nell'acqua, è:

5) $\quad t_1 = \dfrac{x}{v_1}$. Il tempo t_2 che impiega il suono a percorrere lo stesso spazio nell'aria, è: $\quad t_2 = t_1 + t$; quindi sarà: $\quad x = v_2 (t_1 + t)$.

Sostituendovi il valore di t_1 della 5), si ha:

$$x = v_2\left(\frac{x}{v_1} + t\right), \qquad \text{da cui:} \qquad x = \frac{v_1 v_2 t}{v_1 - v_2}$$

Essendo: $\quad v_1 = 1435 \ ^m/_s; \quad v_2 = 340 \ ^m/_s;\quad$ si ha sostituendo:

$$x = \text{m}\,\frac{1435 \times 340}{1435 - 340}\,t = \textbf{m 445,6 t.}$$

2. *Una persona spara un colpo di pistola [illegible] tra due muri perpendicolari, alla distanza d_1 e d_2 [illegible], e dopo quanto tempo dal colpo sparato?*

Risoluzione. — Siano in sezione α e β i muri, ed O la posizione della persona (fig. 129); sia $d_1 < d_2$. Per la riflessione su β, il suono ritorna ad O come se provenisse da O_1 simmetrico ad O rispetto a β, cioè dopo aver percorso lo spazio $2 d_1$; quindi, se v è la velocità del suono nell'aria, ritorna dopo il tempo:

$$t_1 = \frac{2\, d_1}{v}.$$

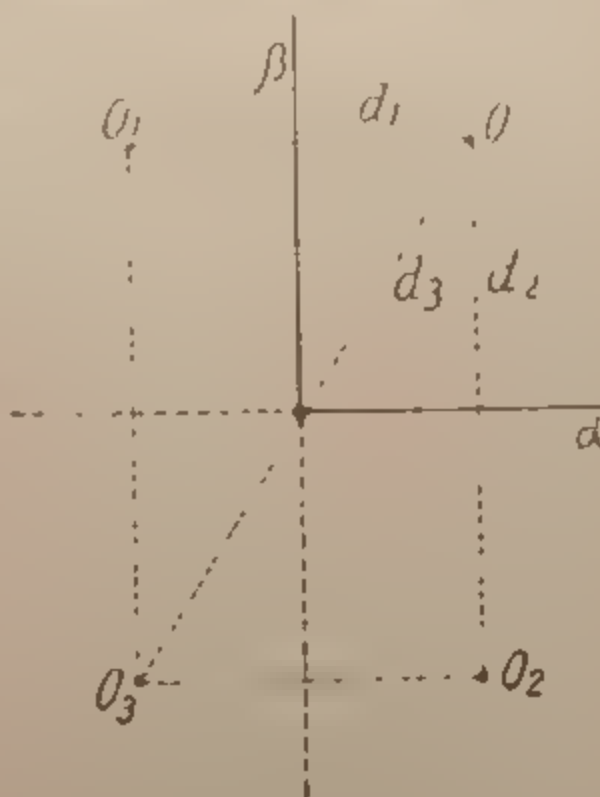
Parimenti, per la riflessione su α, si sentirà da O un altro colpo dopo il tempo:

$$t_2 = \frac{2\, d_2}{v}.$$

Ora, le onde di centro O_1 si riflettono anche su α, come se provenissero da O_3, simmetrico ad O_1 rispetto ad α; e le onde di centro O_2, si riflettono anche su β come se provenissero da O_3, simmetrico ad O_2 rispetto a β. Quindi in O arriva un altro suono, dopo aver percorso la distanza $O_3 O = 2\, d_3$.

Fig. 129.

Ora, per il teorema di Pitagora, è: $d_3 = \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$; quindi questo terzo colpo si sente dopo il tempo:

$$t_3 = \frac{2\, d_3}{v} = \frac{2\sqrt{d_1^2 + d_2^2}}{v}.$$

Dopo questi colpi la persona non ne sente ripetere altri.

b) Problemi da risolvere.

1. Si contano t secondi fra il momento in cui si vede un lampo e quello in cui si sente il tuono. Calcolare la distanza della nube temporalesca.

2. Si batte una martellata su una rotaia di ferro; alla distanza d dal punto colpito, un osservatore accanto alla rotaia ode due colpi, con l'intervallo di t secondi.
Calcolare la velocità del suono nel ferro.

3. Qual'è il numero delle vibrazioni di un suono, la cui lunghezza d'onda (nell'aria) è di 68 *cm*?

4. Un suono è dovuto a 250 vibrazioni al secondo. Calcolarne la lunghezza d'onda nell'aria, nell'acqua, nell'acciaio.

5. Quante sillabe ripete l'eco, se la distanza del muro è di *m* 68?

6. Un colpo di pistola avanti a un muro è ripetuto dopo t secondi; a che distanza è il muro?

7. Un osservatore è posto tra due grandi muri, le cui pareti sono verticali e tra loro perpendicolari; sparando un colpo di pistola ne ode l'eco contemporaneamente dai due muri, dopo t secondi. Determinare la posizione dell'osservatore.

8. Un aeronauta spara una pistolettata verso terra, con la canna verticale, e il proiettile ha la velocità iniziale u_0. A quale altezza deve trovarsi il pallone, perchè la palla giunga a terra t_1 secondi prima del rumore dell'esplosione?
(Trascurare la resistenza dell'aria. Discutere il problema. Caso particolare $t_1 = 0$).

9. Un osservatore da lontano ha visto in alto lo scoppio di un bolide, e ne ha sentito il colpo dopo t secondi; poi ha anche visto staccarsi una meteorite dal bolide, cadere verticalmente, e colpire il terreno (orizzontale), e ne ha sentito il colpo dopo t_1 secondi. A che altezza è avvenuto lo scoppio? (Trascurare la resistenza dell'aria).

10. Una meteorite proveniente dallo scoppio di un bolide, cade accanto ad un osservatore, t secondi dopo che egli ha udito il colpo dello scoppio nell'atmosfera. A che altezza è questo avvenuto? (Trascurare la resistenza dell'aria).

Caratteri distintivi dei suoni.

116. **Intensità.** — Due suoni possono differire tra loro per: l'*intensità*, l'*altezza*, ed il *timbro* (o *metallo*).

L'intensità è la proprietà per cui lo stesso suono si percepisce più o meno forte. Essa di-

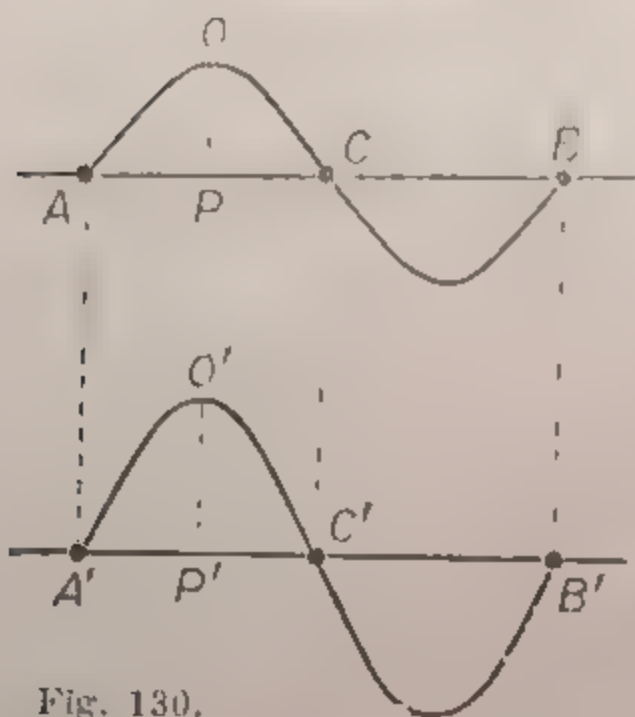



Fig. 130.

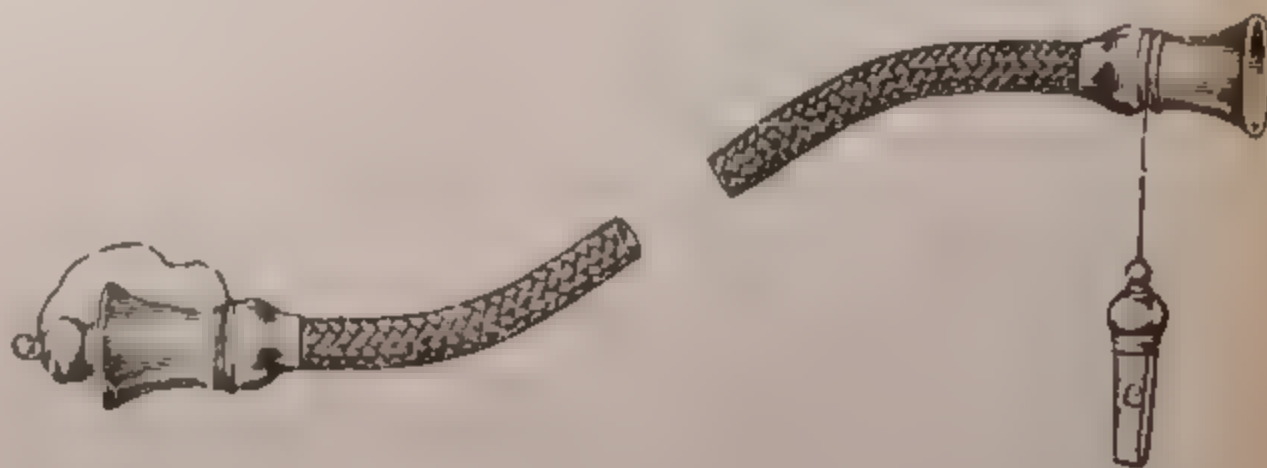



Fig. 131.

pende dall'ampiezza delle vibrazioni delle particelle del corpo sonoro, e cresce col crescere di tale ampiezza. Le due curve della Fig. 130 rappresentano due suoni che differiscono solo per l'intensità: $O'P' > OP$.

Per lo stesso suono l'intensità dipende dalla distanza; e precisamente:

L'intensità del suono è inversamente proporzionale al quadrato della distanza.

Ciò avviene perchè aumentando la distanza aumenta la superficie dell'onda sonora; il moto vibratorio deve estendersi su una superficie maggiore e perciò diminuisce di ampiezza; si dice che *le vibrazioni vanno smorzandosi.* Ma di questo fatto ce ne renderemo meglio ragione in *Ottica.*

Se però il suono si trasmette in un tubo, le onde sonore mantengono la superficie costante per lungo tratto, ed il suono diminuisce poco d'intensità, anche per rilevanti distanze. Su questo principio sono basati i **tubi acustici**, che sono tubi di metallo, con un'imboccatura alle estremità, che si estendono da una stanza ad un'altra, (Fig. 131). Parlando avanti ad una delle estremità, si ascolta benissimo la voce all'altra estremità. Questi tubi oramai sono abbandonati, sostituiti dai telefoni elettrici, assai più comodi.

Fig. 132.

In modo simile si facevano *parlare le statue* della grotta di Cuma, vicino a Napoli, per mezzo delle quali si comunicava il responso della famosa Sibilla di 3000 anni fa. Erano

statue, vuote nell'interno, poste sull'orifizio di pozzi, che terminavano in sotterranei; nascosti in questo parlavano i sacerdoti, e la loro voce veniva trasmessa sino alla bocca della statua, dalla quale sembrava uscisse (Fig. 132).

Fig. 133.

Il **portavoce o megafono** (Fig. 133) serve per trasmettere ordini, o fare udire la voce a distanza; è adoperato anche a bordo dei bastimenti.

Il **cornetto acustico** (Fig. 134) è adoperato da coloro che non sentono bene, per rinforzare i suoni. Raccolgono una maggiore porzione d'onda e la concentrano nell'orecchio, aumentando l'ampiezza della vibrazione. Ufficio simile hanno apparecchi usati dall'esercito a forma di grosse trombe, che permettono di ascoltare il rombo degli aeroplani, allorchè essi sono ancora lontani, (Fig. 135).

Fig. 134.

Fig. 135.

Lo **stetoscopio** (Fig. 136) è adoperato dai medici, per ascoltare meglio i battiti del cuore, o altri rumori interni nel corpo dell'ammalato.

L'intensità del suono diminuisce inoltre col diminuire della **densità** del mezzo in cui si propaga; è noto il poco effetto del colpo di un'arma da fuoco su un'alta montagna, (§ 138).

147. **Altezza.** — I suoni si distinguono in ***acuti*** o ***alti***, e ***gravi*** o ***bassi***; questa proprietà si chiama l'altezza del suono. Essa dipende dal numero delle vibrazioni al secondo, cioè dalla lunghezza d'onda (§ 141): *l'altezza cresce col numero delle vibrazioni*. Così, p. es., nella ruota di Savart (Fig. 113, § 137) presentando il cartoncino contro i denti di diverse ruote, che ne hanno numero diverso, si sente il suono più acuto con la ruota che ha maggior numero di denti; oppure, aumenta l'altezza del suono con la stessa ruota, se ne accresciamo la velocità di rotazione.

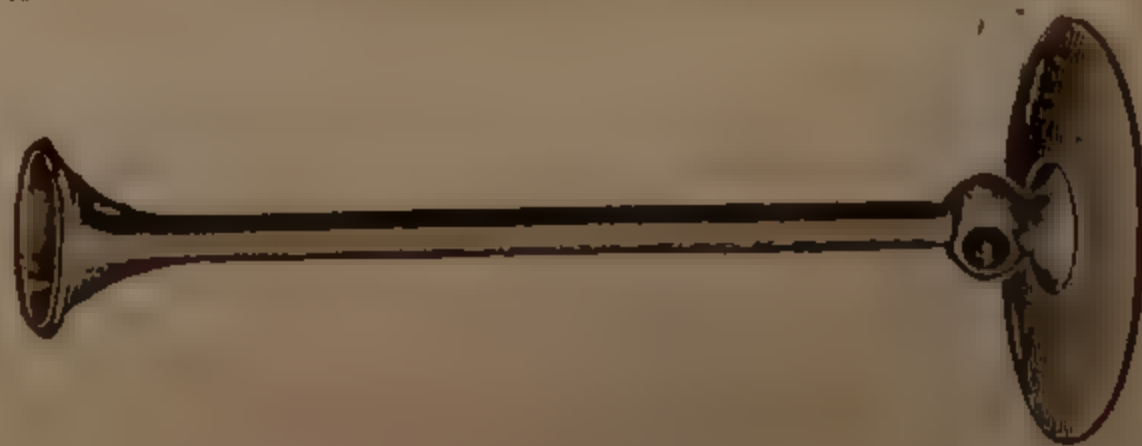



Fig. 136.

La Fig. 137 rappresenta [illegible] due suoni della stessa intensità $MN = M'N'$, ma di diversa altezza; la 2ª curva rappresenta un suono di lunghezza d'onda minore ($A'B' < AB$) e quindi di maggior numero di vibrazioni: cioè di altezza maggiore. Non si confonda l'altezza con l'intensità; il fischio della locomotiva è un suono acuto ma anche assai intenso; il ronzio di una zanzara è anch'esso assai acuto, ma poco intenso; che si percepisce solo se l'insetto passa vicino all'orecchio.

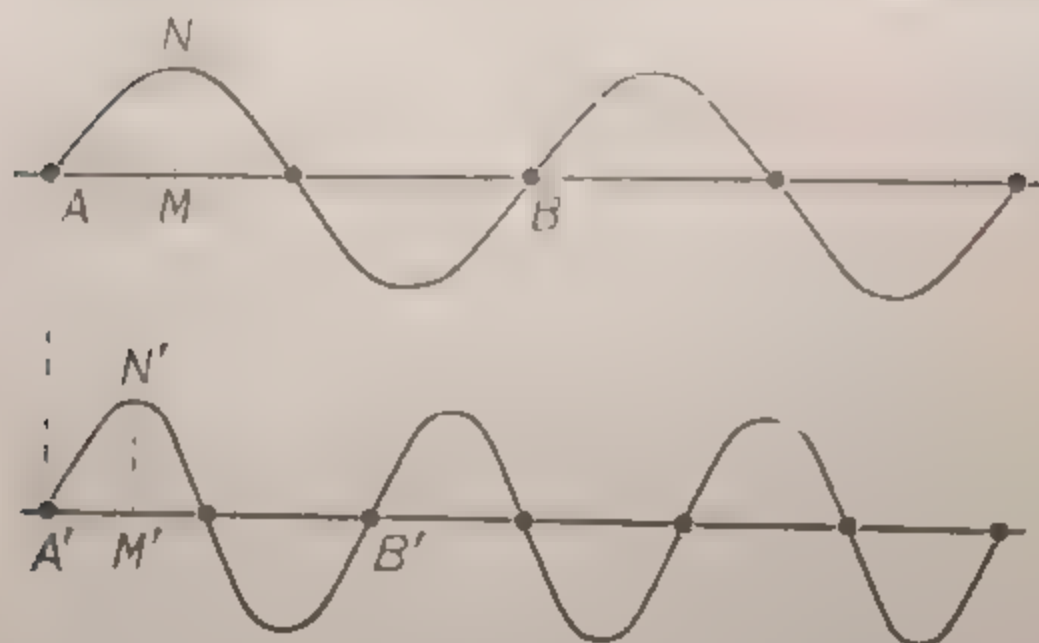



Fig. 137.

Determinare l'altezza di un suono, vuol dire trovarne il numero delle vibrazioni. Ciò si fa comunemente con l'apparecchio seguente.

148. **Sirena di Cagnard de Latour**(1). — È rappresentata in prospettiva nella Fig. 138, ed in parte in sezione, nella Fig. 139. Una scatola cilindrica S ha inferiormente una imboccatura I, con la quale si adatta ad un mantice che vi soffia dentro aria. La base superiore della scatola porta una corona di fori equidistanti: su di essa può ruotare un disco D, che porta un'altra corona di fori in egual numero e corrispondenti a quelli sottostanti. I due ordini di fori sono tagliati obliquamente in senso inverso, come si vede in O, in modo che l'aria uscendo dal foro inferiore batte contro le pareti del foro superiore e dà una spinta che produce la rapida rotazione del disco D; contemporaneamente l'aria uscendo con intermittenza, vibra e si produce un suono. L'altezza, cioè il numero di vibrazioni di questo suono, si ottiene moltiplicando il numero dei fori del disco per il numero dei giri che esso fa al secondo. Questo numero dei giri si conta per mezzo di un contagiri G, messo in funzione dall'asse medesimo del disco.

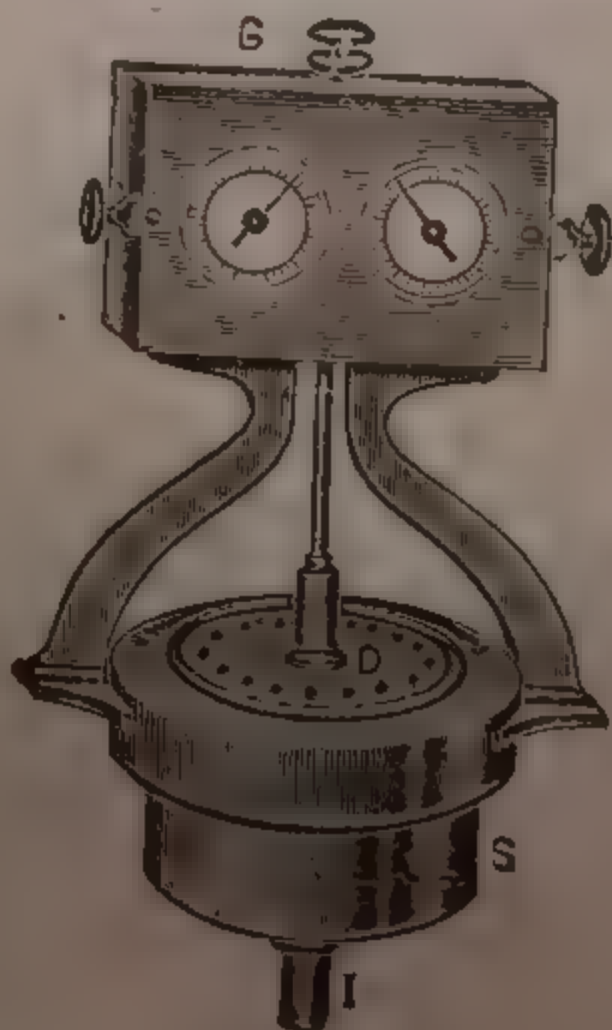



Fig. 138. Fig. 139.

Ciò posto, dato un suono, si mette in moto la sirena, la cui velocità va crescendo gradatamente; contemporaneamente il suono della sirena diventa

(1) Cagnard de la Tour Charles; n. a Parigi nel 1777, m. ivi nel 1859.

sempre più acuto, finchè con l'orecchio si giudica che esso abbia la medesima altezza di quello dato, cioè i due suoni siano **all'unisono**; in tal momento si legge la velocità di rotazione del disco della sirena, e si fa il calcolo avanti indicato per ottenere il numero cercato di vibrazioni.

Se il corpo sonoro può disporsi in modo da inscriverne direttamente le vibrazioni su un cilindro affumicato, come nella Fig. 123 (§ 142), si può contare direttamente il numero delle vibrazioni compiute in un minuto secondo.

L'unità di frequenza è l'**hertz**, cioè *1 vibrazione al s;* così, ad es., un suono di 300 vibrazioni al *s*, ha l'altezza di 300 *hertz*.

149. **Principio di Döppler.** — L'altezza del suono emesso da un dato corpo, può variare se il corpo si allontana o si avvicina al nostro orecchio.

Supponiamo che il corpo emetta un suono di 170 vibrazioni al secondo, cioè di lunghezza d'onda $\lambda = m\,(340 : 170) = m\,2$, e si allontani da noi con la velocità di *m* 10 al secondo. L'orecchio riceverà in un secondo 170 onde, meno le 5 onde contenute nei 10 *m* di cui il corpo si è allontanato; cioè 165 onde, ossia 165 vibrazioni al secondo; quindi percepirà un suono più basso.

Se invece il corpo si avvicina a noi con la velocità di *m* 10 al secondo, l'orecchio in un secondo riceverà 5 onde di più, ossia percepirà un suono di 175 vibrazioni al secondo, cioè più alto.

Generalizzando, si può facilmente dimostrare che l'altezza n di un suono, emesso da un corpo che si avvicina o si allontana da un osservatore con la velocità u, diventa n_1 tale che:

$$1)\qquad n_1 = \frac{v \pm u}{v}\, n\,;$$

dove v è la velocità del suono. Il segno $+$ vale se il corpo si allontana ($n_1 < n$), il segno $-$ nel caso contrario. Questo è noto sotto il nome di **principio di Döppler** (1), e si può verificare facilmente con l'esperienza. Ad es., una persona che sia ferma vicino al binario della ferrovia, allorchè passa velocemente un treno che fischia, sentirà nettamente abbassarsi il tono del fischio al momento che la macchina gli passa avanti e si allontana.

150. **Suoni musicali - Suono e rumore.** — Non tutti i suoni sono adatti per la musica; bisogna scartare i suoni troppo bassi o troppo alti, entrambi sgradevoli all'udito. Onde i suoni musicali, come si è accennato al § 141, sono quelli compresi tra 27 e 4500 vibrazioni al secondo.

Inoltre i suoni musicali devono essere prodotti con una successione regolare di vibrazioni; vibrazioni irregolari, isolate, alle quali non si può assegnare un'altezza definita, costituiscono un rumore, e quindi una sensazione sgradevole.

Una campana emette un suono, che si può apprezzare musicalmente; un carro trascinato sul selciato, un pezzo di ferro che cade a terra, producono rumore. Non vi è però distinzione netta fra suono e rumore. Un'assicella di legno che cade a terra, fa rumore; ma battendo su assicelle di opportuna e diversa lunghezza, si può far della musica. Il moderno *jazz-band* ha elevato al rango di strumenti musicali le padelle, le casse-

---

(1) Döppler Christian, fisico dell'Univ. di Vienna; n. a Salzburg nel 1803, m. a Venezia nel 1853.

ruote, pettine, le latte da petrolio e riesce a far della musica perfino con una comune sega da falegname. Viceversa, gli strumenti musicali sono fatti certamente per emettere suoni; ma se in una orchestra i suonatori accordano tutti insieme i loro strumenti, non possiamo non dire che facciano rumore.

151. **Intervallo - Accordo.** — Chiamasi **intervallo** tra due suoni, il rapporto tra il numero delle loro vibrazioni al secondo. Così, ad es., tra due suoni di altezza rispettivamente di 350 e 420 vibrazioni al secondo, vi è l'intervallo di: $350 : 420 = {}^{5}/_{6}$.

L'orecchio distingue e giudica due suoni per tale rapporto *e non per la differenza* del numero delle vibrazioni. Gli intervalli fondamentali adoperati nella musica sono i seguenti, coi loro nomi:

$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{5}$
unisono	*ottava*	*quinta*	*quarta*	*terza maggiore*	*terza minore*

Chiamasi **accordo** l'insieme di due o più suoni emessi contemporaneamente. Chiamasi *accordo consonante* se produce una sensazione gradevole all'orecchio; *accordo dissonante* nel caso contrario.

L'accordo tra due suoni è tanto più consonante, quanto più semplice è il rapporto tra il loro numero di vibrazioni. Così, l'accordo migliore è quello fra due suoni all'unisono, cioè eguali, il cui rapporto è 1. Poi viene l'accordo tra un suono e la sua ottava, il cui rapporto è 2, e quindi gli altri suoni con gli intervalli sopramenzionati.

Tra più di due suoni, l'accordo più consonante è *l'accordo perfetto maggiore*, costituito dalla nota più bassa, che chiameremo fondamentale, dalla terza maggiore e dalla quinta; le cui altezze stanno come 4 : 5 : 6. Vi è anche *l'accordo perfetto minore*, formato dalla nota fondamentale, dalla terza minore e dalla quinta; le cui altezze stanno tra loro come 10 : 12 : 15.

152. **Gamma - Scala musicale.** — Intercalando altri suoni tra quelli dell'accordo perfetto maggiore, si è ottenuta una serie di sette toni, detti **note musicali**, di cui diamo il nome e l'intervallo (1):

do	*re*	*mi*	*fa*	*sol*	*la*	*si*	*do*
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2

La successione di questi suoni costituisce la *scala maggiore* o **gamma**; essi sono compresi nell'intervallo di un'ottava. **Scala musicale** è l'insieme di più gamme o ottave, ognuna delle quali principia con la nota con cui termina la precedente. Per distinguere le note di ottave diverse, si suole mettere un'indice alla stessa nota. Così è:

do_1 re_1 mi_1 fa_1 sol_1 la_1 si_1 do_2 re_2 mi_2 fa_2 sol_2 la_2 si_2 do_3 re_3 mi_3 fa_3 sol_3 la_3 si_3

la successione delle note di un'ottava, della precedente e della seguente.

Le note adoperate nella musica, comprendono all'incirca 8 ottave; e nel pianoforte 7 ottave dal la_{-1} (27 vibrazioni al secondo) al la_6 (4176 vibrazioni).

(1) Questi nomi sono stati introdotti da Guido d'Arezzo, nel XI secolo; il *do* allora era stato chiamato *ut*.

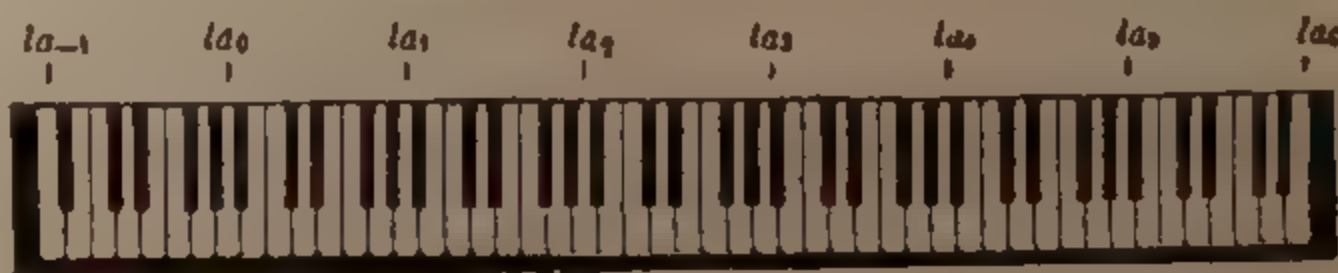
153. **Semitoni - Gamma temperata.** — L'orecchio apprezza intervalli anche minori di quelli compresi fra le note musicali; tra queste si sono inseriti perciò altri suoni, detti **semitoni.** Si chiama **diesis** una nota superiore di un semitono e **bemolle** una nota inferiore di un semitono. Un semitono differisce dalla nota corrispondente per $^1/_{24}$ del numero di vibrazioni di questa: cioè l'intervallo tra una nota e il semitono che la precede è di $^{25}/_{24}$. Un'ottava pertanto sarebbe formata da 21 suoni: cioè le 7 note, 7 diesis e 7 bemolli. Dovendo produrre tutti questi suoni con uno strumento come il pianoforte, occorrerebbero 21 tasti per ogni ottava; il che riuscirebbe di grande complicazione.

Ma poichè fra il *diesis* di una nota ed il *bemolle* della successiva vi è minima differenza, tali due note si fondono in una sola; in modo che, ad es., il *do diesis* equivale al *re bemolle*. Inoltre, l'intervallo tra il *fa* ed il *mi* è di:

$$\frac{4}{3} : \frac{5}{4} = \frac{16}{15},$$

che è di una quantità trascurabile maggiore di $\frac{25}{24}$; quindi fra tali due note vi è appena l'intervallo di un semitono e non si può inserire altra nota; parimenti avviene tra il *si* di un'ottava e il *do* dell'ottava successiva. Quindi le note di un'ottava possono ridursi a 12, (7 toni e 5 semitoni), che nel pianoforte corrispondono ai 7 tasti bianchi e 5 neri di ogni ottava, (Fig. 140).

Fig. 140.

Una gamma in tal modo ridotta si chiama **gamma temperata.**

154. **Diapason normale.** — Fin qui si è parlato dei rapporti tra le altezze dei diversi suoni. Perchè le note siano definite in modo preciso, bisogna fissare l'altezza di una e riferire ad essa i rapporti di tutte le altre. Si è stabilito di fissare come nota di riferimento il la_3, che è determinata da 435 vibrazioni complete al minuto secondo. Questa nota viene riprodotta usualmente da un diapason (§ 142), che si chiama il **diapason normale, o corista.**

Es. *Qual'è il numero delle vibrazioni del* do_5 *e* sol_2*?*

Si ha: num. di vibr. del $la_3 = 435$; e del $la_4 = 435 \times 2 = 870$;

intervallo tra il do_5 e il $la_4 = 2 : \frac{5}{3} = \frac{6}{5}$;

num. di vibr. del $do_5 = \frac{6}{5}$ del $la_4 = \frac{6}{5} \times 870 = \mathbf{1044}$.

Parimenti: num. di vibr. del $la_3 = 435$; e del $la_2 = 217{,}5$;

intervallo tra il sol_2 e il $la_2 = \frac{3}{2} : \frac{5}{3} = \frac{9}{10}$;

num. di vibr. del $sol_2 = \frac{9}{10}$ del $la_2 = \frac{9}{10} \times 217{,}5 = \mathbf{196}$.

155. **Suoni armonici** di un suono, che si chiama il **suono fondamentale,** sono quelli che hanno un numero di vibrazioni doppio, triplo, ecc.... Ne segue che le ottave di un suono sono anche armonici; ma non viceversa. Infatti, se n è il numero di vibrazioni del suono fondamentale, sono:

$n \quad 2n \quad 3n \quad 4n \quad 5n \quad 6n \quad 7n \quad 8n$ ..... gli armonici
$n \quad 2n \quad \quad 4n \quad \quad \quad 8n$ ..... le ottave.

La Fig. 141 mostra graficamente la differenza tra un suono ed i suoi due armonici successivi: $AB = 2A'B' = 3A''B''$.

Es. *Calcolare il numero delle vibrazioni dei primi tre armonici del* do_3.
Si ha:

num. di vibrazioni del $la_3 = 435$

intervallo tra il do_3 e $la_3 = 1 : \frac{5}{3} = \frac{3}{5}$

num. di vibrazioni del $do_3 = \frac{3}{5}$ del $la_3 = \frac{3}{5} \times 435 = 261$

armonici del do_3: $261 \times 2 = 522$; $261 \times 3 = 783$; $261 \times 4 = 1044$

e poichè il rapporto tra 783 : 522 è $^3/_2$, 783 vibr. al secondo sono quelle della nota sol_4; quindi i tre armonici del do_3 sono: il do_4, il sol_4, il do_5.

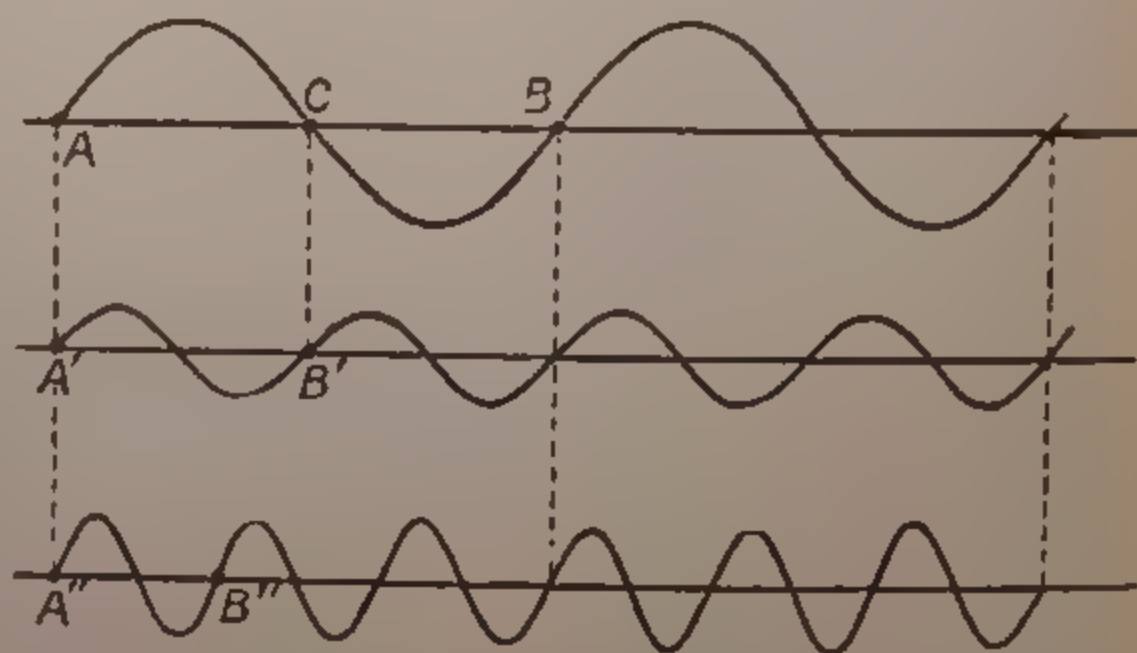



Fig. 141.

156. **Limiti della voce umana.** — Abbiamo detto (§ 150) che i suoni adottati nella musica variano da 27 a 4500 vibrazioni al secondo. La voce umana non arriva a questi limiti; difatti la scala vocale dei cantanti si estende tra i limiti seguenti:

BASSO:	dal mi_1 al do_3	(da 81 a 260	*hertz*)
BARITONO:	dal la_1 » mi_3	(» 109 a 326	»)
TENORE:	dal do_2 » si_3	(» 130 a 488	»)
CONTRALTO:	dal fa_2 » fa_4	(» 174 a 696	»)
SOPRANO:	dal do_3 » do_5	(» 261 a 1044	»).

157. **Coesistenza di più suoni semplici.** — Abbiamo visto che un suono semplice è rappresentato da una sinusoide (§ 142). Si abbiano allora tre suoni semplici, rappresentati rispettivamente dalle curve *1*, *2* e *3* della Fig. 142. La curva *1* rappresenta un suono di lunghezza d'onda: A_1C_1. La curva *2* rappresenta un suono di lunghezza d'onda: $A_2C_2 = {}^1/_2\, A_1C_1$; cioè un suono il cui numero di vibrazioni è doppio di quello di *1*, ed è perciò il primo armonico di questo. La curva *3* rappresenta un suono di lunghezza d'onda: $A_3C_3 = {}^1/_3\, A_1C_1$; cioè un suono il cui numero di vibrazioni è triplo di quello di *1*, ed è perciò il 2° armonico di questo. Le tre curve pertanto rappresentano un suono fondamentale e i suoi due primi armonici superiori.

Orbene, se questi tre suoni coesistono insieme contemporaneamente, quale sarà il suono risultante dalla combinazione di tutti e tre? L'ampiezza della vibrazione di questo suono, sarà ad ogni istante la somma algebrica delle ampiezze delle vibrazioni dei singoli suoni componenti nel medesimo istante; assumendo come positive le ampiezze al di sopra dell'asse AC, negative quelle al di sotto. Quindi nel punto P_4 l'ampiezza della vibrazione risultante sarà:

$$P_4 D_4 = P_1 D_1 + P_2 D_2 + P_3 D_3 ;$$

nel punto Q_4 sarà:

$$Q_4 E_4 = Q_1 E_1 + Q_2 E_2 - Q_3 E_3 ;$$

nel punto R_4 sarà:

$$R_4 F_4 = R_1 F_1 - F_2 R_2 + zero.$$

E così via negli altri punti. Riunendo con una linea continua i varî punti D_4, E_4, F_4..., si ottiene la curva *4*, che rappresenta il suono risultante dalla composizione dei tre suoni *1*, *2*, *3*.

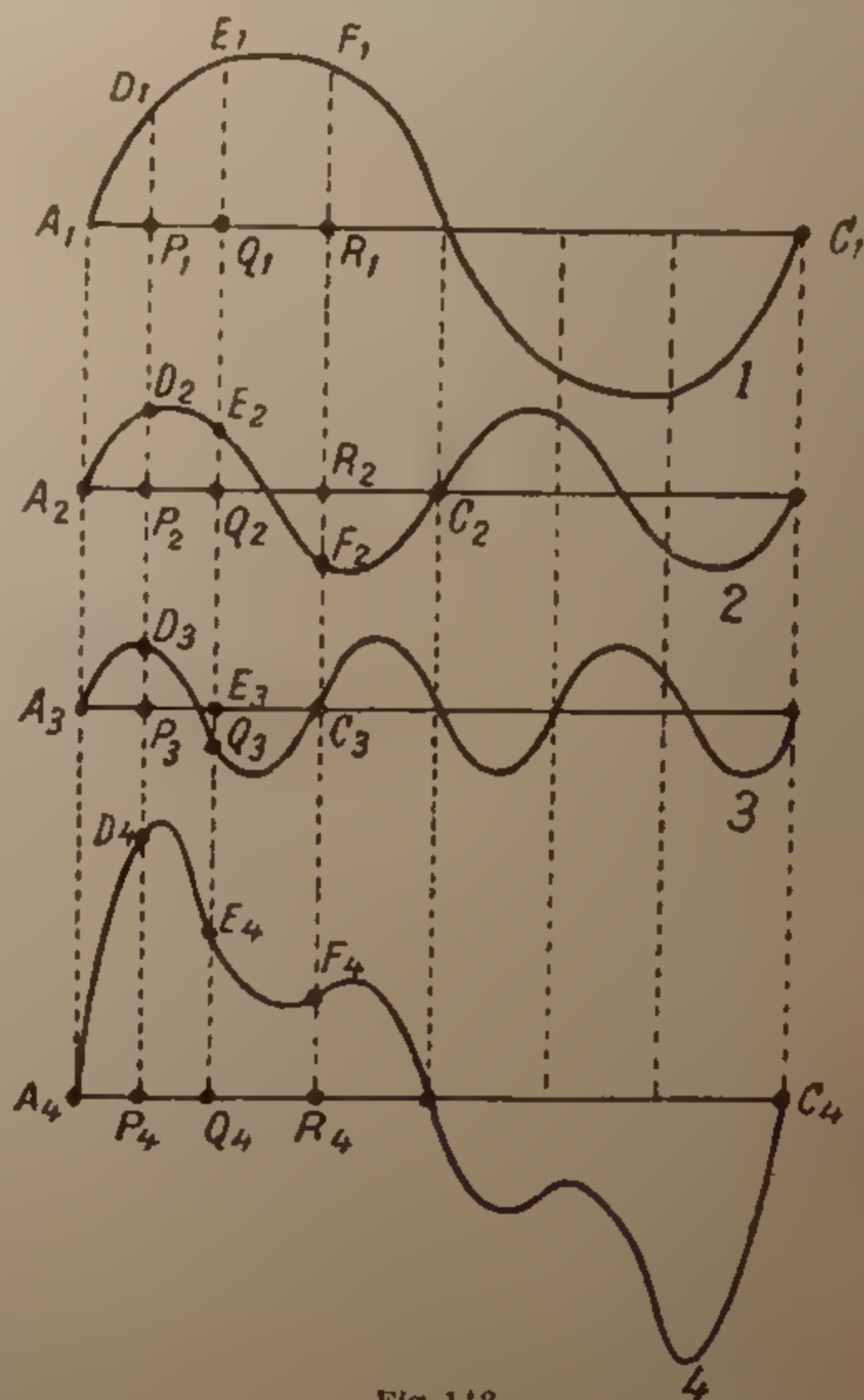



Fig. 142.

158. **Timbro o metallo.** — Due suoni, pur essendo eguali di altezza e di intensità, possono differire per il **timbro o metallo.** Così l'orecchio percepisce differenza tra il *do* emesso da un flauto e quello di un violino; e distingue perfino la stessa nota emessa da due violini diversi, come distingue dalla voce due persone diverse.

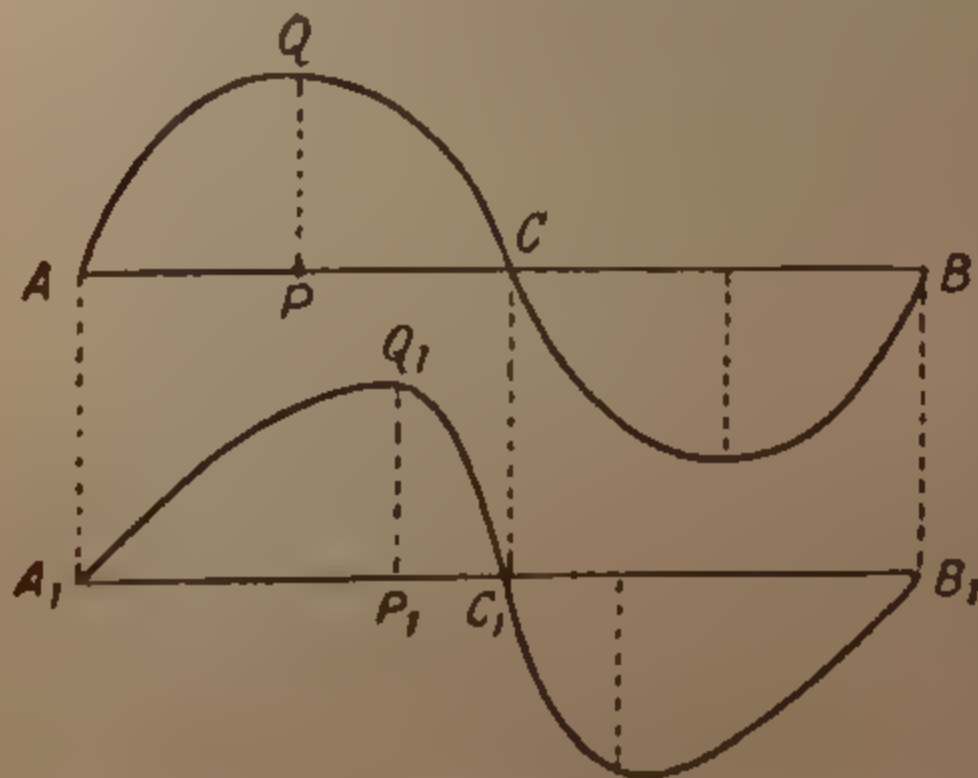



Fig. 143.

Il timbro dipende dalla **forma delle vibrazioni.** La Fig. 143 mostra graficamente la differenza tra due suoni di eguale intensità ($PQ = P_1 Q_1$), di eguale altezza ($AB = A_1 B_1$), ma di timbro diverso.

Questa figura può anche rappresentare nella 1ª curva il moto oscillatorio di un pendolo; nella 2ª il moto di un martello che batta su un'incudine con ritmo eguale alla oscillazione del pendolo. Nel 2° caso il martello discende più rapidamente che non salga, perchè alla discesa la gravità accelera il moto.

Questi due moti oscillatori, pure essendo della stessa ampiezza e dello stesso periodo, pure differiscono tra loro nella forma. Questa differenza, considerata per i suoni, costituisce la differenza nel timbro.

Ora esaminando nuovamente la Fig. 112, la curva *1* e la *4* rappresentano due moti vibratori di egual periodo ($A_4C_4 = A_1C_1$) cioè due suoni di eguale altezza, ma di timbro diverso. E poichè la curva *4* è stata ottenuta con la composizione di un suono coi due suoi armonici, è evidente che la forma di questa curva dipende dalla natura e dalla qualità di questi armonici.

Concludiamo quindi che:

Il timbro di un suono dipende dal numero e dalla qualità dei suoni armonici che accompagnano il suono fondamentale.

Gli armonici di un suono dipendono spesso dal modo di vibrare dello strumento che emette il suono, e quindi dalla qualità della sostanza con cui esso è fatto. Perciò ha influenza sul timbro il costruire uno strumento con metallo o legno; ed il pregio di un violino, p. es., dipende specialmente dalla qualità e modo di costruzione della sua cassa. D'altra parte su tale costruzione influiscono condizioni empiriche, che non si sa bene da che dipendano; onde spesso la riuscita di un buon strumento è casuale.

159. Problemi sui caratteri distintivi dei suoni.

a) Problemi risoluti.

1. *Calcolare la lunghezza d'onda del* la$_3$, *nell'ossigeno, nell'idrogeno e nell'anidride carbonica, nelle condizioni normali* (*a* 0° *e* 760 mm).

Risoluzione. — Sappiamo che l'altezza del *la*$_3$ è (§ 154):

$$n = 435.$$

Per la 3) del § 141, le lunghezze d'onda cercate sono:

$$\lambda_1 = \frac{V_1}{n}, \qquad \lambda_2 = \frac{V_2}{n}, \qquad \lambda_3 = \frac{V_3}{n};$$

in cui: V_1, V_2, V_3 sono le velocità del suono rispettivamente nell'O, nell'H, nella CO_2.

Sappiamo anche che, per la 1) del § 139, chiamando V la velocità nell'aria (a 0° e 760 *mm*), e d_1, d_2, d_3 le densità dei tre gas rispetto all'aria, è:

$$\frac{V_1}{V} = \sqrt{\frac{1}{d_1}}; \qquad \text{da cui:} \qquad V_1 = \frac{V}{\sqrt{d_1}}.$$

Ora: $V = m\,333$; $d_1 = 1{,}1056$ (Vol. 1°, § 219); quindi sostituendo:

$$V_1 = m\,\frac{333}{\sqrt{1{,}1056}} = m\,317.$$

Parimenti per gli altri gas, ($d_2 = 0{,}0693$; $d_3 = 1{,}529$):

$$V_2 = m\,\frac{333}{\sqrt{0{,}0693}} = m\,1265; \qquad V_3 = m\,\frac{333}{\sqrt{1{,}529}} = m\,269. \qquad \text{Quindi:}$$

$$\lambda_1 = m\,\frac{317}{435} = \text{m}\,0{,}73; \qquad \lambda_2 = m\,\frac{1265}{435} = \text{m}\,2{,}91; \qquad \lambda_3 = m\,\frac{269}{435} = \text{m}\,0{,}62.$$

[illegible] *Determinare il rapporto tra i raggi di 8 ruote dentate, che girano con eguale velocità [illegible] e che hanno i denti egualmente distanziati, perchè urtando contro un cartoncino producano le 8 note di un'ottava.*

Risoluzione. — Se r_1 è il raggio della ruota minore, d la distanza tra due denti consecutivi, ed n il numero dei giri per secondo, l'altezza del suono emesso da essa è:

$$n_1 = \frac{2\pi n r_1}{d}.$$

Parimenti, l'altezza del suono della seconda ruota, di raggio r_2, è:

$$n_2 = \frac{2\pi n r_2}{d}.$$

Se questi suoni devono essere il *do* e il *re* di un'ottava, dev'essere il rapporto:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{9}{8};$$

quindi sostituendo i valori trovati:

$$\frac{2\pi n r_2}{d} : \frac{2\pi n r_1}{d} = \frac{9}{8}; \qquad \text{da cui semplificando:} \qquad \frac{r_2}{r_1} = \frac{9}{8}.$$

Egualmente ragionando per le altre ruote, si vede che i rapporti dei loro raggi a quello della prima ruota sono eguali ai rapporti della gamma musicale. Quindi, chiamando: $r_1, r_2 \ldots r_8$ i raggi delle 8 ruote, dev'essere:

$$r_2 = \frac{9}{8} r_1; \quad r_3 = \frac{5}{4} r_1; \quad r_4 = \frac{4}{3} r_1; \quad r_5 = \frac{3}{2} r_1; \quad r_6 = \frac{5}{3} r_1; \quad r_7 = \frac{15}{8} r_1; \quad r_8 = 2 r_1.$$

b) Problemi da risolvere.

1. Qual'è l'altezza del suono di una sirena, se il disco porta 24 fori e compie 20 giri al secondo?
   Quanti giri al secondo deve fare il disco di quella sirena, per emettere il la_4?
2. Il fischio di un treno corrisponde al la_3; se il treno ci viene incontro con la velocità di 80 *km* l'ora, che nota percepisce l'orecchio?
3. Calcolare il numero delle vibrazioni e la lunghezza d'onda delle note della 2ª ottava.
4. Che nota è quella il cui numero di vibrazioni è di 1392?
5. Calcolare l'altezza di tutti gli armonici percettibili del fa_2.
6. Quale dev'essere la densità di un gas, perchè la lunghezza d'onda del sol_3 in esso sia l?
7. Una lastra metallica ha dei piccoli fori, coi centri allineati, alla distanza d ciascuno dal successivo; si fa cadere questa lastra in modo che la retta dei centri dei fori si mantenga verticale; contro i fori si soffia un getto d'aria con un cannello fisso. Determinare:
   1. L'altezza del suono prodotto dopo t secondi dall'inizio della caduta.
   2. Quale dev'essere la distanza d, perchè la nota emessa dopo t secondi sia il do_3. (Trascurare la resistenza dell'aria).
8. Una ruota dentata ha il diametro di *cm* 9 e la distanza tra un dente e l'altro è di *mm* 1,95; contro i denti urta un cartoncino. Quale dev'essere la velocità di rotazione della ruota, perchè il suono emesso sia il la_4?

Composizione dei moti vibratori - Interferenza.

160. **Fase di vibrazione.** — Abbiamo visto per quali caratteri possono differire due suoni, ed abbiamo dato la rappresentazione grafica di questi caratteri.

Ma vi è un'altra differenza; due moti vibratori della stessa ampiezza e dello stesso periodo, possono differire per la *fase*; cioè per l'istante in cui s'inizia ogni singola vibrazione.

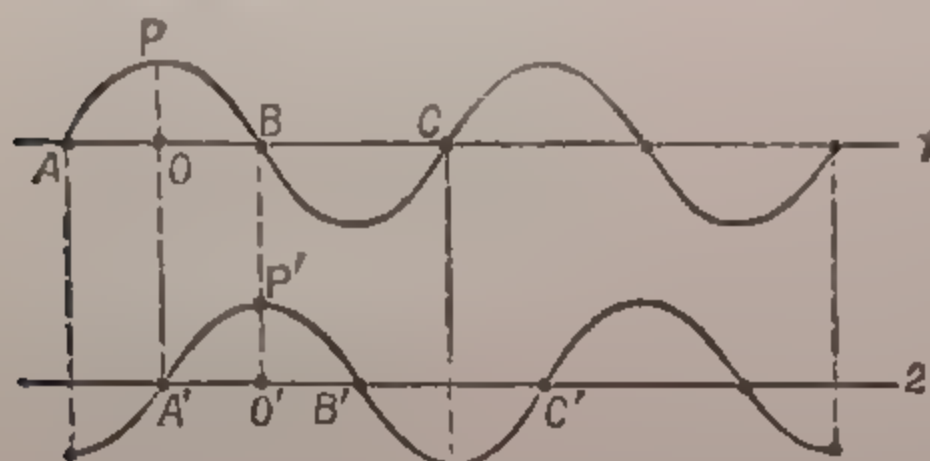
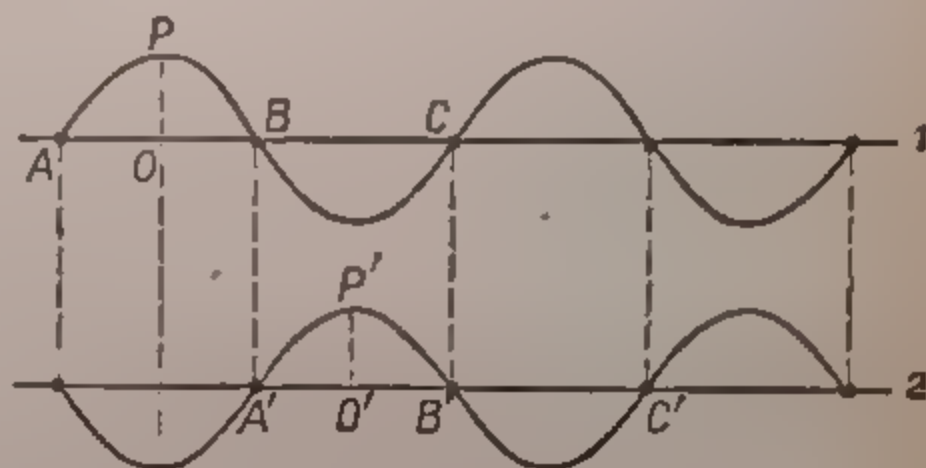



Fig. 144. Fig. 145.

Le due curve *1* e *2* della Fig. 144, rappresentano due moti vibratori identici per periodo ($AC = A'C'$) e per ampiezza ($OP = O'P'$); ma differiscono per la fase; poichè nella *1* la vibrazione comincia in A, mentre nella *2* comincia in A', cioè *dopo un quarto di periodo.* Si dice che i *due moti vibratori sono spostati di fase di un quarto di periodo.*

La Fig. 145 mostra *due moti vibratori spostati di fase di mezzo periodo, o in fase opposta.*

161. **Composizione dei moti vibratori.** — I suoni rappresentati dalle curve delle Figg. 144-145, ascoltati isolatamente non hanno niente di diverso; l'orecchio percepisce identica sensazione. Non avviene più così se essi vengono emessi contemporaneamente; i moti vibratori si fondono insieme e dànno luogo ad un moto vibratorio unico, che è il moto risultante. Si trova questo con la regola già considerata al § 157; cioè ad ogni istante l'ampiezza del moto vibratorio risultante è la somma algebrica delle ampiezze dei moti vibratori componenti.

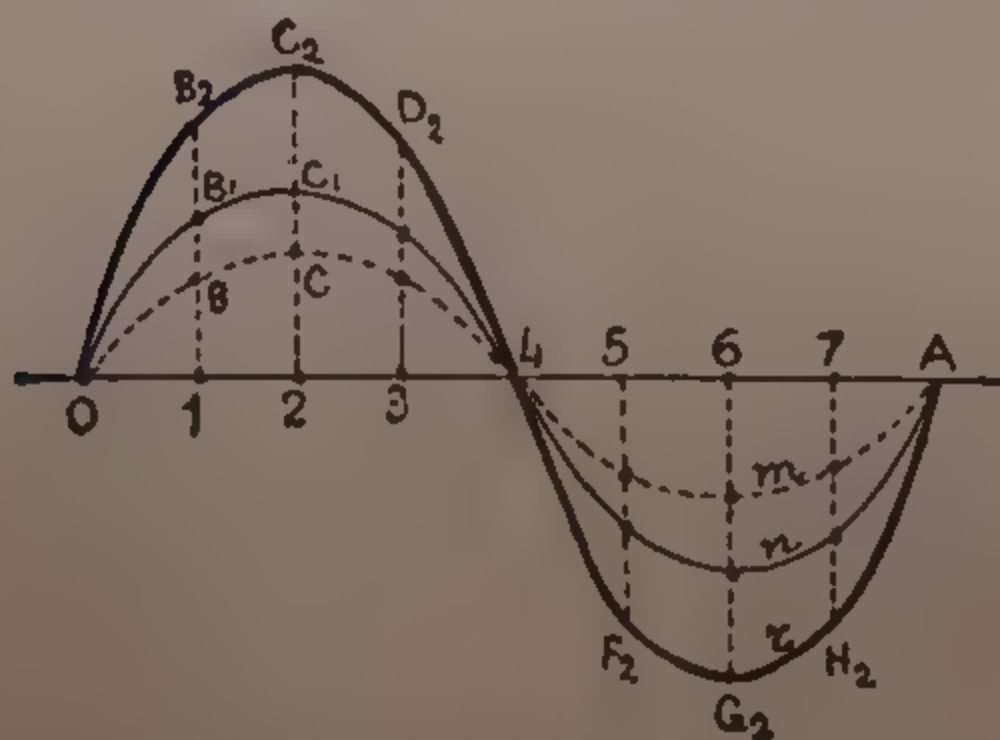



Fig. 146.

Si abbia, ad esempio, da trovare il moto vibratorio risultante di due moti eguali per periodo e fase, ma di ampiezza diversa. Siano m e n le curve che rappresentano i due moti componenti, (Fig. 146). Dividiamo il periodo OA in 8 parti eguali. All'inizio del periodo, cioè in 0, è zero l'ampiezza di ciascuno dei moti vibratori, e sarà anche zero l'ampiezza risul-

tanto. Dopo un ottavo di periodo, cioè in *1*, è (*1 B*) l'ampiezza del primo moto, ed ($1\,B_1$) l'ampiezza del secondo moto; sarà ($1\,B_2$) = (*1 B*) + ($1\,B_1$) l'ampiezza del moto risultante. Dopo due ottavi di periodo, cioè in *2*, sarà analogamente ($2\,C_2$) = (*2 C*) + ($2\,C_1$) l'ampiezza del moto risultante. E così via sino alla fine del periodo, cioè in *8*. Il moto vibratorio risultante sarà rappresentato dalla curva $r = O\,B_2 C_2 D_2 F_2 G_2 H_2 A$. Cioè:

Il moto vibratorio risultante di due moti di eguale periodo e fase, è un moto vibratorio di periodo e fase eguali a quelli componenti, e di ampiezza eguale alla somma delle ampiezze dei moti componenti medesimi.

Si voglia ora il moto vibratorio risultante *r* di due moti *m* ed *n* di eguale periodo ed ampiezza, ma spostati di fase di un quarto di periodo. Procederemo con lo stesso metodo del caso precedente, per trovare il moto risultante; osservando che nel punto *1* (Fig. 147) l'ampiezza del moto risultante sarà la differenza (*1 B*) — (*1 B'*), cioè zero; e nel punto *3* è invece (*3 C*) + (*3 C*) = (*3 C'*). Si ottiene in questo caso che:

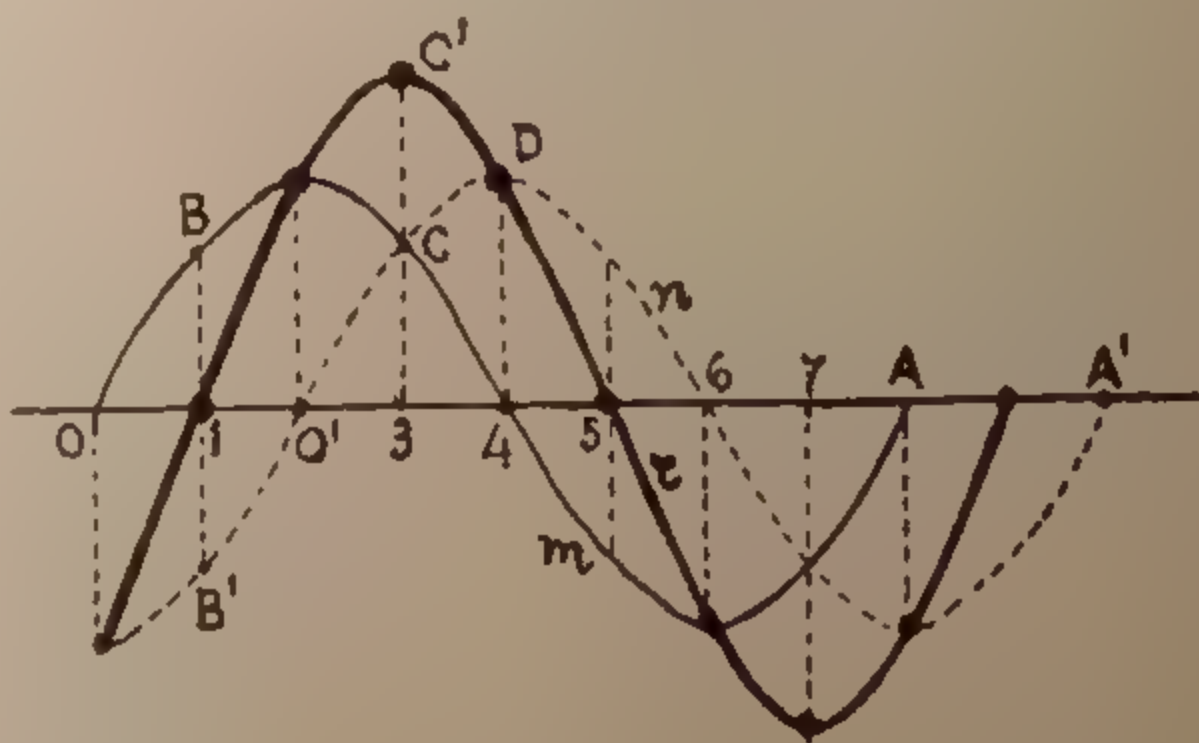



Fig. 147.

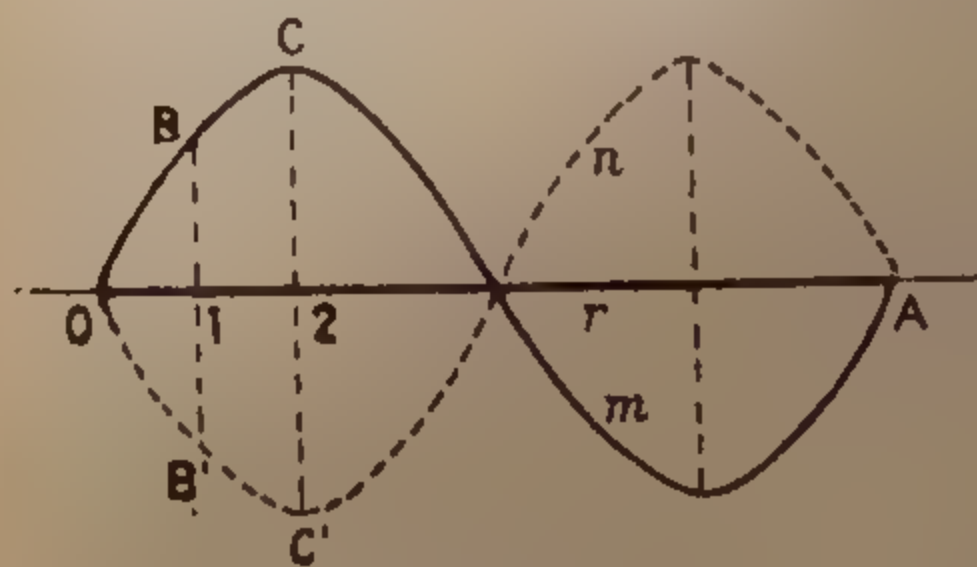
Il moto vibratorio risultante di due moti di eguale periodo ed ampiezza, ma spostati di fase di un quarto di periodo, è un moto vibratorio di egual periodo dei componenti, spostato di fase di un ottavo di periodo rispetto a questi, in ritardo rispetto al primo moto e in anticipo rispetto al secondo moto componente.

Se finalmente *i due moti vibratori componenti sono dello stesso periodo e della stessa ampiezza, ma spostati di fase di mezzo periodo* (Fig. 148), si vede facilmente che *ad ogni istante l'ampiezza del moto risultante è zero.*

Fig. 148.

Le considerazioni precedenti valgono per la composizione di moti vibratori di egual periodo. Se i moti vibratori sono di periodo diverso, abbiamo visto, nel §157, che:

Il moto risultante è ancora dello stesso periodo del moto componente di frequenza minore, ma cambia la forma del moto vibratorio, che non è più sinusoidale. Inversamente il Fourier, con il calcolo, ha dimostrato che:

Qualsiasi moto periodico non sinusoidale, può sempre scomporsi, e in un sol modo, in una serie di moti sinusoidali, di cui quello di frequenza minore (moto fondamentale) *ha lo stesso periodo del moto che si considera, e gli altri moti sono opportuni armonici di quello fondamentale.*

162. Interferenza dei suoni. — Riepilogando i risultati del paragrafo precedente, abbiamo:

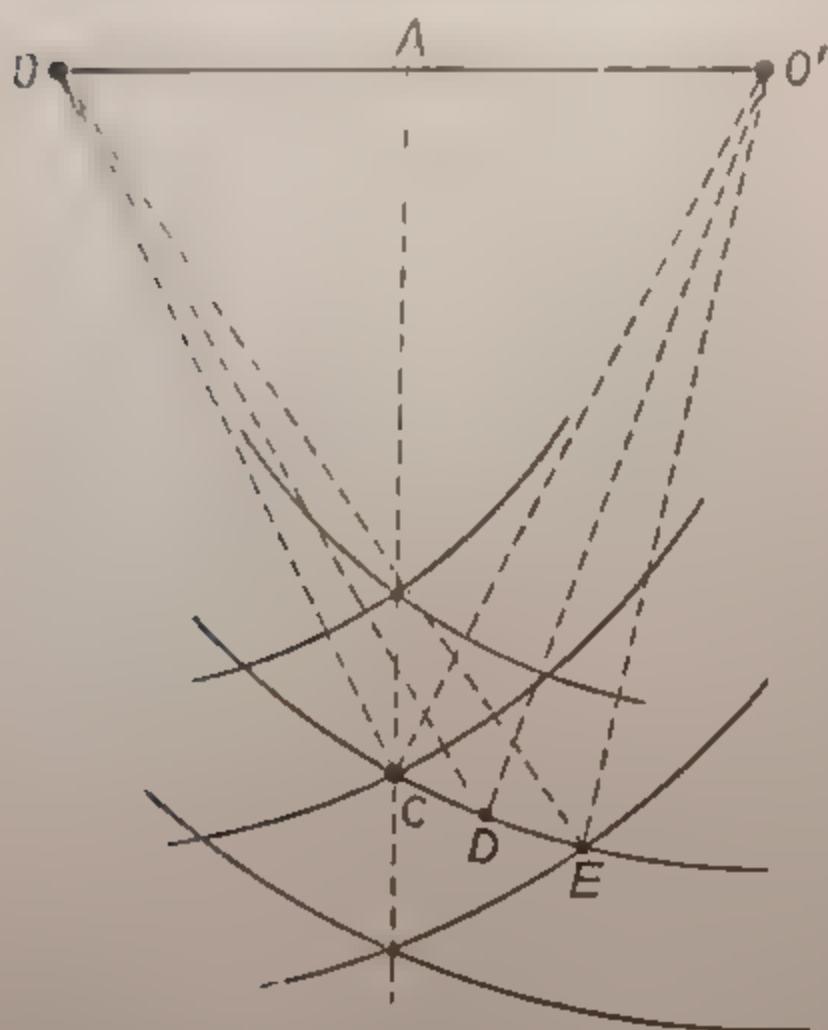
Se arrivano *contemporaneamente* all'orecchio moti vibratori eguali per altezza e per fase, i loro effetti si sommano e si ha un rinforzo del suono.

Se invece arrivano moti vibratori eguali per altezza, ma in fase opposta, i loro effetti si elidono, e non si ode alcun suono. Si dice, in questo caso, che si ha l'**interferenza**; e si comprende come possa avvenire che suono aggiunto a suono produca il silenzio.

Fig. 149.

L'interferenza si comprende benissimo pensando che il pervenire all'orecchio di due moti vibratori in fase opposta, vuol dire che s'incontrano contemporaneamente nell'orecchio un'onda condensata con un'onda rarefatta, che si elidono; dall'incontro di tali onde si ottiene quindi il silenzio.

Siano allora O ed O' due sorgenti sonore identiche, che emettano cioè suoni eguali per altezza e per fase.

In un punto C, sull'asse del segmento OO', cioè le cui distanze OC ed $O'C$ siano eguali (Fig. 149), s'incontrano nello stesso istante onde partite contemporaneamente da O ed O', quindi nella stessa fase, ad es., entrambe condensate o entrambe rarefatte, che si sommano: in C si ha rinforzo del suono.

In un punto D tale che le distanze OD ed $O'D$ differiscano di mezza lunghezza d'onda, quando vi arriva da O un'onda condensata, quella pure condensata partita contemporaneamente da O' è già passata; da O' vi arriva la mezza onda successiva, cioè un'onda rarefatta. In D s'incontrano nello stésso istante onde in fase opposta, che si elidono, e si ha il silenzio.

In un punto E la cui differenza di distanza da O ed O' è un'intera lunghezza d'onda, quando da O vi arriva un'onda condensata, quella partita contemporaneamente da O' è già passata; ma da O' vi arriva l'onda condensata successiva. Cioè in E arrivano nello stesso istante onde nella stessa fase, e si ha un rinforzo di suono. E così via per gli altri punti. Riassumendo:

Nei punti la cui differenza di distanza dai centri sonori è zero, o $1 = 2 \times \frac{1}{2}$, o $2 = 4 \times \frac{1}{2}$, o $3 = 6 \times \frac{1}{2}$ .... *lunghezze d'onda, cioè un multiplo pari di mezza lunghezza d'onda, si ha un rinforzo di suono; nei punti la cui differenza di distanza dai centri sonori è:* $\frac{1}{2}$, o $1 + \frac{1}{2} = 3 \times \frac{1}{2}$, o $2 + \frac{1}{2} = 5 \times \frac{1}{2}$ .... *lunghezze d'onda, cioè un multiplo dispari di mezza lunghezza d'onda, si ha il silenzio.*

La verifica sperimentale non si può eseguire con due corpi sonori distinti, perchè è impossibile costruire e mantenere due corpi diversi con l'identico moto vibratorio. Si può raggiungere lo scopo, prendendo

una cassetta di legno $MNPQ$ chiusa (Fig. 150), e disponendo nel suo [illegible] A un corpo sonoro; sulla parete PQ sono praticati due fori O ed O' equidistanti da A. Se A emette un suono, *le onde sonore escono* [illegible] *O ed O' come se questi punti fossero due centri sonori identici* (1). Ponendosi avanti la cassetta, si troveranno i punti nei quali vi è rinforzo e quelli in cui vi è interferenza. Si deve operare in luogo aperto, per evitare la riflessione delle onde sulle pareti di una stanza.

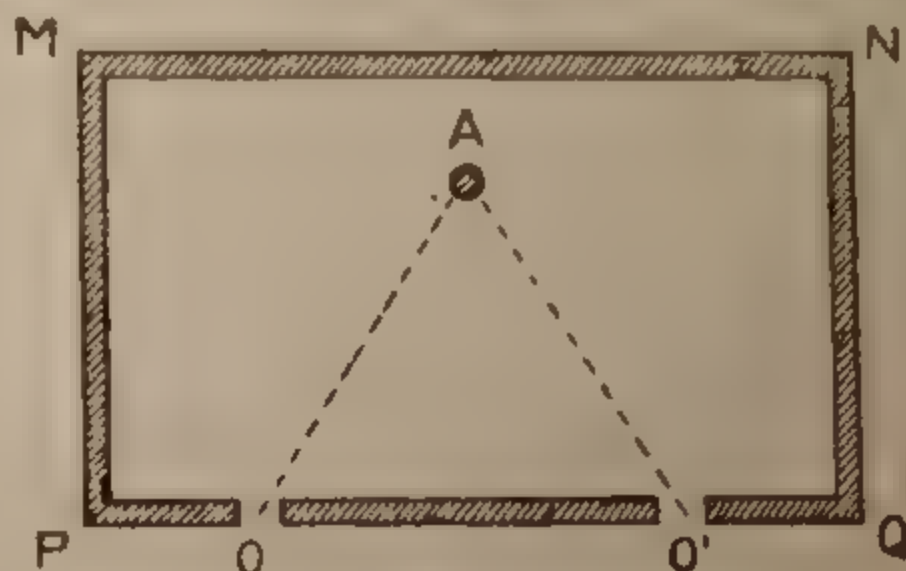



Fig. 150.

Ma più semplice è la verifica con l'apparecchio di **Quinke**. È questo formato da un tubo di metallo, della forma della Fig. 151, in cui ciascuna delle branche è composta da tubi rientranti uno dentro l'altro, in modo che si possano alquanto allungare od accorciare. Avanti all'imboccatura A si

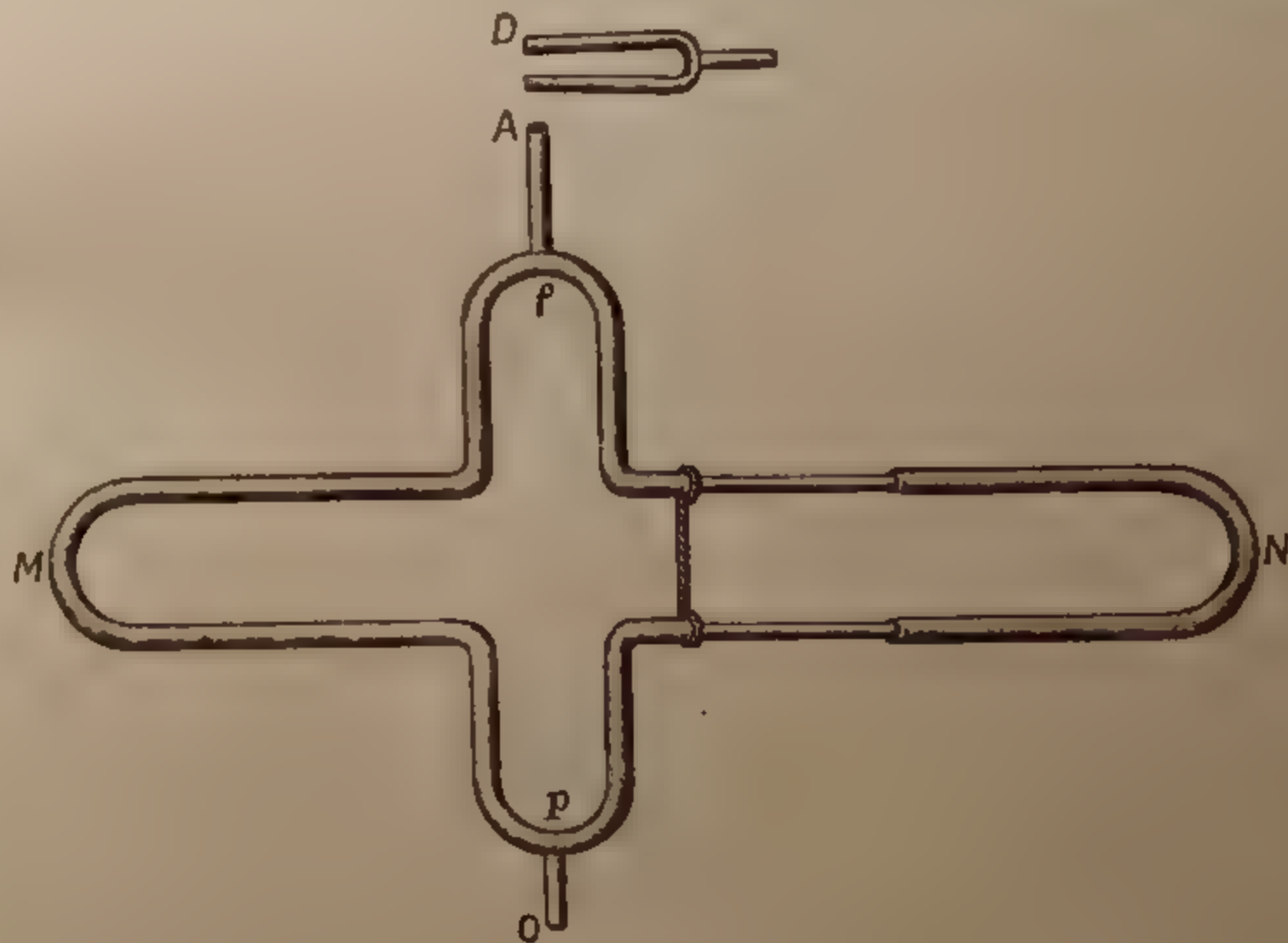



Fig. 151.

faccia vibrare un diapason; le onde sonore in f si biforcano e si propagano tanto nella branca M che nella branca N; si riuniscono ancora in p e arrivano all'apertura O, vicino a cui si pone l'orecchio. Se i tubi fMp ed fNp sono della stessa lunghezza, arrivano per le due vie contemporaneamente in O onde partite allo stesso istante da A, cioè di egual fase e si sommano; in O si sente il suono. Se invece allungando N i tubi fMp ed fNp differiscono per mezza lunghezza d'onda, arrivano in O onde di fase opposta, che interferiscono; in O non si sente più il suono.

(1) Questo è un caso particolare del **principio di Huyghens**, che studieremo meglio in *Ottica*, (§ 276).

163. **Fiamme sensibili.** – Si può rendere visibile l'esperienza precedente a più persone contemporaneamente, come si richiede nella lezione, ponendo dirimpetto all'apertura O una capsula manometrica. Questa è formata da una scatoletta cilindrica S (Fig. 152 in sezione), di qualche centimetro di diametro, il cui coperchio è costituito da una lamina L elastica, tesa (carta, pergamena, ecc.). Per un tubo T si fa venire nella scatoletta il gas illuminante[1], che poi esce per un beccuccio B, ove si accende in una fiammella alta tre o quattro centimetri. Se davanti alla membrana L si emette un suono, essa vibra; con ciò produce variazioni rapide di pressione nell'interno della scatoletta, ed anche la fiamma si mette a vibrare. Queste vibrazioni sono così rapide che l'occhio non le avverte; si guardi allora l'immagine della fiamma riflessa in un prisma quadrangolare P (Fig. 153), le cui facce laterali sono lastre speculari, e che può ruotare rapidamente attorno al suo asse. Se avanti alla capsula manometrica non arriva alcun suono, nello specchio girante si osserva una striscia luminosa continua. Se invece arriva un suono, la striscia luminosa si dentella, corrispondendo ogni dente ad una vibrazione del corpo sonoro.

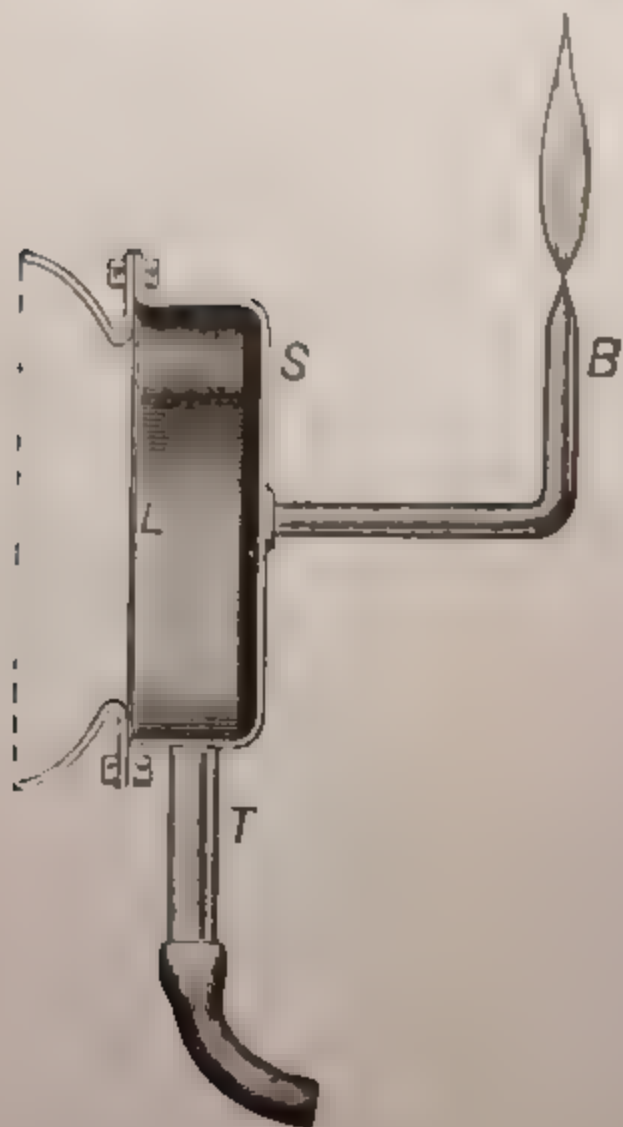
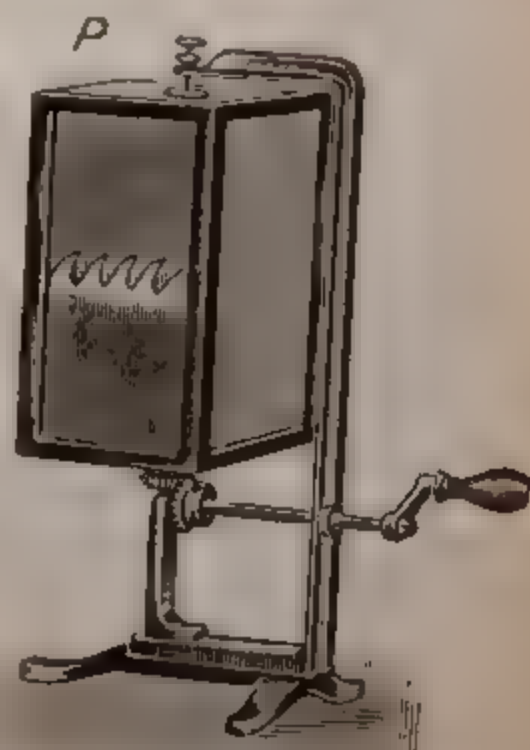



Fig. 152.

Fig. 153.

164. **Battimenti.** — Supponiamo che agiscano contemporaneamente due corpi sonori A e B, i cui suoni siano quasi della medesima altezza; per esempio differiscano per una vibrazione al secondo. Ciò si può ottenere, ad es., con due diapason eguali, ad uno dei quali si aggiunga ad una branca una fascetta P; questa fa ritardare lievemente il moto vibratorio del diapason, il cui numero di vibrazioni diventa un po' minore; e tanto minore quanto più la fascetta P si accosta all'estremità della branca, (Fig. 154).

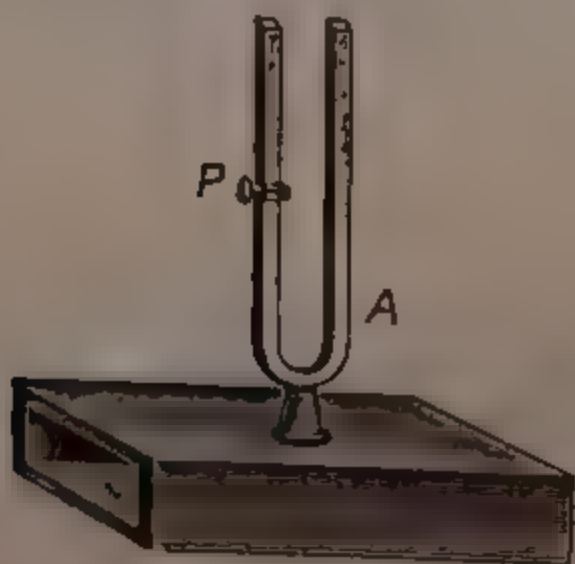



Fig. 154.

(1) Se non si ha il gas illuminante, esso può essere sostituito da aria che con un piccolo mantice si fa passare dentro una bottiglia contenente ovatta imbevuta di benzina. Spesso lo stesso artificio occorre anche col gas illuminante, per renderne la fiamma più luminosa.

Rappresentiamo, nella Fig. 155, tutte le vibrazioni compiute dai due corpi in un minuto secondo; che, per comodità di disegno, supponiamo solo di 4 e 5 rispettivamente. All'inizio, cioè in P, partono da A e B due onde nella stessa fase, e si ha un rinforzo di suono, com'è rappresentato in C. Al mezzo secondo dopo, cioè in Q, i due moti vibratori sono in fase opposta; se da A parte un'onda condensata, da B ne parte una rarefatta; le due onde interferiscono ed il suono è indebolito. Dopo un secondo, cioè in R, i due moti vibratori ritornano nella stessa fase, e si ha un nuovo rinforzo di

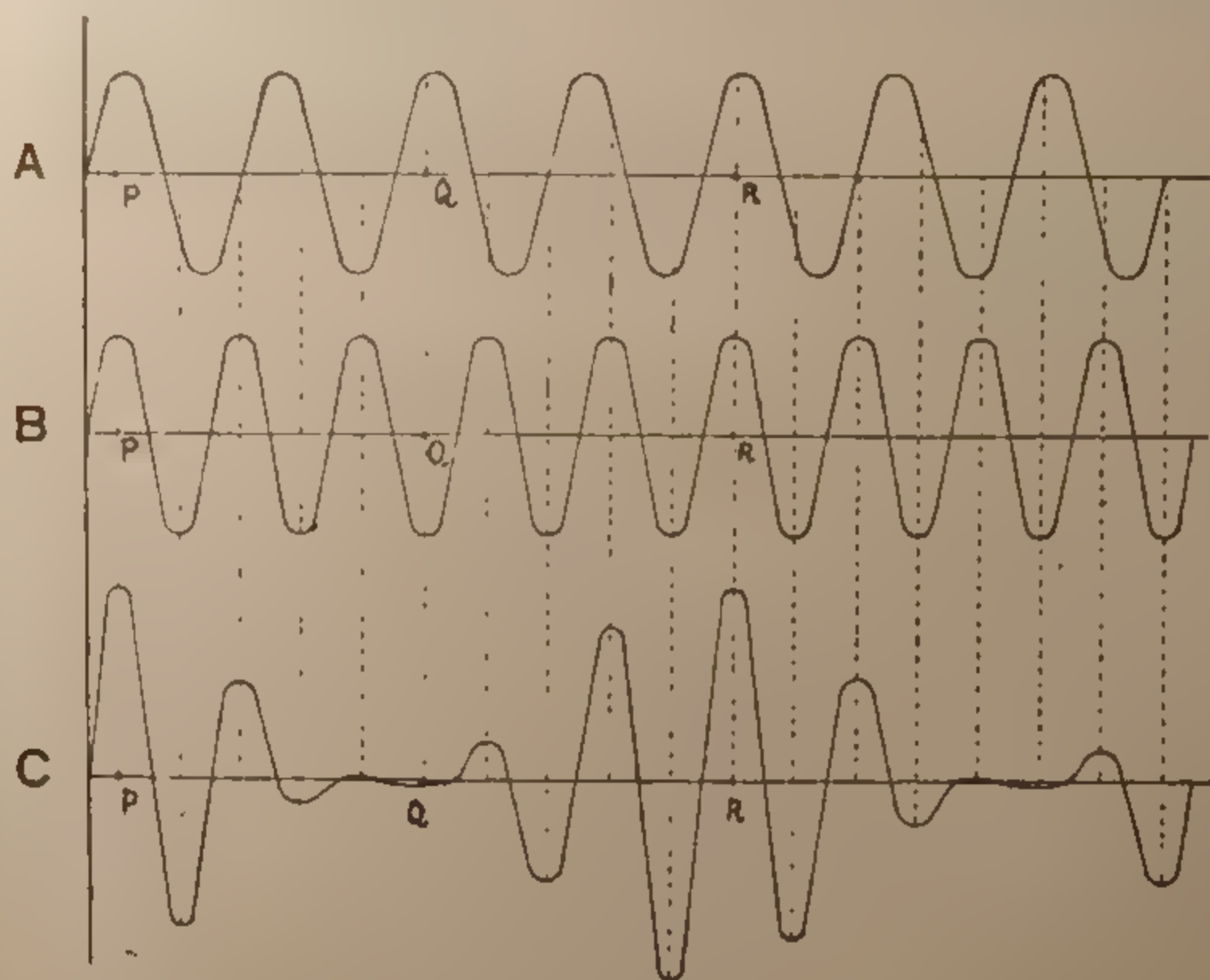



Fig. 155.

suono. E così di seguito; si sente pertanto un suono ondeggiante, rappresentato dalla curva risultante C. Il numero delle intermittenze o **battimenti** per minuto secondo, è evidentemente eguale alla differenza tra i numeri delle vibrazioni dei due corpi sonori.

Es. *Che si sente battendo contemporaneamente i due tasti* si$_{-1}$ *e* do$_0$ *di un pianoforte?*

Il numero di vibrazioni di queste due note è rispettivamente di 30 e 32 al secondo. Quindi si sente un suono ondeggiante con due battimenti al secondo.

165. **Onde stazionarie.** — Ritornando al caso della Fig. 149, nello spazio attorno a due corpi sonori O ed O' *eguali*, vi sono punti come C, in cui si ha perennemente un rinforzo di suono, e quindi il moto vibratorio vi è massimo; tali punti si chiamano **ventri**. Vi sono poi punti come D in cui vi è il silenzio, e quindi il moto vibratorio vi è zero; tali punti si chiamano **nodi**. Al sistema di onde così ottenute, si dà il nome di **onde stazionarie**.

Se ci limitiamo a considerare i punti dello spazio che giacciono sulla congiungente i due corpi sonori O ed O', la cui lunghezza d'onda sia λ, avremo un ventre in D (Fig. 156) punto medio di OO' e quindi equidistante dai

due centri sonori. In un punto D_1 distante $\lambda/_4$ da D, la differenza di distanza da O ed O' è:

$$OD_1 - O'D_1 = (OD + DD_1) - (O'D - DD_1) = 2(DD_1) = \frac{1}{2}\lambda;$$

cioè in D_1 vi è interferenza, e quindi un nodo.

Analogamente in D_2, tale che $DD_2 = 1/_2\,\lambda$, si ha:

$$OD_2 - O'D_2 = (OD + DD_2) - (O'D - DD_2) = 2(DD_2) = \lambda;$$

O D D_1 D_2 O'

Fig. 156.

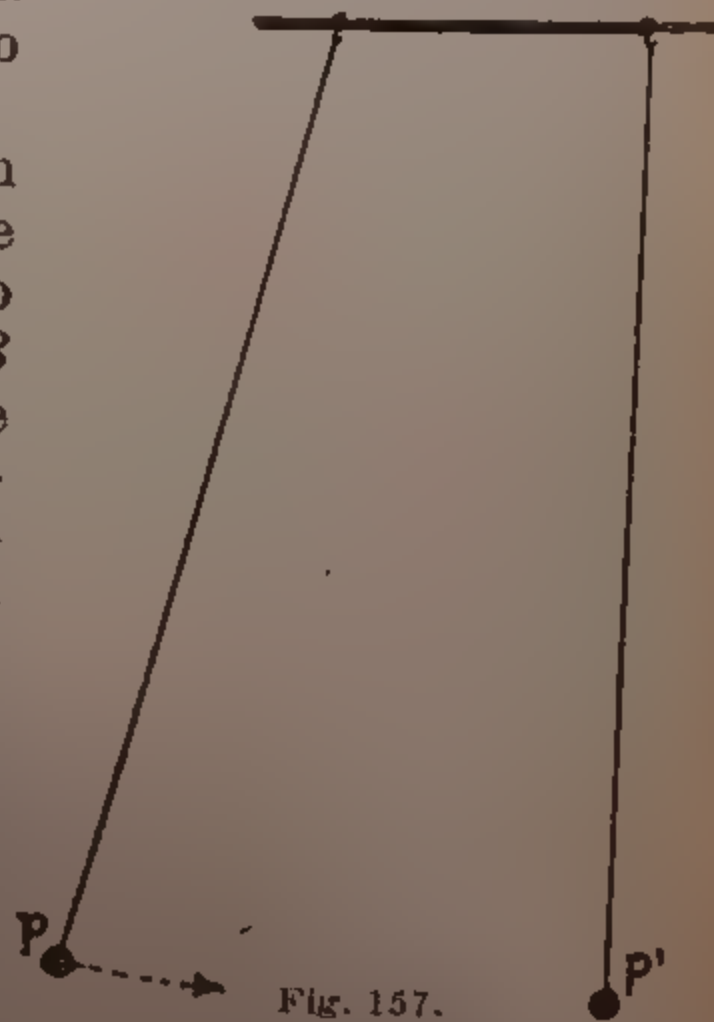
cioè in D_2 vi è un ventre; e così di seguito.

Le onde stazionarie possono formarsi per l'incontro delle onde dirette, emanate da un corpo sonoro, con le onde riflesse da un muro; nello spazio compreso fra il corpo sonoro ed il muro, si formano così dei ventri e dei nodi.

166. **Risonanza.** — Siano P e P' (Fig. 157) due pendoli della stessa lunghezza, e quindi dello stesso periodo di oscillazione. P' sia fermo, e si faccia oscillare P; se P viene verso P' spinge avanti a sè l'aria e produce un leggero soffio contro P', che si sposta insensibilmente. Ad ogni nuova oscillazione di P arriva una leggerissima spinta su P', che *sommandosi* con le precedenti, perverrà dopo un certo tempo a fare oscillare P' in modo visibile. Ma perchè ciò avvenga *è necessario che i due pendoli oscillino con lo stesso periodo*; altrimenti, dopo un certo tempo, se P si sposta verso destra, P' si sposta verso sinistra, e la spinta mandata da P anzichè favorire il moto di P' lo contrasta.

Fig. 157.

Parimenti, siano A e B (Fig. 158) due diapason *eguali*, posti vicino; se facciamo suonare A e dopo qualche momento lo riduciamo al silenzio toccandone le branche con la mano, si sente B che a sua volta emette un suono. Anche qui le vibrazioni di B sono state prodotte dal sommarsi delle successive piccolissime spinte trasmesse per mezzo dell'aria e provocate dalle vibrazioni di A. Ma anche ora è necessaria la concordanza nelle vibrazioni dei due corpi; se A e B non sono eguali, e basta perciò aggiungere un pesetto ad una branca di un diapason, come in Fig. 154, allora B non risuonerà più.

A questo fenomeno si dà il nome di *risonanza*. Esso ha riscontro in molti fatti della vita ordinaria. Con piccoli successivi sforzi si riesce a mettere in moto una grossa campana, purchè si diano alla corda strappi ritmici, ad intervalli eguali, secondando il moto oscillatorio proprio della campana stessa. Una persona sola, posta in mezzo ad un ponte metallico sospeso, può con movimenti ritmici del suo corpo imprimere a tutto il ponte oscillazioni pericolose; così nel 1850 il ponte sospeso di Angers si ruppe sotto il passo cadenzato di un battaglione di soldati, il cui ritmo casualmente coincideva col periodo di oscillazione del ponte.

Con la risonanza parimenti si spiega un curioso esperimento che talvolta si vede eseguire con stupore da qualche cantante, a dimostrazione della potenza della sua voce. Essi talvolta riescono a mandare in pezzi un bicchiere, cantandovi dentro una nota appropriata. Il bicchiere si rompe, purchè la nota cantata sia quella per cui il bicchiere risuona; nota che il cantante ha avuto prima l'avvertenza di conoscere, battendo leggermente sul bicchiere, ed eventualmente modificandola versando in questo un po' di acqua; una nota diversa da quella, anche se emessa con maggiore potenza, non avrebbe rotto il bicchiere.

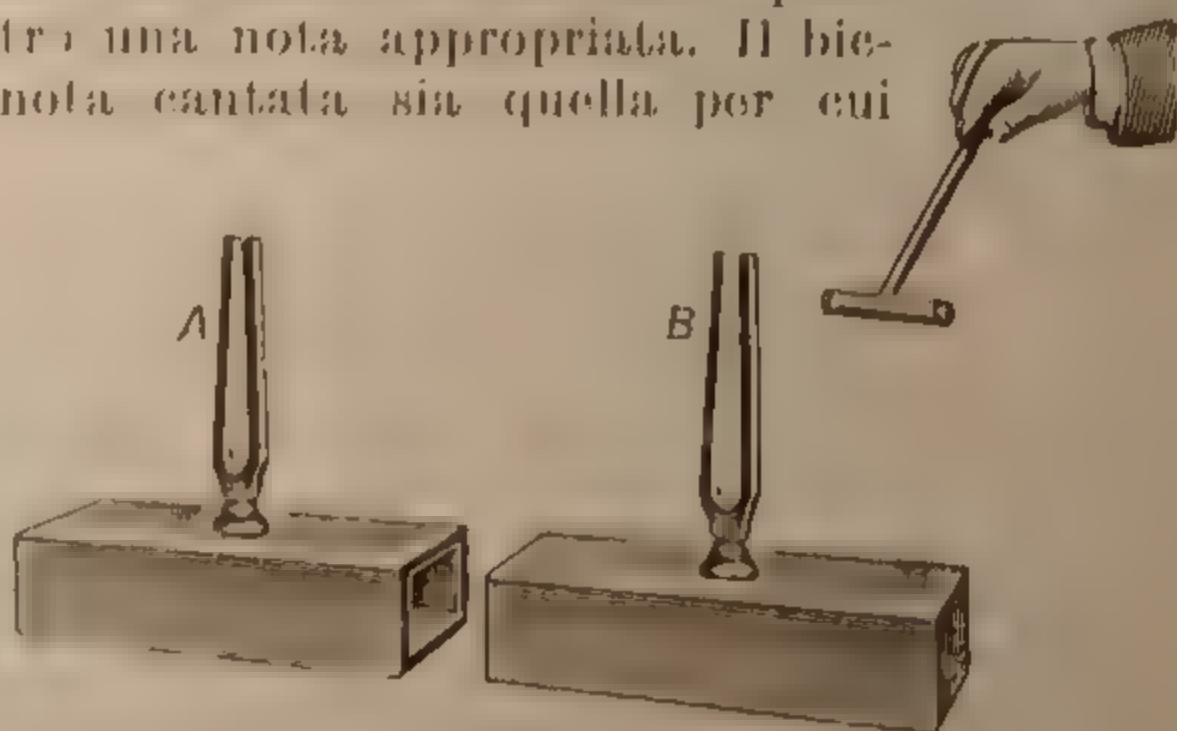



Fig. 158.

167. **Risonanza con le onde riflesse.** — La risonanza può anche avvenire per l'incontro di onde dirette con onde riflesse. Si abbia, ad es., un cilindro di vetro C (Fig. 159), al di sopra del quale si pone un diapason vibrante D; in generale si sente un suono assai debole. Facciamo pervenire a poco a poco dell'acqua in C; quando essa è arrivata ad un certo livello, il suono si sente assai rinforzato. Ciò avviene perchè la colonna d'aria del cilindro C entrerà anch'essa in vibrazione, per risonanza, ed aggiungerà il suo suono a quello debole del diapason. Perchè avvenga la risonanza, occorre che all'imboccatura del cilindro, ove già vibra il diapason, vi sia un punto di massima vibrazione dell'aria, cioè un ventre V; mentre alla superficie dell'acqua l'aria non può vibrare, cioè vi è un nodo N. La vibrazione dei vari punti della colonna d'aria è rappresentata dalla curva AN; questo tratto corrisponde a quello AO della Fig. 124 (§ 142) cioè alla quarta parte dell'onda completa $AOMB$; quindi: la colonna d'aria del cilindro risuonerà allorchè la sua altezza è uguale a un quarto della lunghezza d'onda del suono emesso dal diapason. Continuando a far venire acqua in C, in modo che il livello s'innalzi, il suono tornerà ad indebolirsi. Una colonna d'aria che risuona per un dato suono, non risuonerà più per altri suoni.

Fig. 159.

Es. *Quale lunghezza occorre alla colonna d'aria, perchè risuoni per il* la_3?

La lunghezza d'onda del la_3 è: $\lambda = m \frac{340}{435} = cm\ 78$; quindi la colonna d'aria dev'essere alta: $cm\ 78 : 4 = cm\ 19{,}5$.

Osserviamo però che, nel caso della Fig. 159, la risonanza si ottiene anche se l'altezza della colonna d'aria è $^3/_4$ o $^5/_4$ o $^7/_4$ .... della lunghezza d'onda; cioè un multiplo dispari del quarto di lunghezza d'onda.

168. Cassetta di risonanza - Risonatori. – Analogamente la Fig. 160 mostra come il suono di una campana C venga rinforzato, avvicinando ad essa un cilindro cavo di cartone R di dimensioni opportune, che risuoni per il suono emesso da C.

Fig. 160.

Eguale ufficio ha la cassetta che si pone sotto a un diapason. Senza questa cassetta si vedono vibrare le branche del diapason, ma non se ne sente il suono. Ciò avviene perchè le due branche del diapason vibrano in fase opposta, entrambe prima allontanandosi insieme e poi avvicinandosi al punto centrale A, (Fig. 161). Ne deriva che in una data direzione, p. es. verso destra, di C, se da C parte un'onda condensata, da B parte quasi

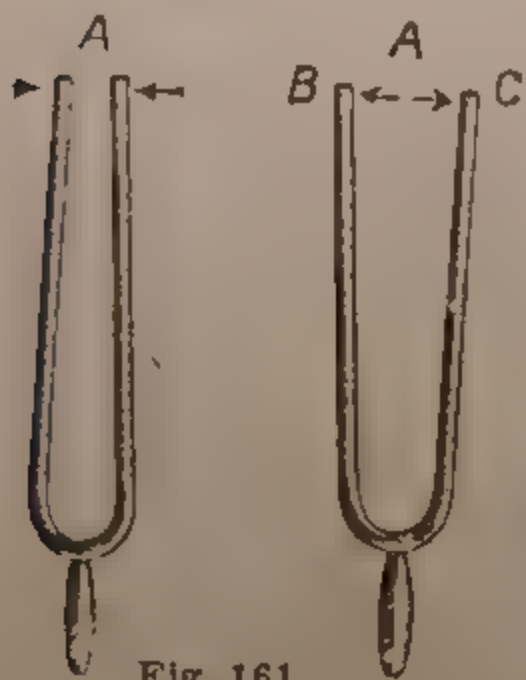



Fig. 161.

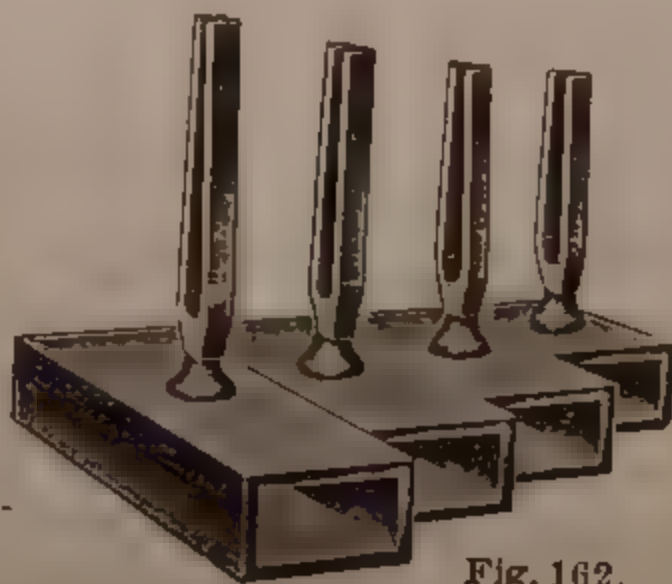



Fig. 162.

Fig. 163.

contemporaneamente un'onda rarefatta, e le due onde interferiscono. Ma se si appoggia il diapason vibrante sulla sua cassetta di risonanza, allora si sente il suono rinforzato; perchè entra in vibrazione l'aria della cassetta, da cui parte il suono. Anche ora la dimensione della cassetta deve essere proporzionata all'altezza del suono emesso dal diapason, (Fig. 162).

Pure sulla risonanza sono basati i **risonatori di Helmholtz.** Sono sfere cave di metallo, che hanno all'estremità di un diametro da una parte un'apertura ***a*** e dall'altra un tubetto conico ***b***, che s'introduce nell'orecchio, (Fig. 163). Se in un ambiente sono emessi insieme varî suoni, il risonatore *risuona* per uno solo di essi e lo fa sentire rinforzato; mentre tace se quel suono non c'è. Facendo uso di risonatori di diverso diametro, che risuonano ciascuno per una nota musicale diversa, potremo riconoscere di quali suoni semplici è costituito un dato suono composto; cioè possiamo fare l'**analisi dei suoni.**

Le casse armoniche dei violini, delle chitarre, ecc., hanno anch'esse lo scopo di rinforzare il suono per risonanza; esse hanno forma complicata, suggerita dalla pratica, perchè siano capaci di rinforzare in eguale misura tutti i suoni varî che lo strumento può dare.

169. **Organo dell'udito.** — L'organo dell'udito è l'orecchio. Esso si compone di tre parti, (Fig. 164):

1. Orecchio esterno, formato dal *padiglione Q* e dal *condotto auditivo A*, chiuso dalla *membrana del timpano T*.

2. Orecchio medio, costituito da una cavità **o r**, detta *cassa del timpano*, in cui vi è una catena di ossicini, rappresentata separatamente nella Fig. 165, chiamati: il *martello M M*, che poggia sul timpano, l'*incudine C*, l'*osso lenticolare I* e la *staffa E*. Questa parte dell'orecchio

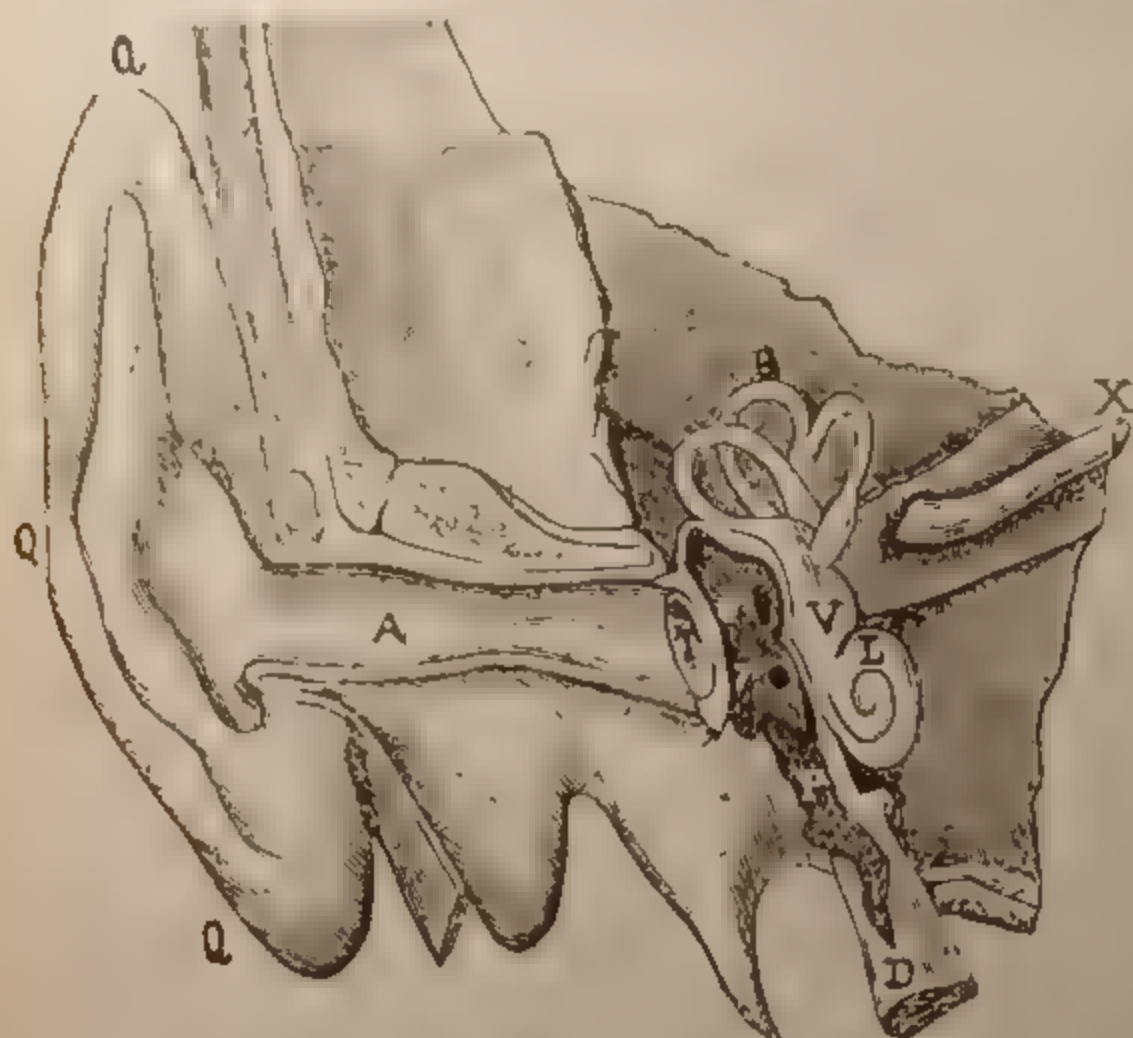



Fig. 164.

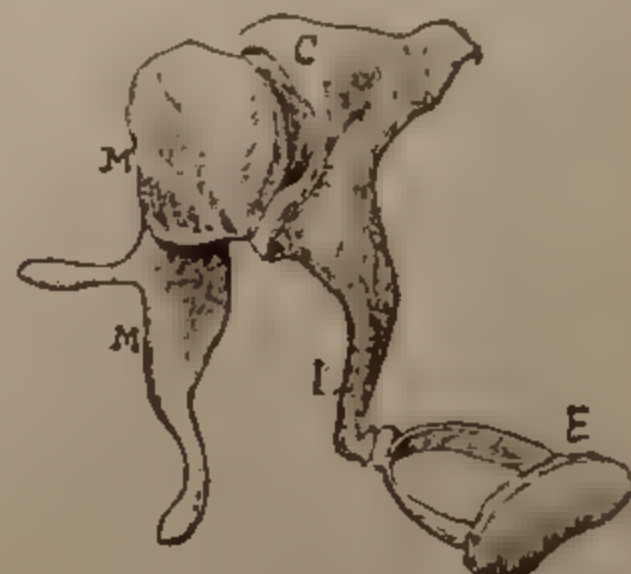



Fig. 165.

comunica con la retrobocca mediante un canale *D*, chiamato la *tromba di Eustacchio*, ed è quindi piena d'aria alla pressione esterna.

3. **Orecchio interno**, o labirinto a forma di chiocciola, *L V B*, composto della *coclea L*, del *vestibolo V* e dei *canali semicircolari B*; verso l'orecchio medio vi sono due aperture, la *finestra ovale* **o**, e la *finestra rotonda* **r**, chiuse ciascuna da una membrana; contro quella della finestra ovale si appoggia la staffa. Nella *coclea* è contenuto un liquido e vi fanno capo le *fibre del Corti* (1), sottilissime, microscopiche (in numero di circa 3000), disposte a guisa di tastiera, che sono le estremità dei filamenti costituenti il *nervo acustico X*.

Le onde sonore che arrivano all'orecchio, sono raccolte dal padiglione e convogliate per il condotto auditivo, sulla membrana del timpano. Questa vibra, e le sue vibrazioni sono trasmesse dalla catena degli ossicini alla membrana della finestra ovale, e da questa al liquido del labirinto. Quivi sembra, secondo l'ipotesi di Helmholtz (2), che ciascuna delle fibre del Corti risuoni per un dato suono, di cui trasmette la sensazione al cervello. Così può spiegarsi il *potere risolutivo* dell'orecchio, il quale pur ricevendo da un complesso di moltissimi suoni, un moto vibratorio unico risultante, percepisce isolatamente i diversi suoni che lo compongono.

La sensibilità dell'orecchio è grandissima; si percepiscono suoni, la cui ampiezza di vibrazione è di 10^{-8} *cm*, cioè dell'ordine di grandezza delle molecole. L'energia che la produce è di 5×10^{-14} *watt* (Vol. 1°, § 122); convertita in calore, occorrerebbero 2 milioni di anni per riscaldare 1 grammo d'acqua di 1°*C*.

---

(1) Tale scoperta è stata fatta nel 1851.

(2) Vedi nota al § 134.

170. **Fonografo.** — Il Fonografo inventato da Edison [1] nel 1877, serve a registrare e riprodurre i suoni. Il primo apparecchio era formato da un cilindro di metallo, su cui era avvolto un foglio di stagnola. Su questa appoggiava la punta di uno stilo d'acciaio, fissato al centro di un opportuno diaframma. Parlando avanti a questo, esso vibrava, e lo stilo si affondava più o meno nella stagnola. Il cilindro aveva un moto di rotazione e di traslazione, in modo che la punta dello stilo tracciava sulla stagnola un solco elicoidale, lungo il quale rimanevano incise tutte le vibrazioni del suono emesso davanti al diaframma. Riportando lo stilo al punto di partenza, e facendo nuovamente girare il cilindro, la punta dello stilo ripassava ora sulle vibrazioni prima incise, e riceveva un moto vibratorio, che comunicava al diaframma. Questo allora ripeteva il suono.

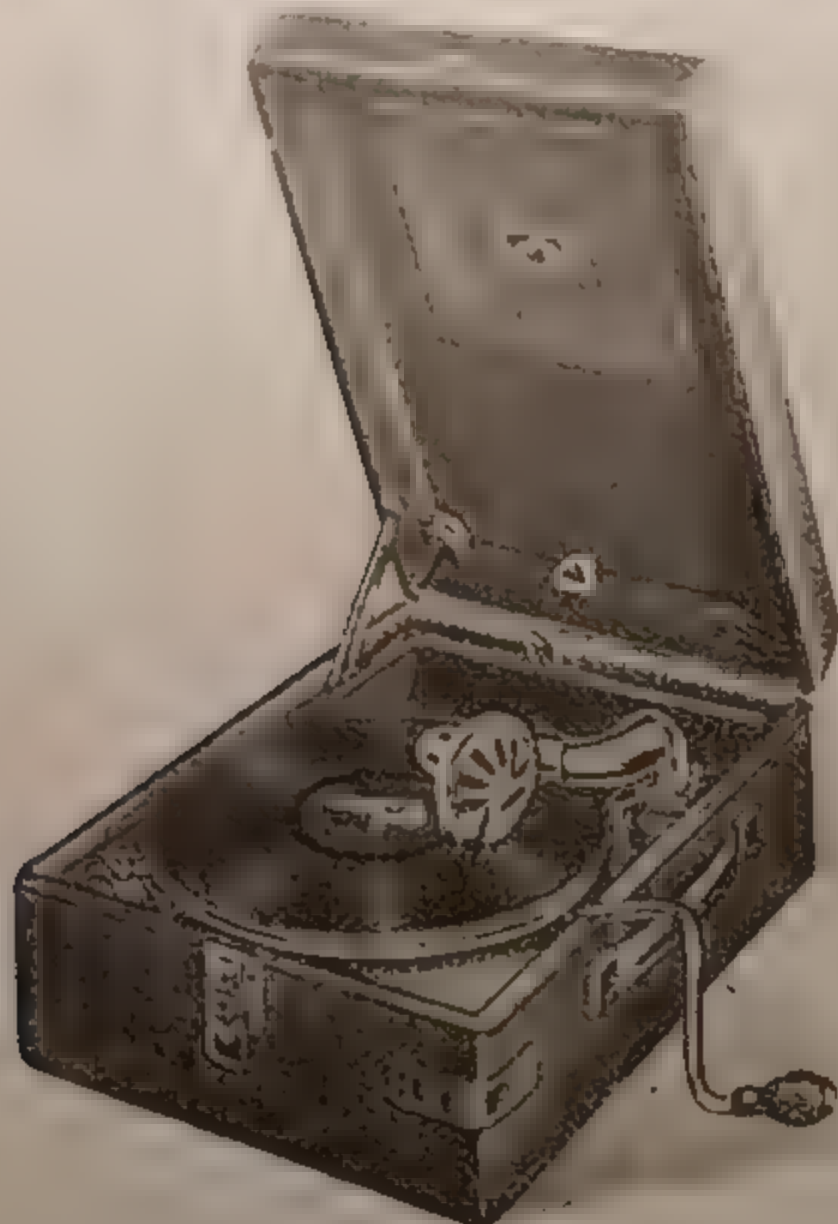



Fig. 166.

In seguito Edison perfezionò l'apparecchio, sostituendo alla stagnola un cilindro di cera speciale, di origine vegetale, più dura di quella delle api.

Ma oggi a questo scopo viene generalmente adoperato il **grammofono**, a tutti noto, (Fig. 166). Le vibrazioni costituenti i suoni da riprodurre, sono incise in un disco di ebanite, lungo una finissima spirale, che solitamente comincia vicino la periferia e finisce verso il centro del disco. Questo è sostenuto da una piattaforma di metallo, messa in rotazione da un movimento di orologeria, contenuto nella cassetta. Una punta di acciaio si appoggia contro il disco e seguendo la spirale si mette a vibrare; le sue vibrazioni sono trasmesse ad un diaframma di mica, che vibrando a sua volta riproduce i suoni, che vengono emessi da una tromba o altra cavità equivalente.

Col fonografo è dimostrato che le vibrazioni sonore non solo sono capaci di agitare i timpani dell'orecchio, ma scuotono un diaframma con tal forza da incidere la stagnola e la cera. Questo ci convince meglio che anche il suono è un'energia, come la luce, il calore, l'elettricità...

Nel Vol. 3° accenneremo al mezzo recentissimo della riproduzione dei suoni per mezzo dell'elettricità, come oggi viene praticato nel cinema sonoro.

171. **Ultrasuoni.** — Si chiamano **ultrasuoni** dei moti vibratori, la cui frequenza è maggiore di quella dei suoni percettibili, cioè di oltre 40 000 vibrazioni al secondo (§ 137). La frequenza comunemente adoperata per tali ultrasuoni è di circa 100 000 vibrazioni al secondo. Non si possono produrre con i mezzi meccanici che abbiamo studiato per i suoni ordinarî;

(1) Edison Tomas Alva, l'inventore più celebre dei nostri tempi; n. a Milan nell'Ohio (S. U. d'America) nel 1847, m. a West-Orange, nel Jersey, nel 1931.

ni si ottengono provocando la vibrazione di una lamina per mezzo di un dispositivo elettromagnetico, che ora non possiamo descrivere.

Essendo altissima la frequenza di questo moto vibratorio, ne è invece piccola la lunghezza d'onda; essa, p. es. nell'acqua, è per la 4) del § 141

$$(V = 1435\ ^{m}/_{s};\quad n = 100\,000): \qquad \lambda = m\,\frac{1435}{100\,000} = cm\,1{,}4 \text{ circa.}$$

Gli ultrasuoni sono completamente smorzati nell'aria dopo brevissima distanza; si propagano invece bene (per parecchi *km*) nell'acqua e nei solidi. Le onde degli ultrasuoni non escono perciò fuori dell'acqua, e si riflettono totalmente alla superficie di separazione tra l'acqua e l'aria.

Mentre le onde sonore di lunghezza ordinaria (cioè di qualche metro), incontrando un ostacolo (uno scoglio, un blocco di ghiaccio, un bastimento...) lo contornano e passano oltre, queste piccole onde prodotte dagli ultrasuoni invece vengono riflesse più facilmente. Naturalmente l'*eco* di questi ultrasuoni, non si percepisce con l'orecchio, ma per mezzo di congegni elettrici che non possiamo descrivere. Gli ultrasuoni si impiegano oggi in diversi modi, interessanti specialmente la navigazione. Abbiamo accennato nel § 141, che possono impiegarsi a misurare la profondità del mare. Nella stessa maniera si può riconoscere l'esistenza di un ostacolo sulla superficie del mare (bastimento, sommergibile, banco di ghiaccio) e la sua distanza. Si comprende l'utilità di questo mezzo di segnalazione per i naviganti, allorchè per la nebbia è ostacolata la visione anche a piccola distanza; si può avere così la segnalazione tempestiva di un ostacolo pericoloso, anche a qualche chilometro di distanza, ed evitare investimenti disastrosi.

L'uso di due centri di recezione di ultrasuoni in due punti diversi del bastimento, permette anche di individuare la direzione in cui si trova l'ostacolo, allo stesso modo con cui è l'avere due orecchie che ci permette di percepire da che direzione ci perviene un suono; in modo analogo a quanto diremo in Ottica per la percezione delle distanze con la visione binoculare (§ 266). Ciò è specialmente applicato in pratica con gli amplificatori acustici (§ 146), sia per individuare la posizione di un cannone nascosto, sia per riconoscere la direzione da cui provengono gli aeroplani.

Altra applicazione è quella della trasmissione di segnali tra la superficie del mare e un sottomarino immerso; questa segnalazione è tanto più importante, in quanto che attraverso l'acqua non possono propagarsi nè la luce nè le onde elettromagnetiche della radiotelegrafia, perchè l'acqua è opaca per entrambe: per la luce oltre qualche diecina di metri, e per le onde elettromagnetiche anche oltre qualche centimetro.

172. Problemi sulla composizione dei moti vibratori.

a) Problemi risoluti.

1. *Riferendoci alla Fig. 149 (dati: $OO' = d$, $AC = l$), a che distanza da C, su una retta per C parallela ad OO', vi è il primo punto di silenzio, se n è l'altezza dei due suoni?*

Risoluzione. — Se n è il numero delle vibrazioni e V la velocità del suono, è $\lambda = \frac{V}{n}$ la lunghezza d'onda. Sia D il punto richiesto, ed x la distanza CD di esso da C; deve essere per ipotesi, (Fig. 167): $\qquad (OD) - (O'D) = \frac{\lambda}{2}\,. \qquad$ 1)

Conducendo da D la DB parallela a CA è: $(BD) = (AC) = l$.

Con centro in D e raggio DO descriviamo una circonferenza, essa taglia OO' in F e DO in un punto interno E, (perchè $DO > DO'$). Per ipotesi è:

$$(OE) = (OD) - (ED) = (OD) - (O'D) = \frac{\lambda}{2}. \qquad \text{Inoltre è:}$$

$$(FB) = (BO') = \frac{d}{2} - x, \quad (OF) = (OB) - (FB) = \frac{d}{2} + x - \left(\frac{d}{2} - x\right) = 2x.$$

Consideriamo le secanti OO' ed OH; per il teorema delle secanti si ha:

Fig. 167.

$$(OO') : (OH) = (OE) : (OF);$$

essendo: $(OH) = (OE) + (EH) =$

$= (OE) + 2(DO') = \frac{\lambda}{2} + 2(DO')$, si ha:

$$d : \left(\frac{\lambda}{2} + 2(DO')\right) = \frac{\lambda}{2} : 2x.$$

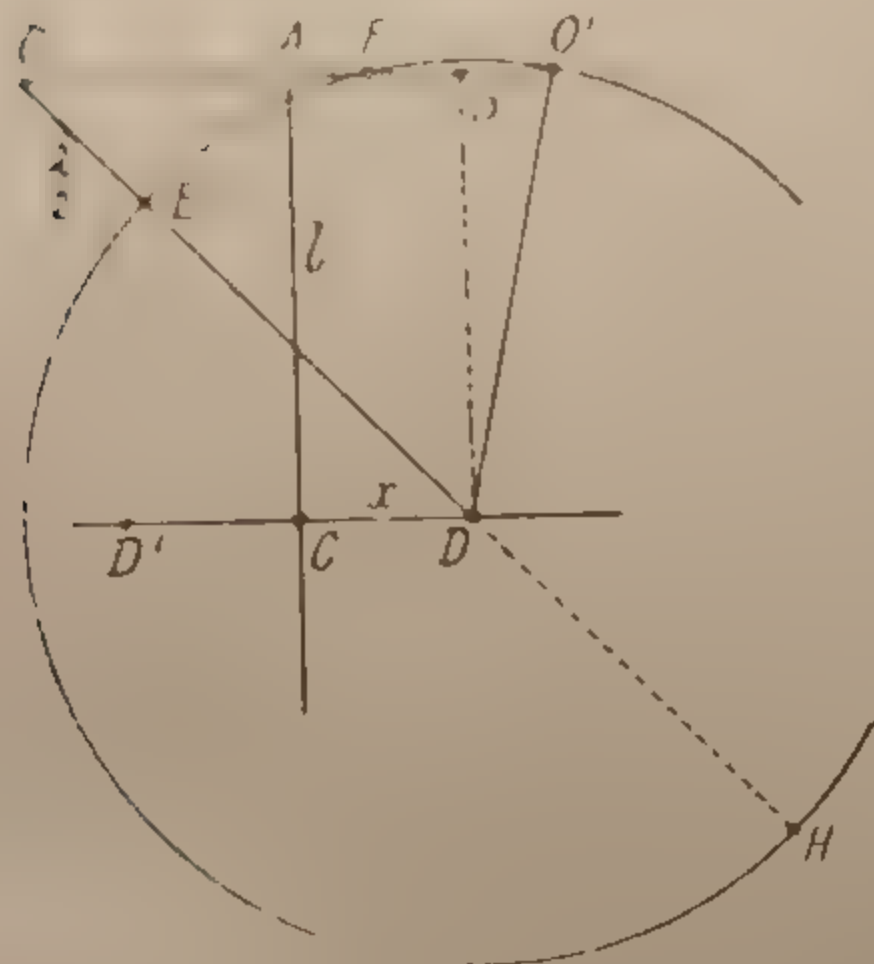
Risolvendo: $\quad 2dx = \frac{\lambda^2}{4} + \lambda(DO') \qquad 1)$

Dal triangolo rettangolo DBO', per il Teorema di Pitagora, si ricava:

$$(DO') = \sqrt{(DB)^2 + (BO')^2} = \sqrt{l^2 + \left(\frac{d}{2} - x\right)^2}.$$

Sostituiamo nella 1):

$$2dx = \frac{\lambda^2}{4} + \lambda\sqrt{l^2 + \left(\frac{d}{2} - x\right)^2};$$

che è l'equazione del problema.

Isolando il radicale, elevando a quadrato, e risolvendo rispetto ad x, si ha:

$$2) \qquad x = \pm \frac{\lambda}{4}\sqrt{1 + \frac{16 l^2}{4d^2 - \lambda^2}}, \qquad \text{che è la distanza cercata.}$$

Il doppio segno dice che oltre a D, soddisfa anche D', simmetrico a D rispetto a C.

b) Problemi da risolvere.

1. Si trovi graficamente il moto vibratorio risultante di due moti vibratori di eguale periodo ed ampiezza, ma spostati di fase di un terzo di periodo.

2. Nel caso della Fig. 149 e con le dimensioni ivi assegnate, trovare graficamente le linee nodali, (luogo dei punti in cui vi è il silenzio), per il la_3.

3. Due centri sonori A e B emettono entrambi una nota eguale di altezza n, e sono tra loro alla distanza d. A che distanza da B, sulla perpendicolare ad AB nell'estremo B, si ha il primo punto di silenzio? Che avviene in un punto di tale perpendicolare, alla distanza di m 2,34 da B, se $d = m$ 2,60, e la nota emessa dai due centri sonori è il la_3?

4. Un diapason normale è posto a m 4 di distanza da un muro. Indicare la disposizione ed il numero dei nodi e dei ventri lungo la perpendicolare al muro abbassata dal diapason (considerato come un punto).

5. Per quale nota risuona un cilindro cavo, alto cm 43?

6. Calcolare la lunghezza della colonna d'aria, che risuoni per le sette note musicali della seconda ottava.

PARTE IV.

OTTICA

OTTICA GEOMETRICA

Propagazione della luce.

173. **Luce - Sorgenti luminose.** — Chiamasi luce tutto ciò che impressiona il nostro occhio; essa è quindi la causa per cui vediamo gli oggetti. L'Ottica studia i fenomeni luminosi.

Vi sono corpi che emettono luce propria; tali sono il Sole, le stelle, una lampada accesa: li chiamiamo **corpi luminosi** o **sorgenti luminose.** Vi sono corpi che non hanno luce propria; ma li vediamo perchè rimandano al nostro occhio la luce che ricevono da una sorgente luminosa: li chiamiamo **corpi oscuri** o **illuminati**, e sono la maggior parte. La Luna è un corpo illuminato, perchè la luce che ci manda è quella che riceve dal Sole.

La luce non è materia; un corpo sia all'oscuro che illuminato, ha lo stesso peso, per quanto possiamo rilevare coi mezzi più sensibili.

Vedremo in seguito come oggi si ammetta che la luce sia dovuta ad un rapidissimo moto vibratorio, delle ultime particelle che costituiscono la materia (§ 268); quindi dove vi è luce vi è moto, cioè *energia* (Vol. 1° - § 146). Per ciò parliamo di **energia luminosa.**

174. **Corpi trasparenti ed opachi.** — Vi sono dei corpi che si lasciano attraversare dalla luce, come il vetro, l'acqua, la carta, ecc.; li chiamiamo **trasparenti.** Essi si distinguono in: **diafani** se lasciano vedere gli oggetti, come il vetro comune; e **traslucidi** se pur lasciando passare la luce, non permettono di distinguere gli oggetti, come il vetro smerigliato, la carta, ecc.

Opachi sono i corpi che non lasciano passare la luce. Non vi sono corpi perfettamente opachi o perfettamente trasparenti; è questione di spessore. Il vetro è trasparente se ha lo spessore di pochi millimetri; ma una lastra di vetro spessa qualche metro, sarebbe opaca. Per convincersene basta guardare una lastra di vetro da finestra, dall'orlo; si vedrà colorata in

verde scuro, indizio di opacità. L'acqua di un bicchiere è ben trasparente; ma nel mare a 40 *m* di profondità vi è buio completo, anche se alla superficie batte il sole (1).

Viceversa, l'oro è opaco; ma ridotto in foglie sottilissime dello spessore di un decimillesimo di millimetro, lascia passare una luce verdognola.

175. **Propagazione rettilinea della luce.** — *In un mezzo omogeneo, la luce si propaga in linea retta.* Per convincersene, basta guardare i raggi del Sole che entrano in fascio rettilineo da un foro nel tetto o da una finestra, (Fig. 168). Si noti che si vede la luce lungo il percorso dei raggi solari, perchè essi illuminano il pulviscolo dell'aria; senza di questo non si scorgerebbe traccia del passaggio della luce, la quale non si vede per sè stessa; ma si scorge in quanto si vedono i corpi da essa illuminati (2).

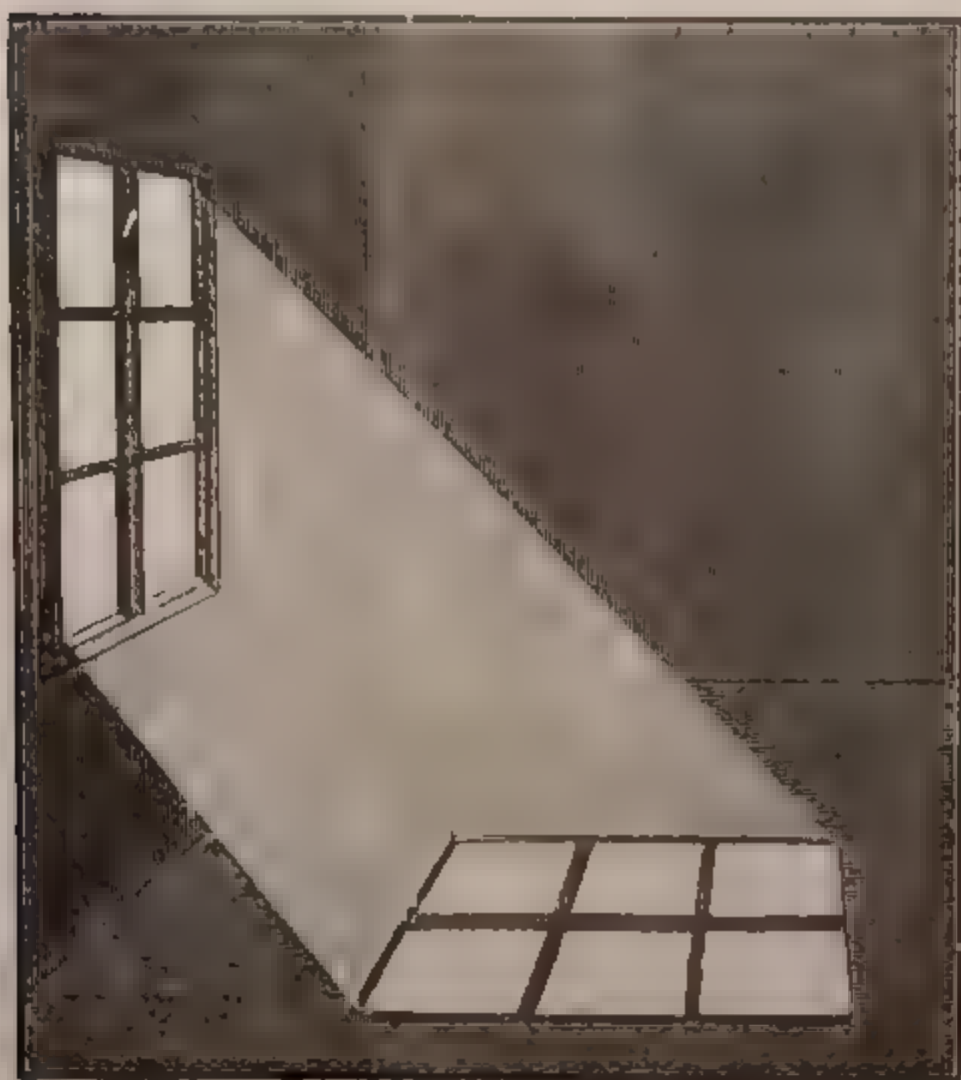



Fig. 168.

Un'altra esperienza per la prova della propagazione rettilinea della luce è la seguente: Si abbiano due *schermi* SS' (cioè due pezzi di cartone, o lastre di metallo, o tavolette, ecc.), aventi nel centro ciascuna un foro CC', così piccolo da potersi considerare come un punto, (Fig. 169). Posta la fiamma A di una candela dietro ad S, e guardando con l'occhio avanti ad S', non si scorge luce se non quando CC' e il centro della pupilla sono sulla stessa retta.

Fig. 169.

Chiamasi **raggio luminoso** qualunque semiretta avente l'origine in un punto luminoso. Un raggio luminoso quindi è una direzione nello spazio, una concezione geometrica; ma non è qualcosa di materiale o di realmente esistente. Da un punto luminoso partono i raggi in tutte le direzioni.

---

(1) Si deve intendere per quanto si vede con l'occhio; perchè si è provato che la lastra fotografica può impressionarsi anche oltre i 500 *m* di profondità.

(2) Per tale ragione il cielo è luminoso di giorno; se l'atmosfera fosse perfettamente trasparente, il cielo sarebbe nero anche di giorno. Per questo il cielo acquista una tinta azzurra tanto più cupa, quanto più ci innalziamo nell'atmosfera; sia salendo su un'alta montagna, sia con l'aerostato. Se potessimo sollevarci oltre l'atmosfera, il cielo ci apparirebbe completamente nero, e vi vedremmo contemporaneamente brillare il Sole e le stelle.

Si dice fascio di luce l'insieme dei raggi luminosi che attraversano una data superficie. Nel senso geometrico, essendo la superficie costituita da infiniti punti, un fascio luminoso sarebbe costituito da infiniti raggi; noi tuttavia, nel senso fisico, supporremo *il fascio costituito da un numero limitato di raggi*, (§ 180).

Chiameremo:

1. fascio di raggi divergenti, quello che parte da un punto luminoso S a distanza finita, (Fig. 170);

2. fascio di raggi paralleli, o *pennello di luce*, quello proveniente da un punto a distanza infinita (Fig. 171); es. i raggi di una stella, che si può considerare puntiforme, ed infinitamente lontana. Praticamente consideriamo paralleli i raggi solari; sebbene in realtà non lo siano, non essendo il Sole un punto;

3. fascio di raggi convergenti, quelli che concorrono nello stesso punto S' (Fig. 172); ciò può ottenersi con opportuni mezzi (specchi o lenti), che studieremo in seguito.

Un fascio di raggi partenti dallo stesso punto (Fig. 170), o concorrenti nello stesso punto (Fig. 172), si chiama *omocentrico*.

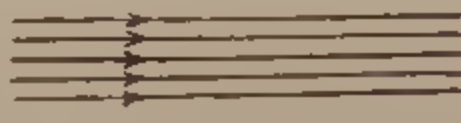



Fig. 170. Fig. 171. Fig. 172.

Vedremo in seguito (§ 263) che la velocità della luce nel vuoto è di circa 300000 *km* al secondo, e che varia nei diversi mezzi trasparenti.

176. **Ombra - Penombra.** — Ma la prova migliore della propagazione rettilinea della luce, è la formazione delle ombre.

Sia S un punto luminoso (Fig. 173), $[MN]$ un corpo opaco, ad es., una sfera. Consideriamo il cono che ha per vertice S e per generatrici le tangenti condotte da S su $[MN]$; questo cono tocca la sfera secondo una circonferenza, che divide la superficie sferica in due regioni: la parte verso S è illuminata: l'altra parte posteriore è nell'oscurità, e si chiama *ombra propria*. Dietro la sfera, tutti i punti interni al detto cono sono nell'ombra.

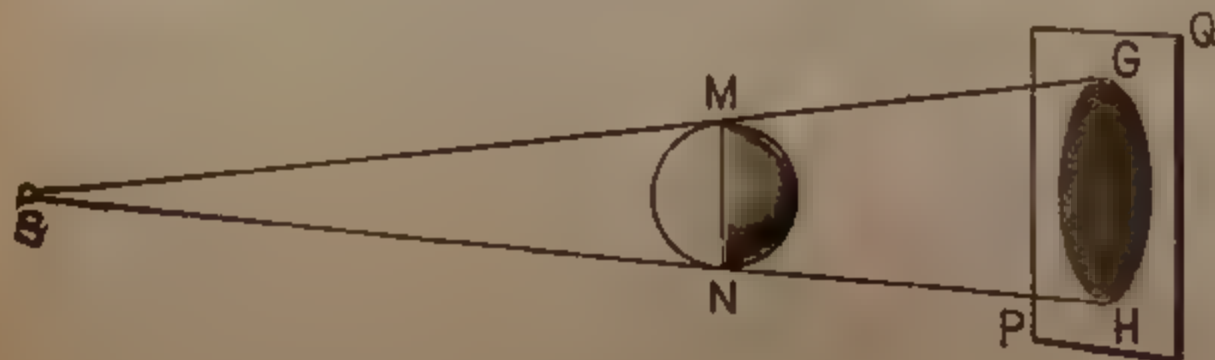



Fig. 173.

Su uno schermo PQ (una tela tesa, una parete bianca, ecc.) vi sarà ombra dentro l'intersezione $[GH]$ del cono con lo schermo, e si chiama *ombra portata*; vi è luce fuori di tale intersezione; e vi è passaggio netto, brusco, dall'ombra alla luce.

Ma il caso precedente è solo teorico, non essendo possibile in pratica, avere *un sol punto* luminoso. Le sorgenti luminose comuni hanno sempre una certa estensione. Si possono dare due casi:

1. **La sorgente luminosa è più estesa del corpo opaco.** La sorgente S ed il corpo opaco M siano, ad es., due sfere. Consideriamo due coni formati: il primo con le tangenti esterne $(PO-P'O')$, il secondo con le tangenti in-

terne ($P'O$ - PO'), [illegible] due sfere (Fig. 174). Il primo cono è il *cono d'ombra*, [illegible] M, vi [illegible]ombra. Tra i due coni vi è *penombra*;

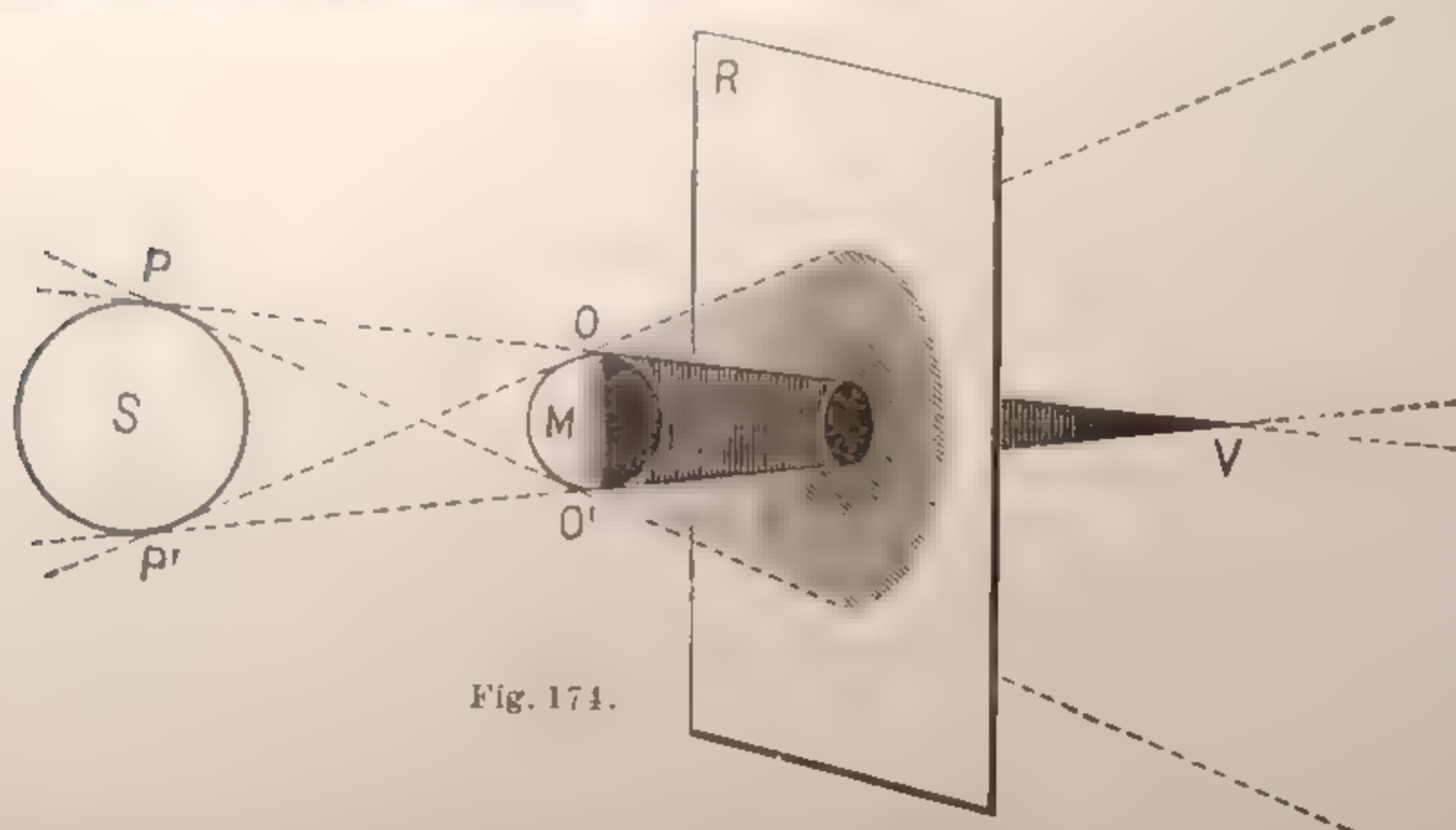



Fig. 174.

cioè nè ombra nè luce completa, poichè vi arriva luce solo da alcuni, ma non da tutti i punti di S; fuori del secondo cono vi è luce.

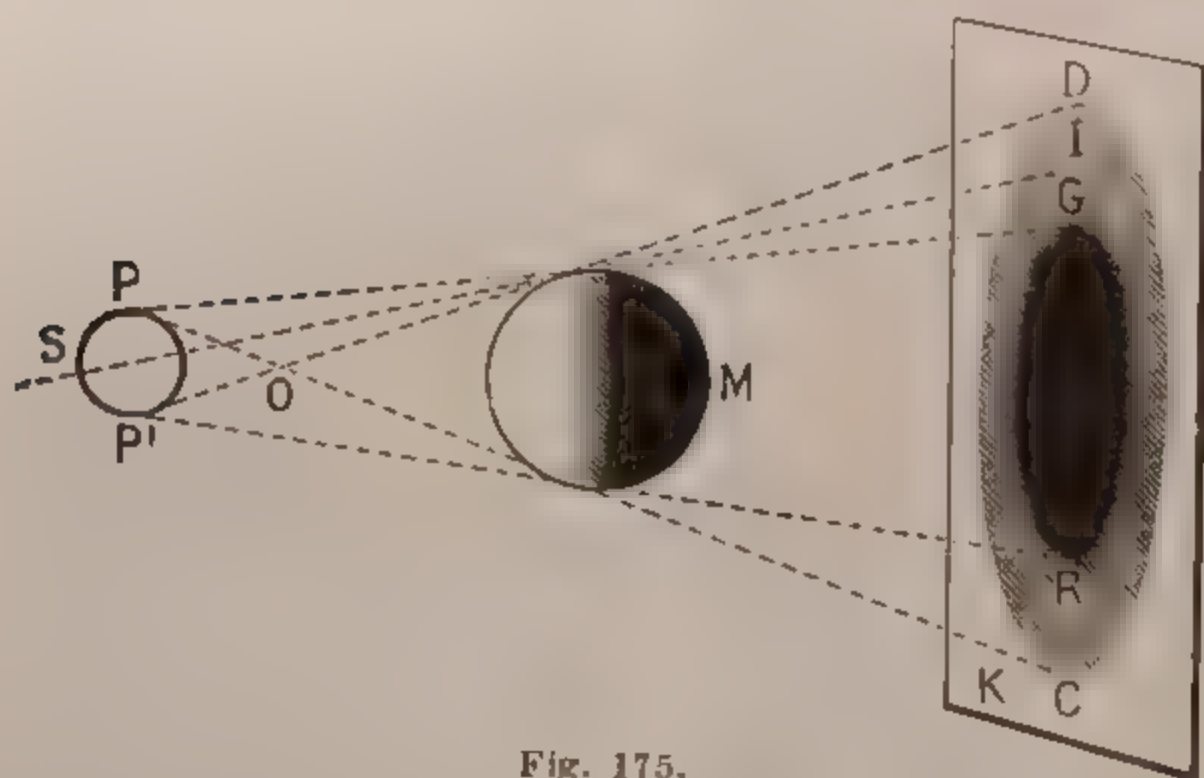



Fig. 175.

Su uno schermo R vi sarà in mezzo una zona d'ombra nell'intersezione col cono d'ombra; essa sarà circondata da un anello di penombra, di intensità degradante. Allontanando lo schermo da M, l'ombra diminuirà fino a ridursi a un punto al vertice V del cono; la penombra invece crescerà sempre, e al di là di V non vi sarà che penombra.

2. La sorgente luminosa è meno estesa del corpo opaco. Il ragionamento è come nel caso precedente, e si tracciano ancora i due coni $PGP'R$ e $PGP'D$ delle tangenti esterne ed interne comuni ai due corpi (Fig. 175).

Fig. 176.

Fig. 177.

Fig. 178.

Ma in questo caso tanto l'ombra che la penombra crescono sempre più, quanto più si allontana lo schermo K dal corpo opaco M.

La penombra addolcisce i contorni delle ombre. Si ritagli su un cartoncino il contorno di una figura, come è indicato, ad es., nella Fig. 176; si ha così un cartoncino traforato. Si esponga alla luce di una candela, in modo da fare ombra su una parete bianca. Se il cartoncino è vicino alla parete, l'ombra è a contorni duri, come in Fig. 177; se invece si allontana il cartoncino dal muro, la penombra sfuma i contorni, e si ottiene un'immagine a mezza tinta, come in Fig. 178. Ciò giustifica l'uso di vetri opalini, per la diffusione della luce nell'illuminazione artificiale.

177. **Camera oscura.** — Si chiama con tal nome una cassetta (Fig. 179), sulla faccia anteriore della quale vi sia un foro O così piccolo, che si possa considerare come un punto. Si ponga avanti a questo foro un oggetto luminoso; p. es., una casa AB. Da un punto A partono infiniti raggi di luce; ma uno solo di essi penetra nel foro O, e propagandosi in linea retta colpisce il fondo della cassetta in un punto A' eguale [1] ad A, che chiameremo l'**immagine** di A.

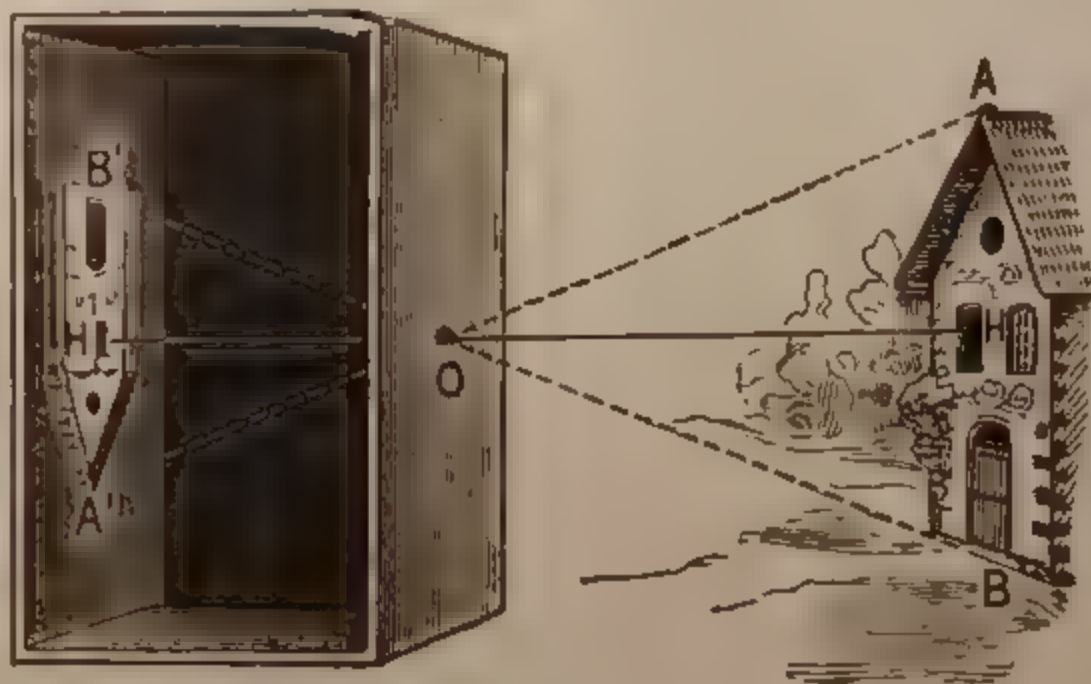



Fig. 179.

Parimenti un raggio BO partente da B, forma l'immagine B', e così pure per tutti gli altri punti dell'oggetto [AB]. Si forma in tal modo un'immagine [$A'B'$] capovolta; di grandezza maggiore, eguale o minore dell'oggetto [AB], secondo che la distanza OH' dell'immagine dal foro è anch'essa maggiore, eguale o minore della distanza OH dell'oggetto dal foro.

Infatti, per la similitudine dei triangoli AOB ed $A'OB'$ (considerando AB ed $A'B'$ come segmenti e paralleli), si ha che le basi stanno fra loro come le altezze; cioè:

$$A'B' : AB = OH' : OH.$$

Praticamente, non essendo possibile avere un foro puntiforme, ma di una certa estensione, ad ogni punto A non corrisponde un punto A': ma una piccola superficie intersezione del cono di vertice A e di sezione O, con il fondo della cassetta. Quindi l'immagine non è nitida, ma alquanto confusa.

Con lo stesso principio si spiegano le macchie *rotondeggianti* prodotte dal Sole attraverso piccoli fori di un solaio o il fogliame di un albero, *qualunque sia la forma di questi fori.*

Tutti i ragionamenti fatti, sia sulle ombre sia sulla camera oscura, sono basati sulla propagazione rettilinea della luce; ma siccome l'esperienza conferma i risultati dedotti col ragionamento, così queste teorie valgono come dimostrazione che la luce si propaga in linea retta.

Occorre però notare che questa propagazione rettilinea non è rigorosa;

(1) Otticamente diremo due punti eguali, se emanano luce dello stesso colore. Parimenti, l'eguaglianza o la similitudine tra due figure s'intenderà, oltre che nel senso geometrico, anche per l'eguaglianza ottica dei punti corrispondenti.

essa vale in complesso per gli oggetti di dimensioni comuni. In seguito, parlando della diffrazione (§ 275), vedremo come in realtà la luce può alquanto scostarsi dal cammino rettilineo. Inoltre il principio vale per la propagazione della luce in un mezzo omogeneo; quando la luce debba attraversare mezzi di diversa densità, vedremo in seguito che essa devia dalla direzione rettilinea, e può anche seguire un cammino curvilineo, (§§ 213-214).

178. Problemi sulla propagazione della luce.

a) Problemi risoluti.

1. *Qual'è il diametro dell'ombra di una sfera di* cm *10 di raggio, su uno schermo posto a* m *1,20 di distanza dal suo centro, se un punto luminoso dista dallo schermo* m *1,60?* (Si suppone lo schermo perpendicolare alla congiungente il punto luminoso col centro della sfera).

Risoluzione. — Riferendoci alla Fig. 173, si ha:

distanza di S da MN: $d = cm\,(160 - 120) = cm\,40$;

» » S dallo schermo: $d_1 = cm\,160$.

Essendo: $(GH):(MN) = d_1 : d$, si ha sostituendo i valori dati:

$$x : 20 = 160 : 40\,, \qquad \text{da cui:} \qquad x = cm\,\frac{160 \times 20}{40} = \text{cm } 80.$$

2. *Un palo verticale, alto* m 11, *è posto avanti ad una camera oscura, profonda* cm 35, *sul cui fondo si forma un'immagine del palo alta* cm 12. *Determinare la distanza del palo dalla camera oscura.*

Risoluzione. — Riferendoci alla Fig. 179, in cui (AB) ed $(A'B')$ siano rispettivamente le lunghezze del palo e della sua immagine ed x la distanza cercata, si ha:

$$(AB) : (A'B') = x : 0{,}35; \qquad \text{da cui si ricava:}$$

$$x = \frac{0{,}35 \times (AB)}{(A'B')} = m\,\frac{0{,}35 \times 11}{0{,}12} = \text{m } 32{,}09 \text{ circa.}$$

b) Problemi da risolvere.

1. A quale distanza da un punto luminoso si deve collocare un disco (sottilissimo) di *cm* 10 di diametro, per ottenere su un muro a *m* 1,50 dal disco, un'ombra di *cm* 80 di diametro? (La congiungente il punto luminoso col centro del disco, è normale a questo e al muro).

2. Un punto luminoso ha la distanza d da uno schermo piano; sulla perpendicolare dal punto allo schermo è il centro di una sfera opaca, di raggio r, alla distanza a dal punto luminoso. Determinare la dimensione dell'ombra.

3. La medesima questione precedente, supponendo che l'angolo della congiungente il punto luminoso e il centro della sfera opaca col piano dello schermo, sia α. (Determinare solo le lunghezze degli assi dell'ellisse formata dall'ombra).

4. Una sfera opaca di 1 *cm* di raggio è posta fra una sorgente luminosa e uno schermo, col centro ad 1 *m* da ciascuna di esse. La sorgente è una sfera di 1 *cm* di raggio; la congiungente i centri delle due sfere, è normale allo schermo. Si domanda:

a) le dimensioni dell'ombra e della penombra;

b) che spostamento occorre dare alla sorgente e al corpo opaco, perchè la penombra diventi dieci volte più grande.

5. Un albero alto *m* 10 è posto a *m* 35 dal foro di una camera oscura, profonda *cm* 40; determinare la grandezza dell'immagine. (Si supponga l'albero ridotto ad un segmento verticale, e parallelo al piano del fondo della camera oscura).

6. La medesima questione precedente, supponendo che il piano del fondo della camera oscura formi l'angolo di 75° con l'orizzonte.

Fotometria.

179. Intensità luminosa - Unità di luce. — Quantunque la luce non sia materia, pure ce la raffiguriamo come *qualche cosa* che emana dalle sorgenti luminose; e diciamo che se un corpo viene illuminato *riceve luce*, e se si oscura *perde luce.*

La luce è una grandezza suscettibile di misura. Se due lampade illuminano (a giudizio dell'occhio) alla stessa distanza egualmente lo stesso corpo, diciamo che hanno *eguale intensità luminosa*; due lampade insieme hanno un'intensità luminosa che è la somma di quelle di ciascuna di esse; n lampade eguali hanno insieme un'intensità n volte quella di ciascuna di esse, e ognuna $1/n$ di quella totale delle n lampade. Cioè per l'**intensità luminosa** sono soddisfatte le condizioni che definiscono una *classe di grandezze.* Supporremo per ora che si tratti anche di grandezze continue; cioè che l'intensità di una sorgente luminosa possa variare di una quantità piccola a piacere; mentre vedremo in seguito (Vol. 3° - § 77) che ciò a rigore non si può ammettere.

Fig. 180.

Per misurare allora l'intensità di una sorgente luminosa, occorre prima definire l'**unità di luce.**

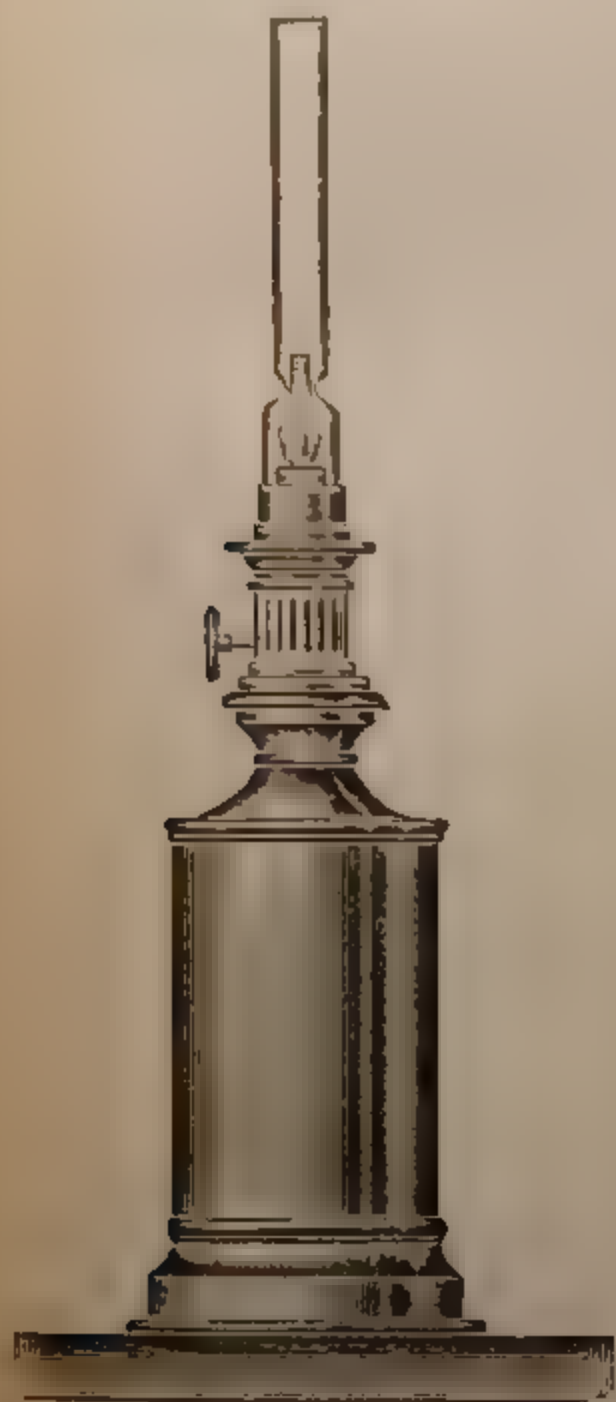
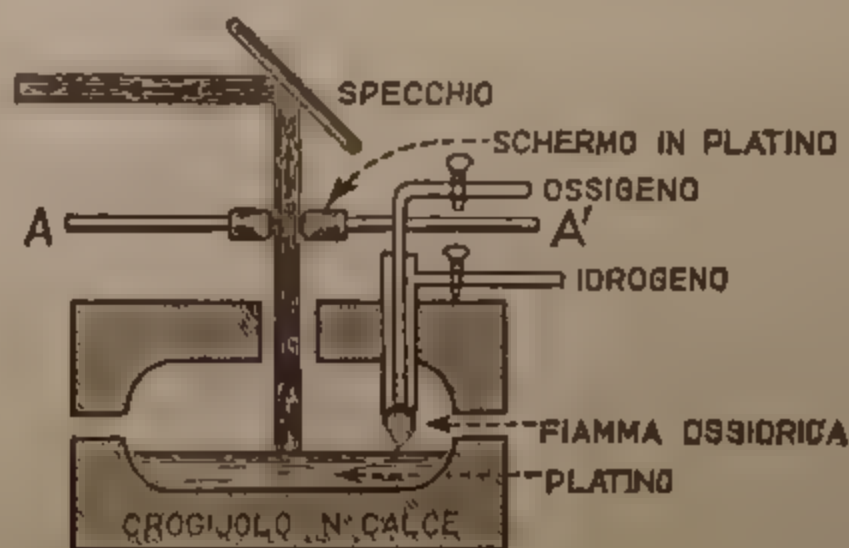



Fig. 181.

È stata assai adoperata nel secolo scorso l'unità francese **Carcel**, [1] che è:

La luce emanata da una lampada di date dimensioni (Fig. 180), *che consuma 42 g di olio di colza depurato ad ogni ora, con una fiamma alta 35* mm.

In Inghilterra fu adottata una speciale candela di spermaceti, di $^1/_6$ di libra.

Siccome la luce di queste lampade varia con la qualità del combustibile impiegato, che è di composizione variabile, e con lo stato dello stoppino più o meno carbonizzato, in Germania fu scelta come unità la luce di una lampada **Hefner** ad acetato di amile (sostanza combustibile di composizione ben definita e costante), con stoppino di amianto (incombustibile).

Ma in tutte queste lampade, in cui la luce è dovuta alla combustione, l'intensità di essa dipende anche dalle condizioni del comburente (pressione e composizione dell'aria in cui avviene la combustione). Per eliminare tale

(1) Carcel Guillaume, francese; n. nel 1750, m. nel 1812.

influenza, fu adottata in apposito Congresso internazionale, tenutosi a Parigi nel 1884, l'unità Violle [1], che *è la luce emessa in direzione perpendicolare, dalla superficie di 1 cm² di platino, alla temperatura di fusione* (1775° C).

L'unità così definita ha caratteri di costanza e di esattezza quasi perfetti; la Fig. 181 indica una disposizione per ottenerla in pratica. Il platino si fonde con un cannello ossidrico, in un crogiuolo di calce; il fascio di luce emanato dalla superficie è limitato da un diaframma AA', con foro di 1 *cm²*, tenuto freddo con circolazione di acqua, e viene portato in direzione orizzontale con uno specchio opportuno. Ma più comunemente si ottiene fondendo con la corrente elettrica nastrini sottilissimi di platino di superficie ben determinata.

L'unità Violle equivale a 2,08 unità Carcel; essendo troppo grande per la pratica, si usa comunemente la **candola decimale**, che è il *ventesimo della Violle* [2], ed approssimativamente eguale all'unità Hefner ed alla candela inglese. Oggi è più universalmente adottata come unità di luce la **candela internazionale**, molto prossima alla decimale:

$$1 \; cand. \; internazionale = 0{,}994 \; cand. \; decimali.$$

La intensità delle lampade comuni si misura adunque in candele internazionali, o semplicemente *in candele*; così, una lampada da 50 *candele*, vuol dire una lampada la cui intensità luminosa è di 50 *cand.* internazionali, ossia di 2,5 *Violle*.

180. **Intensità ed unità di illuminazione. Flusso.** — Il nostro occhio ci permette di giudicare se uno schermo è più o meno illuminato di un altro, anche se vi è piccola differenza, ma non permette di valutare di *quanto* l'uno è più illuminato dell'altro. Ripetiamo cioè quanto abbiamo osservato per il calore, che le nostre sensazioni sono qualitative, ma non quantitative.

Si chiama **intensità di illuminazione** o **chiarezza** di uno schermo, *la quantità di luce che riceve l'unità di superficie di esso.*

Conveniamo che l'intensità dell'illuminazione varî col numero dei raggi luminosi che cadono sull'unità di superficie del corpo illuminato. Ossia conveniamo che su una superficie illuminata non cada un raggio per ogni suo punto, come sarebbe nel senso geometrico, e quindi in ogni caso un numero illimitato di raggi; ma che tal numero di raggi sia finito e proporzionale all'intensità dell'illuminazione.

L'intensità d'illuminazione di uno schermo può essere costante o variabile da un punto all'altro; così, il Sole illumina uniformemente una parete piana; mentre essa è illuminata diversamente nei diversi punti da una lampada vicina.

L'intensità d'illuminazione di uno schermo dipende:

1. dall'*intensità della sorgente* luminosa;
2. dalla *distanza* dalla sorgente allo schermo;
3. dall'*inclinazione* con cui lo schermo riceve la luce.

---

(1) Violle Jules Louis; n. a Langres (Marna) nel 1841, m. nel 1923.
(2) È detta *decimale*, perchè si era antecedentemente definita come un decimo della Carcel.

Si prende come unità di illuminazione, *quella prodotta su uno schermo* (in direzione normale) *da 1 candela internazionale, alla distanza di 1 metro.* Essa si chiama **lux.** Recentemente è stata anche accettata come unità pratica d'illuminazione, per le grandi intensità, il **phot:** 1 *phot* = 10 000 *lux* = 1 *cand. internaz.* ad 1 *cm* di distanza.

Fig. 182.

L'illuminazione diretta del Sole equivale a 62 000 *lux*; mentre quella della Luna è appena 0,3 *lux*. L'illuminazione degli ambienti, con lampade, varia da 0,5 a 4 *lux*; per leggere e scrivere senza fatica, occorrono almeno 10 *lux*; mentre un tavolo esposto convenientemente alla luce di una finestra, riceve circa 50 *lux*.

Si chiama **flusso luminoso** l'insieme dei raggi luminosi che colpiscono una data superficie.

L'*unità pratica di flusso* è il **lumen**; cioè *il flusso che illumina la superficie di* 1 m², *se l'intensità di illuminazione è di un* lux.

Dicesi **quantità di luce** *il flusso luminoso irradiato nell'unità di tempo*. L'unità pratica di quantità di luce è il **lumen-secondo** oppure il **lumen-ora.**

181. **Legge delle distanze.** — Con semplici considerazioni si ricava la seguente legge, chiamata la **legge delle distanze**, dovuta a Keplero:

L'intensità dell'illuminazione di uno schermo è inversamente proporzionale al quadrato della distanza dalla sorgente.

Infatti la quantità di luce che partendo da un punto luminoso O (Fig. 182) cade su un quadrato $ABCD$, posto da O a distanza, ad es., di 1 *m*, a distanza doppia cadrebbe su un quadrato $A'B'C'D'$ di lato doppio, e quindi di area *quattro volte maggiore* del primo. Perciò, su un quadrato eguale ad $ABCD$, posto alla distanza di $A'B'C'D'$, cadrebbe la quarta parte della luce che cade su $ABCD$; quindi a distanza doppia l'intensità dell'illuminazione è di un quarto; parimenti a distanza tripla sarebbe di un nono, ecc.

Ancora più semplice è il ragionamento algebrico. Chiamando Q la quantità totale di luce emanata da un punto luminoso, posto al centro di una superficie sferica di raggio r, la quantità di luce Q' che riceve l'unità di superficie della sfera (cioè l'intensità d'illuminazione), è: $Q' = \frac{Q}{4\pi r^2}$; ed essendo $\frac{Q}{4\pi}$ una costante, essa esprime appunto che Q' è inversamente proporzionale al quadrato della distanza r.

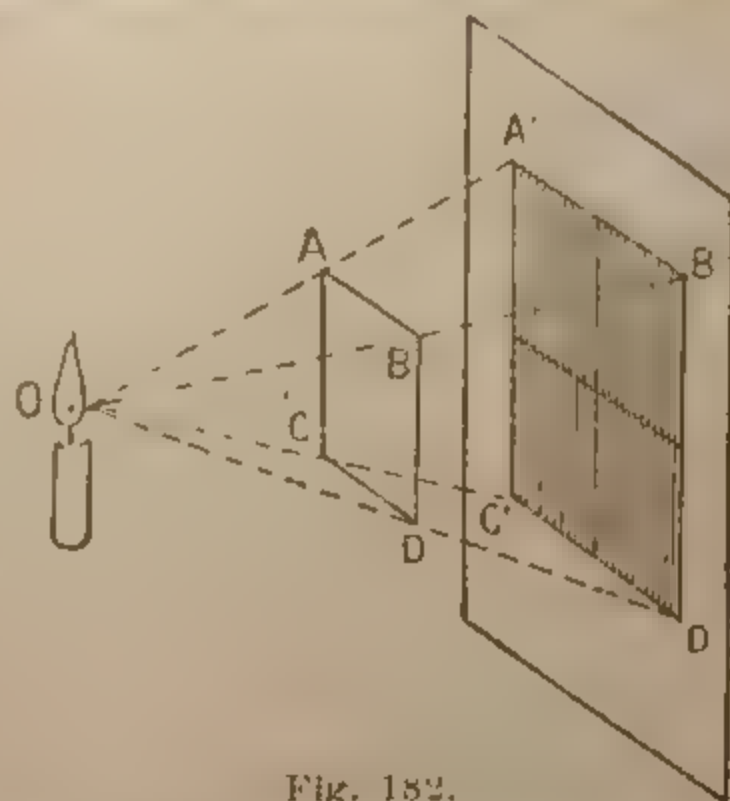
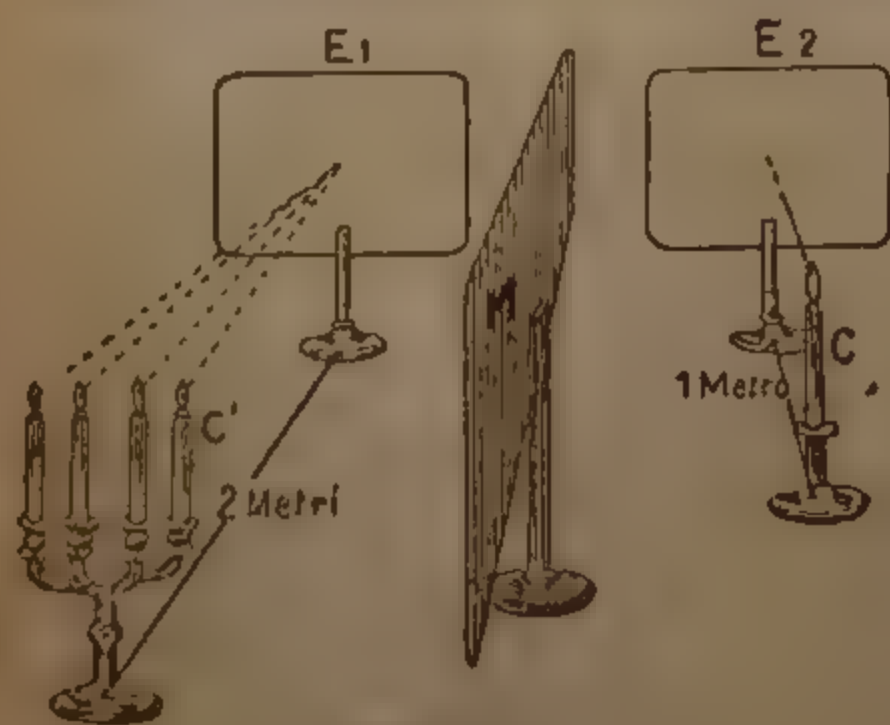



Fig. 183.

La verifica sperimentale si può fare nel modo seguente. Poniamo due sorgenti luminose, costituite: l'una di una candela C, l'altra di quattro candele C', ai due lati di un tramezzo opaco M, che separa due schermi E_1 ed E_2 (Fig. 183). Se vogliamo illumi-

nare egualmente i due schermi, si dovrà collocare C' a distanza doppia (*e non quadrupla*) di C. Cioè, a distanza doppia una sola candela illumina la quarta parte, come appunto vuole la legge delle distanze.

La medesima esperienza dice che:

Le intensità luminose di due sorgenti, che illuminano egualmente uno schermo, sono direttamente proporzionali ai quadrati delle loro distanze dallo schermo.

Chiamando con I_1 ed I_2 le intensità luminose di due sorgenti, e con d_1 e d_2 le loro distanze da uno schermo egualmente illuminato da esse, si ha:

$$1) \qquad I_1 : I_2 = d_1^2 : d_2^2.$$

Es. *Due candele illuminano una parete a 50 cm di distanza; quante candele occorrono per illuminare egualmente la stessa parete a m 1,50 di distanza?*

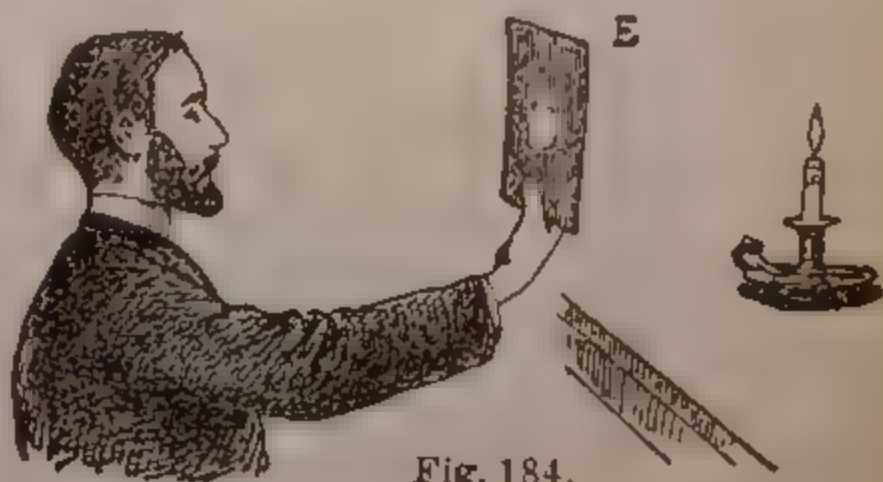
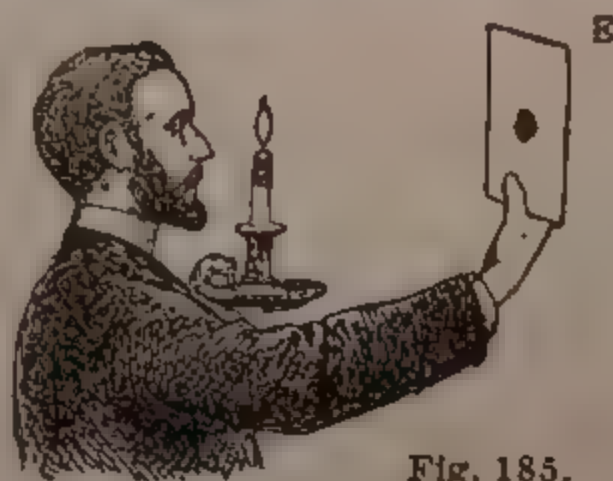
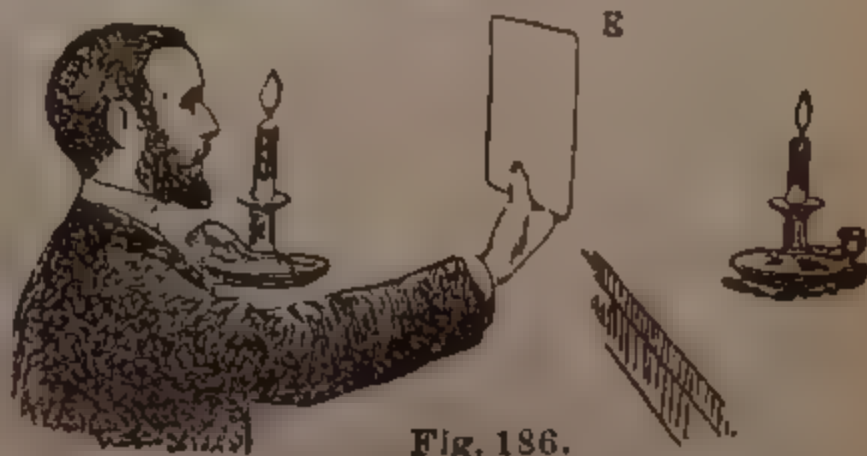
Sarà: 2 cand. : $x = (50)^2 : (150)^2$; da cui: $x = \frac{(150)^2 \times 2}{(50)^2}$ cand. = 18 candele.

Sulla legge delle distanze è basata la **fotometria**, che si propone di misurare l'intensità delle sorgenti luminose; gli apparecchi adoperati per questa misura, si chiamano **fotometri**.

Fig. 184. Fig. 185. Fig. 186.

182. **Fotometri.** — I varî fotometri differiscono per il modo con cui si valuta l'eguaglianza della illuminazione prodotta dalle due sorgenti luminose. Uno dei più noti, sebbene alquanto antico, è il **fotometro di Bunsen** (1). Esso è basato sul fatto seguente: si abbia un pezzo di carta bianca E, nel centro della quale vi sia una macchia di grasso (p. es., di stearina). Questa appare più chiara su fondo scuro, se illuminata di dietro (Fig. 184); appare più scura su fondo chiaro, se è illuminata davanti, cioè dalla parte da cui si guarda (Fig. 185); se poi è illuminata egualmente sulle due facce, la macchia scompare, confondendosi col fondo della carta (Fig. 186).

Ciò posto, due sorgenti luminose S ed R, l'una di intensità I_1 nota, l'altra di intensità I_2 da misurare, si pongano su due sostegni L_1 ed L_2 (Fig. 187) che possano scorrere lungo un regolo graduato, da parti opposte rispetto al foglio di carta E con la macchia. Si varia per tentativi la loro distanza dalla carta, finchè la macchia scompare. Si leggono allora sul regolo le distanze SE ed RE delle due sorgenti dalla carta; è:

$$I_1 : I_2 = (SE)^2 : (RE)^2, \qquad \text{da cui:} \qquad I_2 = I_1 \frac{(RE)^2}{(SE)^2}.$$

(1) Bunsen Robert Wilhelm, chimico; n. a Göttingen nel 1811, m. a Heidelberg nel 1899.

Es. Nel caso della Fig. 187, è:

$$I_2 = I_1 \frac{(30)^2}{(10)^2} = 9\, I_1\,;$$

cioè R è 9 volte più intensa di S.

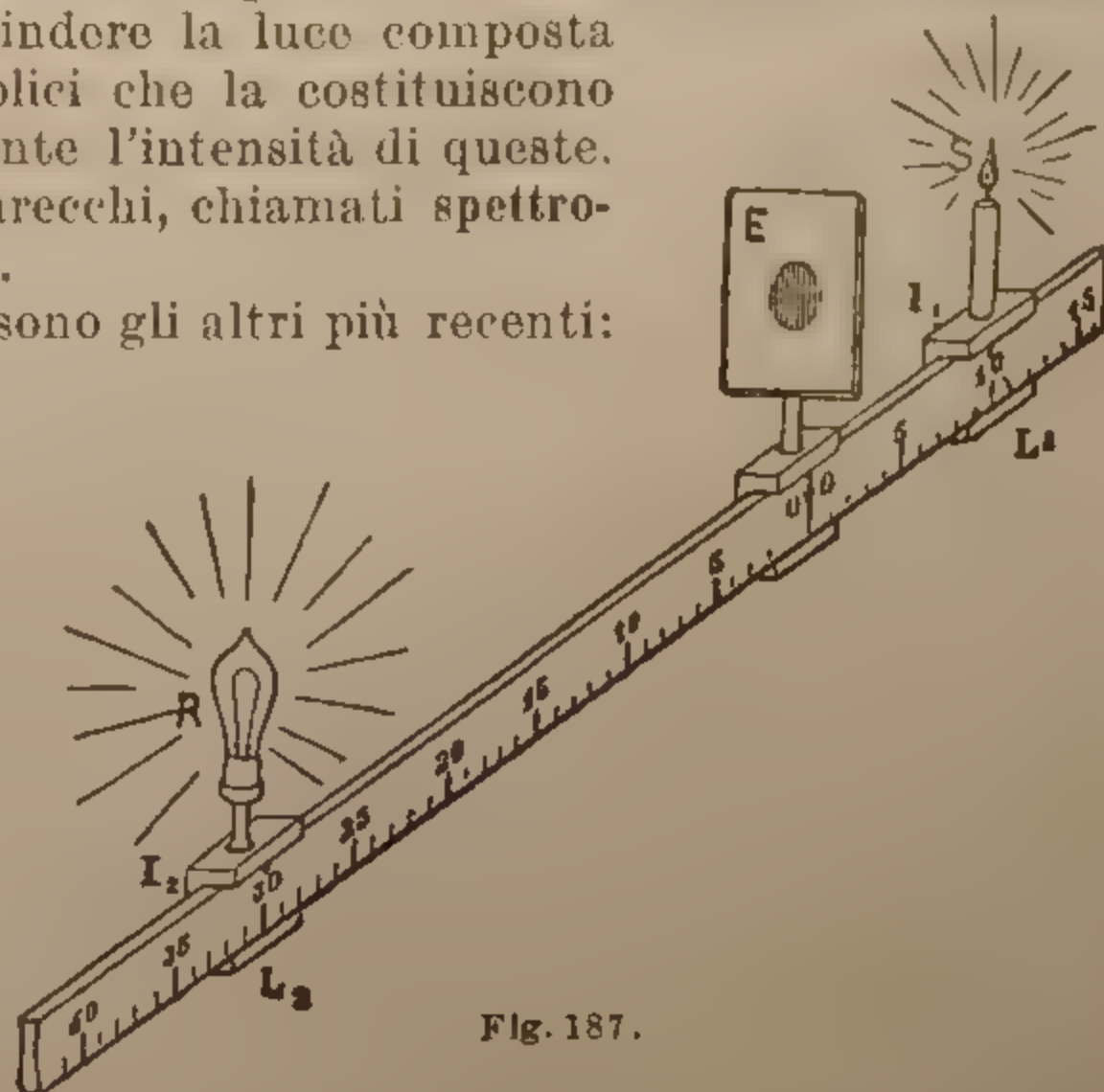
Osserviamo che la posizione in cui scompare la macchia si raggiunge solo se le due sorgenti luminose sono della stessa natura. Per sorgenti luminose diversamente colorate, non vi è alcun punto in cui la macchia scompare. Ma in questo caso occorre scindere la luce composta delle sorgenti, nelle luci semplici che la costituiscono (§ 221), e misurare separatamente l'intensità di queste. Ciò si fa con opportuni apparecchi, chiamati **spettrofotometri**, che non descriviamo.

Simili al fotometro Bunsen sono gli altri più recenti:

il *fotometro Leeson*, in cui la macchia di grasso è sostituita da una stella di carta traslucida;

il *fotometro Siemens*, in cui la macchia è ottenuta con un sottilissimo strato d'argento traslucido, tra due lastre di vetro smerigliato.

Fig. 187.

L'intensità di una sorgente luminosa in generale non è uguale in tutte le direzioni dello spazio, attorno ad essa. In tal caso si suole considerare l'**intensità media sferica**; cioè *la media delle intensità luminose nelle varie direzioni*. Per la misura dell'intensità luminosa nelle diverse direzioni, si adopera il *fotometro di Rousseau*; e vi sono anche dei **fotometri integratori**, che permettono di determinare con una lettura sola l'intensità media sferica; tali, ad es., sono l'*integratore Matthews* e la *sfera di Ulbricht*, che non descriviamo. Per la misura di intensità luminose stellari si adopera la cellula fotoelettrica, (Vol. III, § 60).

183. Splendore - Legge del coseno. — Se la sorgente luminosa non è un punto, è evidente che l'intensità luminosa di essa cresce proporzionalmente alla sua superficie s:

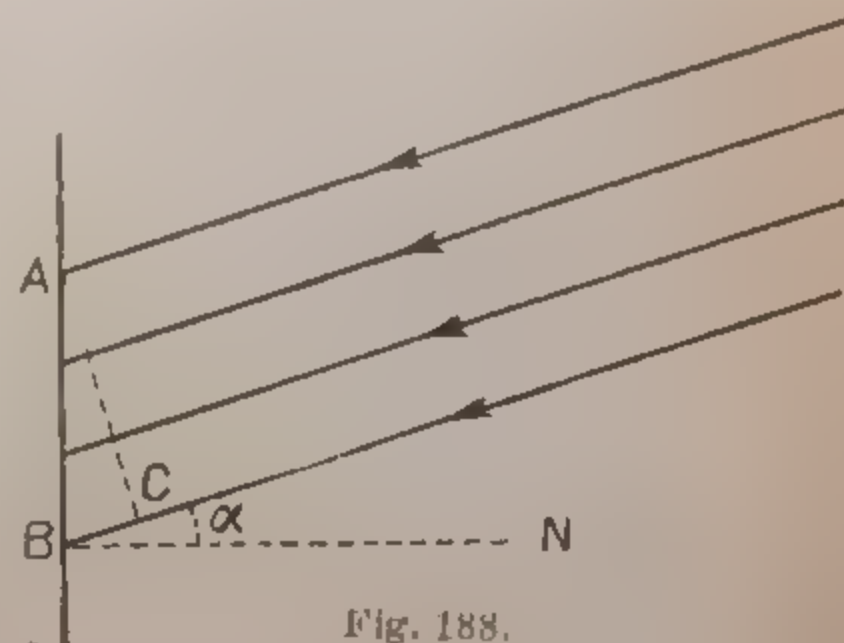
$$1) \qquad I = ks.$$

Il coefficiente di proporzionalità k si chiama **lo splendore** della sorgente; esso è uguale al valore di I per $s = 1$, cioè:

Lo splendore è l'intensità luminosa dell'unità di superficie.

Lo splendore quindi dipende dalla vivezza della sorgente luminosa, ed è tanto maggiore quanto più essa è abbagliante. La sorgente luminosa di maggiore splendore è il Sole; poi viene l'arco voltaico, (Vol. 3° - § 181), ecc.

Sia (AB) la sezione di una superficie piana illuminata da un fascio di raggi paralleli (Fig. 188); la quantità di luce da essa ricevuta è la stessa di quella che riceverebbe la superficie (AC) normale alla direzione dei raggi. Essendo $(AB) > (AC)$, la quantità di luce ricevuta dall'unità di superficie di (AB) è minore di quella ricevuta dall'unità di superficie di (AC); cioè l'intensità di illuminazione di uno schermo è massima allorchè la superficie di esso è normale alla direzione dei raggi luminosi, e diminuisce col crescere dell'*angolo d'incidenza* α che la direzione dei raggi fa con la normale BN alla superficie illuminata.

Fig. 188.

Essendo: $\qquad (AC) = (AB) \cos \alpha, \qquad$ si ha la seguente legge:

Legge del coseno. *L'intensità d'illuminazione di uno schermo è proporzionale al coseno dell'angolo d'incidenza.*

Se (AB) invece è una superficie piana luminosa, che emette luce in direzione obliqua, chiamando con α l'*angolo di emissione* che i raggi emessi formano con la normale alla superficie piana che li emette, con un ragionamento analogo al precedente si trova la seguente legge:

Legge di Lambert. *L'intensità di illuminazione di uno schermo è proporzionale al coseno dell'angolo di emissione.*

Questa legge non è valida per i corpi speculari e per i corpi gassosi (vapori e fiamme).

Tenendo conto dell'inclinazione dei raggi luminosi, l'intensità d'illuminazione C, ossia la quantità di luce che riceve l'unità di superficie, posta alla distanza d da una sorgente luminosa piana, di superficie S e di splendore E, essendo e l'angolo di emissione ed i quello d'incidenza, si esprime con la formula:

$$2) \qquad C = \frac{E S \cos e \cos i}{d^2}.$$

184. Problemi sulla fotometria. — (Si suppongano le sorgenti puntiformi).

a) Problemi risoluti.

1. *Un punto luminoso, posto al centro di una sfera cava del raggio di* m 2, *ne illumina la superficie interna con l'intensità di 100* lux. *Quale sarebbe quest'intensità, se il raggio della sfera divenisse* m 5?

Risoluzione. — Per la legge delle distanze (§ 181), chiamando x l'intensità d'illuminazione nel secondo caso, dev'essere:

$$x : 100 = 2^2 : 5^2, \qquad \text{ossia:} \qquad x : 100 = 4 : 25; \qquad \text{da cui:}$$

$$x = \frac{4 \times 100}{25}\ lux = 16 \text{ lux}.$$

2. *Due sorgenti luminose A e B, le cui intensità sono rispettivamente* i *ed* i_1, *sono poste alla distanza* d. *Si trovi sul segmento che le congiunge, un punto egualmente illuminato da esse.*

Risoluzione. — Sia x la distanza di A dal punto cercato; B ne disterà $d - x$.

Per la 1) del § 181 dev'essere:

$$i : i_1 = x^2 : (d - x)^2 ; \quad \text{da cui:}$$

$$i_1 x^2 = i (d - x)^2. \quad \text{Svolgendo e ordinando, si ricava:}$$

$$(i_1 - i) x^2 + 2 i d x - i d^2 = 0. \quad \text{Il discriminante dell'equazione è:}$$

$\Delta = i^2 d^2 + (i_1 - i) i d^2 = i i_1 d^2$; che è maggiore di zero, supponendo i, i_1 e d non nulli. La soluzione cercata è allora:

$$3) \qquad x = \frac{-id + d\sqrt{i i_1}}{i_1 - i} = d \frac{\sqrt{i i_1} - i}{i_1 - i} ;$$

avendo trascurata la radice negativa, che corrisponde ad un punto sul prolungamento del segmento AB, dalla parte della sorgente di intensità minore, e che non soddisfa alle condizioni del problema.

Per $i = i_1$ l'espressione precedente non ha significato; mentre sappiamo che in tal caso dev'essere: $x = \frac{d}{2}$. Ma possiamo ricavare, trasformando la 3) nel seguente modo:

$$x = d \frac{\sqrt{i i_1} - i}{i_1 - i} = d \frac{(\sqrt{i i_1} - i)(\sqrt{i i_1} + i)}{(i_1 - i)(\sqrt{i i_1} + i)} = d \frac{i i_1 - i^2}{(i_1 - i)(\sqrt{i i_1} + i)} =$$

$$= d \frac{i (i_1 - i)}{(i_1 - i)(\sqrt{i i_1} + i)} = d \frac{i}{\sqrt{i i_1} + i} ; \qquad \text{che per } i = i_1 \text{ dà appunto:} \qquad x = \frac{d}{2} .$$

b) Problemi da risolvere.

1. Due sorgenti luminose, una di 4 l'altra di 9 *cand.*, distano fra loro 50 *cm*. In qual punto della loro congiungente occorre collocare lo schermo del fotometro Bunsen, perchè la macchia scompaia?

2. Una lampada ad incandescenza, posta a 2 *m* da una parete, la illumina come una carcel a 1 *m* di distanza. Qual'è l'intensità della lampada espressa in carcel e in *cand.* decimali?

3. Assumendo come uno l'intensità d'illuminazione della luce solare alla superficie della Terra, si determini l'intensità d'illuminazione alla superficie degli altri pianeti. (Per le distanze dei pianeti dal Sole, vedasi Vol. 1° - § 179).

4. Un soffitto piano, di forma quadrata, di lato a, è rischiarato da s cm² di platino fondente, posto alla distanza d da esso, sulla perpendicolare condotta dal suo centro. Calcolare l'intensità d'illuminazione al centro del soffitto, nel punto medio ed alla estremità di ciascun lato del contorno. Caso particolare: a = m 4; s = 10; d = m 2. (Per l'illuminazione ai lati, tener conto dell'inclinazione dei raggi incidenti).

5. Due sorgenti luminose d'intensità rispettivamente i ed i_1, sono poste su di una stessa perpendicolare ad una retta a, rispettivamente alle distanze d e d_1 da questa. A quale distanza dal piede di detta perpendicolare si troverà un punto della retta a egualmente illuminato dalle due sorgenti date?

6. Un punto luminoso è posto alla distanza d da uno schermo piano, ed illumina con l'intensità i la sua proiezione sul piano dello schermo. Determinare il luogo dei punti dello schermo in cui l'intensità dell'illuminazione è $^m/_n\, i$.

7. Due punti luminosi, d'intensità i_1 ed i_2, sono posti alle estremità di un diametro di una circonferenza. Determinare la posizione di un punto della circonferenza, illuminato egualmente dalle due sorgenti.

8. Determinare il luogo dei punti dello spazio egualmente illuminati da due sorgenti luminose (puntiformi) di intensità i_1 ed i_2, posti alla distanza d.

RIFLESSIONE DELLA LUCE

Le leggi della riflessione.

185. **Assorbimento - Riflessione - Diffusione - Rifrazione.** — Allorchè un fascio di raggi batte sulla superficie di un corpo, può dar luogo a quattro fenomeni diversi:

1. **L'assorbimento.** La luce è assorbita dal corpo: ciò avviene, p. es., su un panno nero. Vediamo nero ciò da cui il nostro occhio non riceve luce; quindi i raggi luminosi che colpiscono un corpo nero, rimangono assorbiti da esso, e non ritornano indietro.

2. **La riflessione.** La luce è rimandata indietro: in modo però che se *un* raggio di luce colpisce la superficie del corpo, ritorna indietro ancora *un* solo raggio, in una sola direzione. Questo fenomeno si chiama la *riflessione regolare*, o semplicemente *riflessione* della luce.

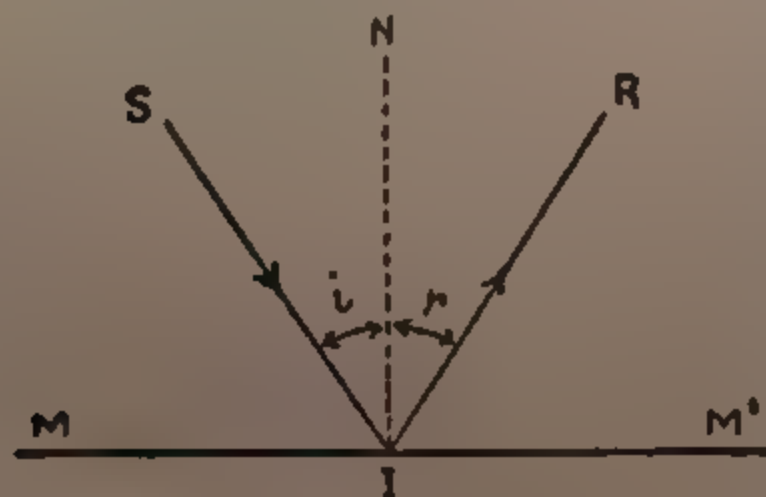
3. **La diffusione.** La luce che batte sul corpo, è rimandata indietro in tutte le direzioni. Un foglio di carta, anche se riceve i raggi solari, cioè raggi luminosi in una direzione sola, è veduto da tutti i punti di una stanza; cioè rimanda la luce in tutte le direzioni. Questo fenomeno è una riflessione irregolare della luce in tutti i sensi, e si chiama *diffusione della luce.*

4. **La rifrazione.** Il corpo su cui cade la luce è trasparente, ed il raggio luminoso procede oltre nell'interno del corpo. Questo fenomeno si chiama la *rifrazione della luce.*

186. **Leggi della riflessione.** — In questo Capitolo ci proponiamo di studiare il 2° caso; cioè la riflessione regolare.

Si chiama **specchio** un corpo levigato che rifletta regolarmente la luce. Non vi è alcun corpo che rifletta totalmente la luce che riceve; l'argento lucido è il corpo che ha il maggior *potere riflettente*, che può raggiungere anche il 97 % dei raggi che cadono sul corpo; il 3 % rimane assorbito.

Fig. 189.

Sia MM' la sezione di uno specchio piano, con un piano perpendicolare ad esso, (Fig. 189). Sia SI un raggio di luce, (nel piano secante), che cade in I sullo specchio; esso si chiama **raggio incidente** ed I *punto di incidenza.* Consideriamo in I la perpendicolare IN al piano dello specchio; si chiama la **normale** *nel punto d'incidenza.* L'angolo $\widehat{SIN} = i$ formato dal raggio incidente con la normale nel punto d'incidenza, si chiama **angolo d'incidenza**; la sua ampiezza può variare da 0°, allorchè il raggio batte nella direzione NI, sino a 90° se viene lambendo lo specchio nella direzione MI. Sia IR il raggio rimandato dallo specchio; si chiama **raggio riflesso**; l'angolo $\widehat{RIN} = r$ formato con la medesima normale, si chiama

angolo di riflessione; anche l'ampiezza di questo può variare da 0° a 90°.

Le leggi della riflessione stabiliscono una relazione tra le direzioni del raggio incidente e del raggio riflesso; cioè, dato il raggio incidente, permettono di individuare il raggio riflesso. Esse sono due:

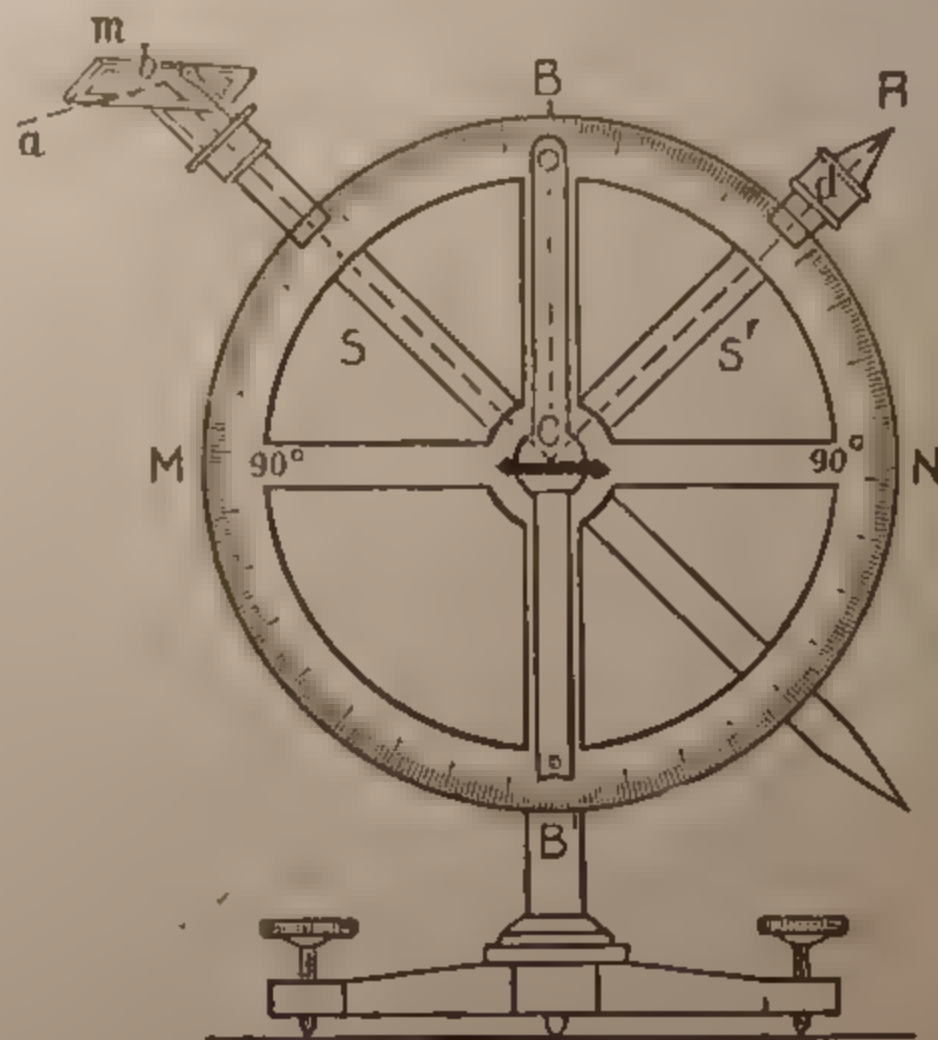
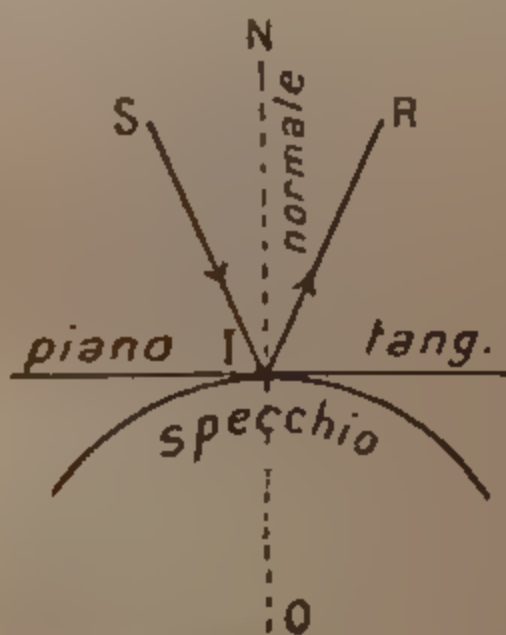
1. **L'angolo di riflessione è eguale all'angolo d'incidenza.**

2. **Il raggio incidente, il raggio riflesso e la normale nel punto d'incidenza giacciono nel medesimo piano, che si chiama *il piano d'incidenza.***

Fig. 190.

La verifica sperimentale di queste leggi si fa con l'apparecchio della Fig. 190. Esso è composto di un cerchio di ottone MN, in un piano verticale, diviso in gradi. Al suo centro è disposto uno specchietto C orizzontale; cioè la normale CB dal centro di questo, è parallela al diametro che passa per lo zero del cerchio graduato. Attorno al centro del cerchio può ruotare una asticella S, chiamata *alidada*, che sostiene all'estremità uno specchietto m girevole in tutti i sensi, allo scopo di riflettere sul centro di C un fascio di raggi, provenienti o dal sole o da una lampada. Questi raggi bC sono i raggi incidenti: l'angolo $b\widehat{C}B$, la cui ampiezza è letta sul cerchio graduato, è l'angolo di incidenza; sulla figura è di 45°. I raggi riflessi da C sono raccolti al centro di un piccolo schermo R, portato da un'altra alidada S', anch'essa spostabile; l'angolo $B\widehat{C}R$ è l'angolo di riflessione. Comunque si sposti l'alidada S, si osserva che per raccogliere la luce riflessa da C, occorre ruotare anche l'alidada S', in modo che i due angoli $b\widehat{C}B$ e $B\widehat{C}R$ siano sempre eguali.

Fig. 191.

La 2ª legge è verificata implicitamente dal fatto che i raggi $bC - CB - CR$ giacciono su uno stesso piano verticale, parallelo a quello del cerchio graduato.

Le leggi della riflessione valgono qualunque sia la forma dello specchio. Se esso è curvo (Fig. 191), per normale nel punto d'incidenza I si deve intendere la perpendicolare NI al piano tangente allo specchio nel punto di incidenza. Cioè, rispetto al raggio SI lo specchio agisce come se fosse ridotto ad un piccolo pezzo piano, che comprende il punto I, coincidente col piano tangente.

Se lo specchio è sferico, la normale in I è la congiungente tal punto d'incidenza col centro O della sfera.

Specchi piani.

187. **Immagine virtuale.** — Sia AB (Fig. 192) la sezione di uno specchio piano, ed S un punto luminoso. Siano SI, SI'.... alcuni fra gli infiniti raggi partenti da S; essi si riflettono secondo la legge della riflessione nelle direzioni IR, $I'R'$.... Tutti questi raggi riflessi formano un fascio divergente; ma l'occhio li riceve come se provenissero da S' punto d'incontro dei loro prolungamenti. L'occhio dunque *vede* in S' un punto luminoso, eguale ad S, che *realmente* non esiste; si chiama **immagine virtuale** *di* S.

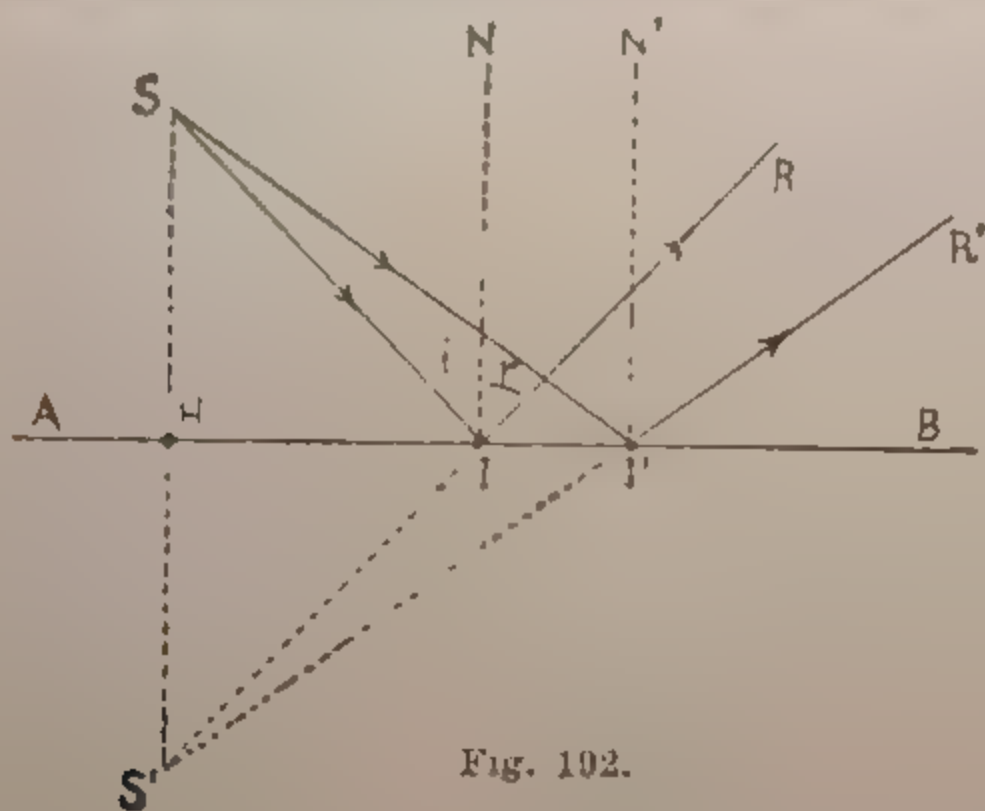



Fig. 192.

Quest'*immagine è simmetrica ad* S *rispetto al piano dello specchio*; cioè si trova sulla perpendicolare calata da S allo specchio, dall'altra parte, ad una distanza dallo specchio eguale a quella del punto S.

Infatti: S' è sulla perpendicolare allo specchio, perchè fra tutti i raggi incidenti vi è anche il raggio SH normale allo specchio; per questo raggio l'angolo d'incidenza è zero, quindi è pure zero l'angolo di riflessione; cioè il raggio si riflette su sè stesso e l'immagine dovendo trovarsi sul prolungamento di *tutti* i raggi riflessi, sarà sul prolungamento di SH.

Si confrontino poi i due triangoli rettangoli SHI ed $S'HI$; essi hanno il cateto HI in comune; poi l'angolo $\widehat{SIH}$ è il complemento di i e l'angolo $\widehat{S'IH}$ è il complemento dell'opposto al vertice di $\widehat{r} = \widehat{i}$; quindi è: $\widehat{SIH} = \widehat{S'IH}$. I due triangoli sono perciò eguali, ed avranno eguali gli altri elementi corrispondenti; cioè:

$$SH = S'H; \qquad c.\ d.\ d.$$

188. **Immagine di un oggetto.** — In base al teorema precedente, è facile trovare graficamente l'immagine di qualunque punto luminoso; basta calare

Fig. 193.

dal punto dato la perpendicolare allo specchio e prolungarla dall'altra parte di un segmento eguale; l'estremo di tal segmento è l'immagine cercata.

L'immagine di un oggetto è il luogo delle immagini di tutti i suoi punti; la regola precedente permette pertanto di trovare punto per punto, l'immagine di un oggetto. Applicandola al caso della Fig. 193, troveremo che [illegible] in questo caso *l'immagine è simmetrica all'oggetto.* La simmetria però non è l'eguaglianza diretta; l'immagine risulta *ribaltata*, cioè rovesciata in un senso, come riscontriamo con l'esperienza giornaliera. Così, guardando la scrittura in uno specchio, non si leggono i caratteri, che appaiono rovesciati; mentre ponendo avanti allo specchio la carta asciugante, in cui sia rimasta l'impronta di uno scritto, questo appare raddrizzato e si legge facilmente nell'immagine.

189. **Rotazione dello specchio.** — Sia A un punto luminoso, ed A' la sua immagine su uno specchio OM (Fig. 194); se questo ruota di un angolo α (minore di 90°) portandosi in OM', la nuova immagine di A su OM' sarà in A''; cioè l'immagine ha ruotato dell'angolo $A'\widehat{O}A''$.

Vogliamo dimostrare che quest'angolo è doppio di α.

Infatti, per essere AA' perpendicolare ad OM ed H il punto medio di AA', è OM l'asse del segmento AA'; per la stessa ragione è OM' l'asse del segmento AA''; quindi i punti $A\,A'\,A''$ sono equidistanti da O; cioè sono su una stessa circonferenza di centro O. Ma allora $A'\widehat{A}A''$ è un angolo alla circonferenza che insiste sull'arco $\widehat{A'A''}$ ed $A'\widehat{O}A''$ è l'angolo al centro corrispondente; sappiamo dalla Geometria che:

Fig. 194.

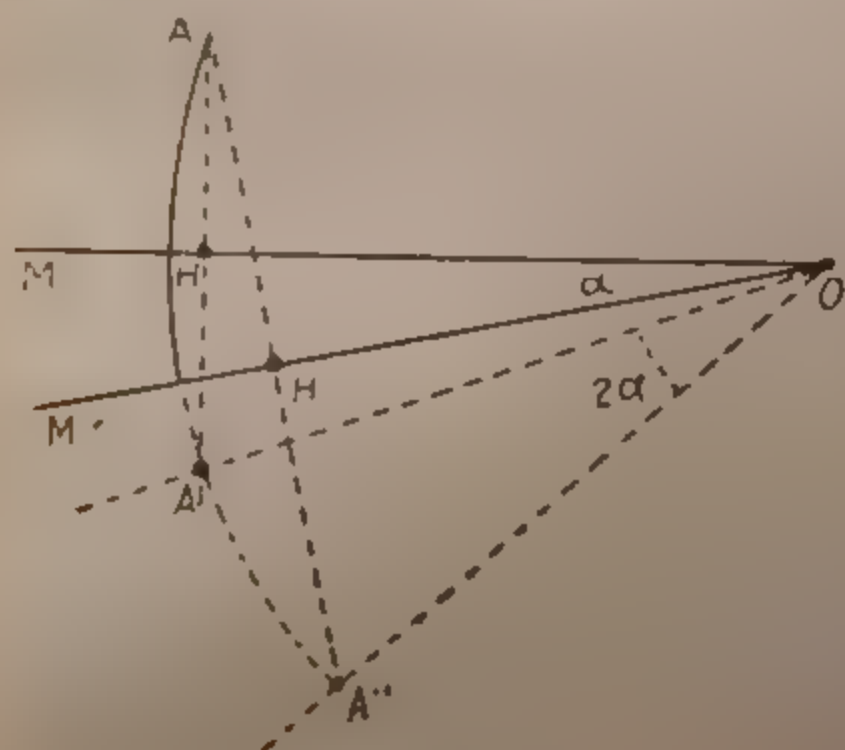
$$A'\widehat{O}A'' = 2A'\widehat{A}A''; \quad \text{ma:} \quad A'\widehat{A}A'' = \alpha$$

per avere i lati perpendicolari ed essere entrambi acuti, quindi:

$$A'\widehat{O}A'' = 2\alpha; \qquad c.\ d.\ d.$$

Concludendo:

Se lo specchio ruota di un certo angolo, l'immagine ruota di un angolo doppio.

Applicheremo in seguito questo teorema, per la misura delle piccole deviazioni, negli apparecchi di misura elettrici.

190. **Specchi ad angolo.** — Se un oggetto è posto fra due specchi formanti angolo fra loro, le immagini ottenute non sono soltanto due, cioè una per specchio; ma per le successive riflessioni da uno specchio all'altro si formano nuove immagini.

Sia, ad es., un punto luminoso A posto fra due specchi OS ed OS_1 (in sezione normale), fra loro perpendicolari, (Fig. 195). A si riflette su OS e forma, con la nota regola della simmetria, l'immagine A_1; ma si riflette anche su OS_1 e forma un'altra immagine A_2. Ora A_1 agisce come se fosse un punto realmente esistente e posto avanti allo specchio OS_1; infatti i raggi AI si riflettono su OS e battono su OS_1 come se provenissero da A_1; quindi si formerà una nuova immagine A_3 simmetrica di A_1 rispetto ad OS_1.

Parimenti A_2 si riflette su OS; se l'angolo S_1OS è esattamente di 90°, l'immagine di A_2 e l'immagine di A_1 si sovrappongono in una sola immagine A_3. Si ottengono allora quattro immagini equidistanti da O, cioè su un cerchio di centro O e raggio OA; si noti che 4 è il quoziente di 360° : 90°. Generalizzando:

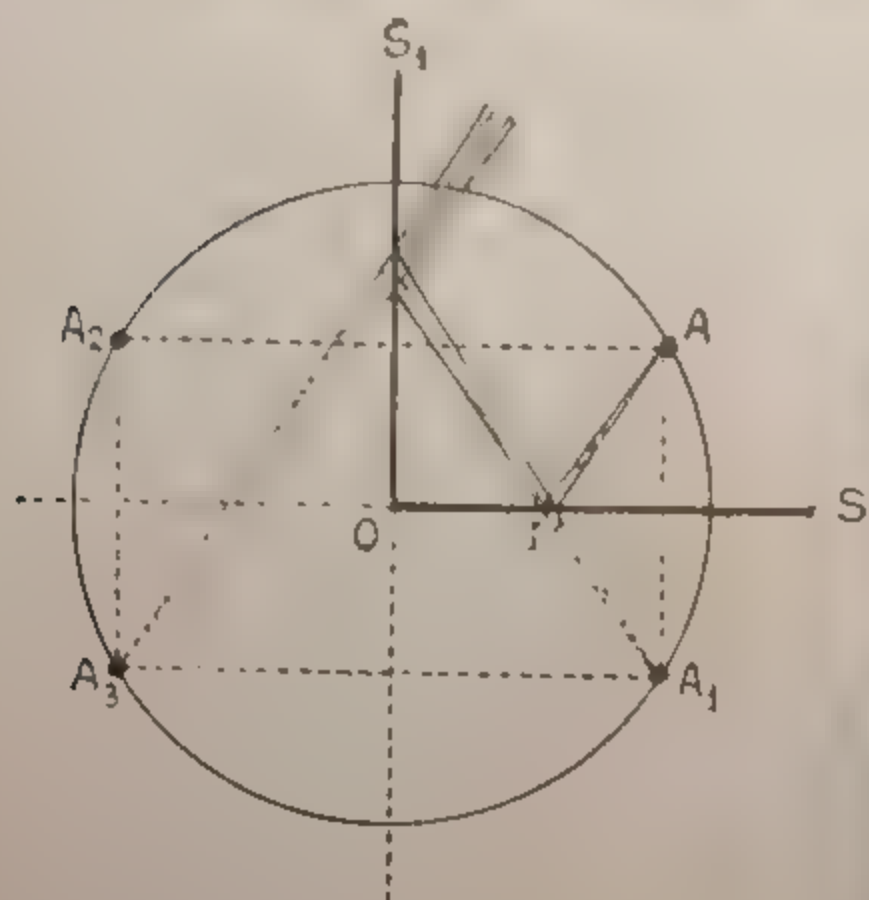
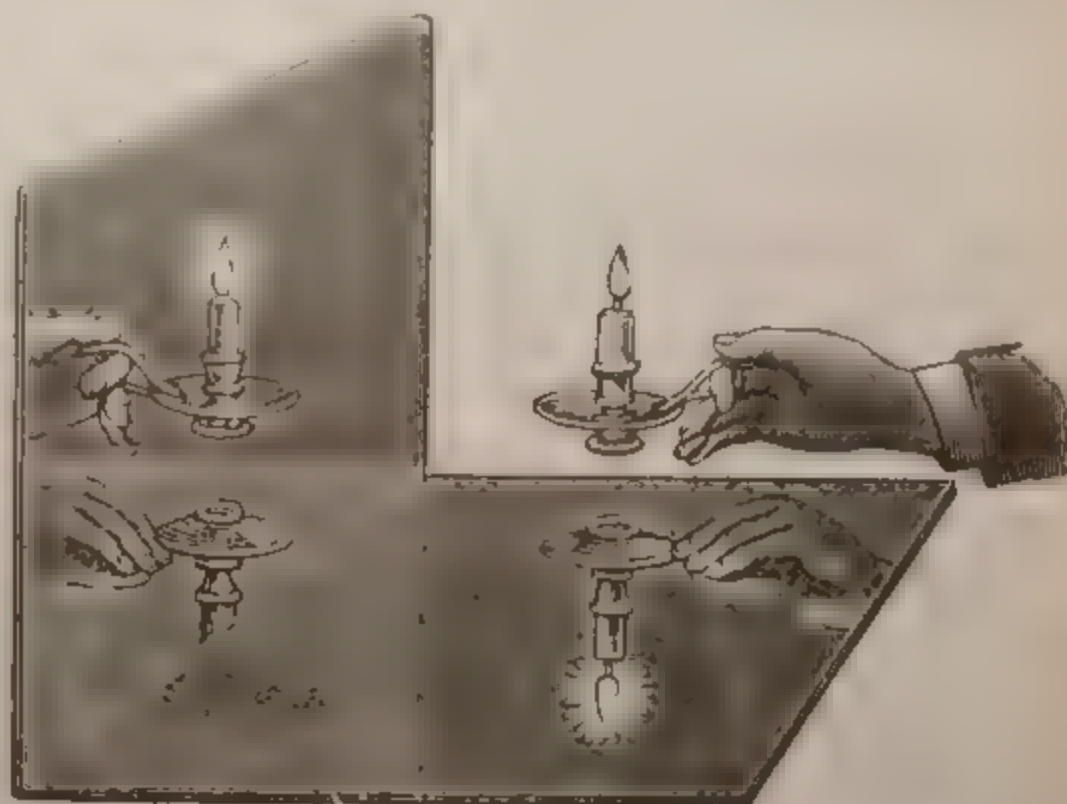



Fig. 195. Fig. 196.

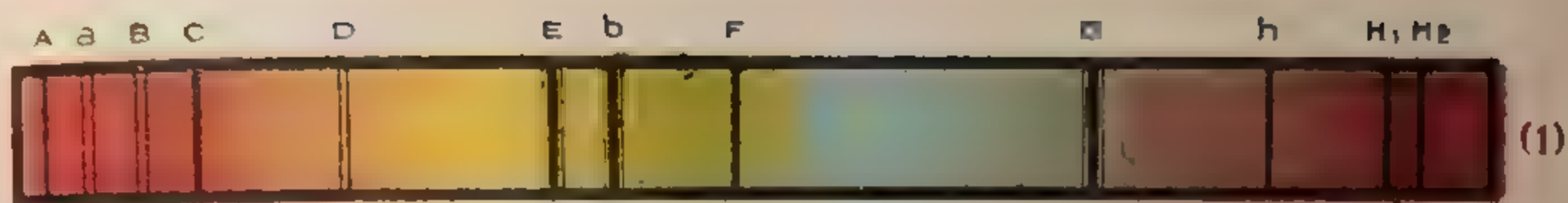
Un punto luminoso fra due specchi ad angolo, forma tante immagini, compreso il punto, quant'è il quoziente fra 360° e l'ampiezza dell'angolo degli specchi (supponendo questa un divisore di 360); *tutte giacenti in un piano perpendicolare all'intersezione dei due specchi, su una circonferenza contenente il punto dato, e avente il centro sull'intersezione dei due specchi.*

La Fig. 196 mostra la verifica sperimentale.

Nel caso in cui 360 non è divisibile per l'ampiezza dell'angolo dei due specchi, l'immagine A_3 non è unica; ma si sdoppia, e le due immagini risultanti (se l'oggetto non è puntiforme) possono essere distinte o in parte sovrapposte. Ad ogni modo non avvengono più altre riflessioni.

191. Specchi paralleli - Immagini multiple. — Nel caso particolare in cui l'angolo degli specchi è zero, cioè gli specchi sono paralleli, le immagini diventano 360 : 0; a questo quoziente che non ha significato nell'algebra elementare, si attribuisce un valore infinito; quindi in questo caso le immagini sono (teoricamente) un numero infinito; e sono tutte sulla perpendicolare comune condotta dal punto luminoso ai piani dei due specchi.

La Fig. 197 spiega il modo di formarsi di due di queste immagini: a_3 ed o_3. Ciò si osserva in alcune sale di parrucchieri o in alcuni caffè, ove una persona posta fra due specchi su pareti opposte, scorge una lunga fila di immagini estendersi a vista d'occhio. In pratica le immagini non sono in numero illimitato; non essendo la riflessione della luce totale, un certo numero di raggi vengono ad estinguersi ad ogni nuova riflessione. Le immagini quindi vanno oscurandosi sempre più, sino a non scorgersi più.

In modo analogo si spiega la formazione delle immagini multiple in uno specchio comune di vetro; guardando di fianco l'immagine di una fiamma, si osserva un'immagine brillante *preceduta* da un'immagine più sbiadita,

A a B C D E b F G h H₁ H₂
(1)
SPETTRO SOLARE
SPETTRI DI EMISSIONE
(2)
SODIO
(3)
IDROGENO
SPETTRI DI ASSORBIMENTO
(4)
CLOROFILLA
(5)
ANIDRIDE NITROSA-NITRICA

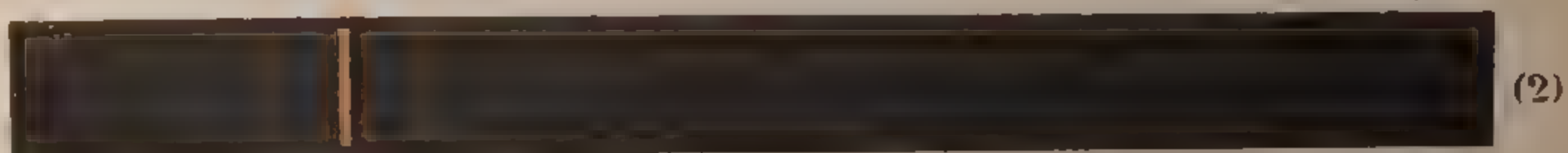
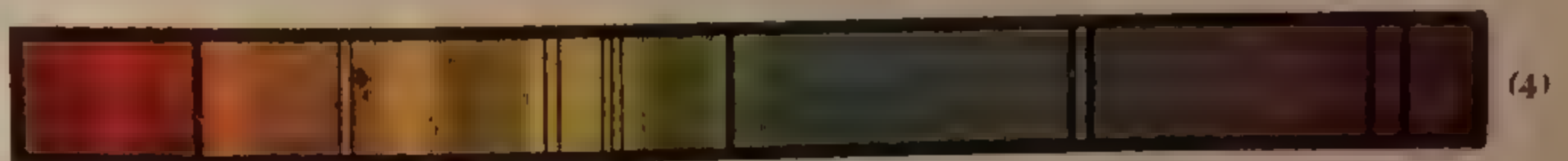
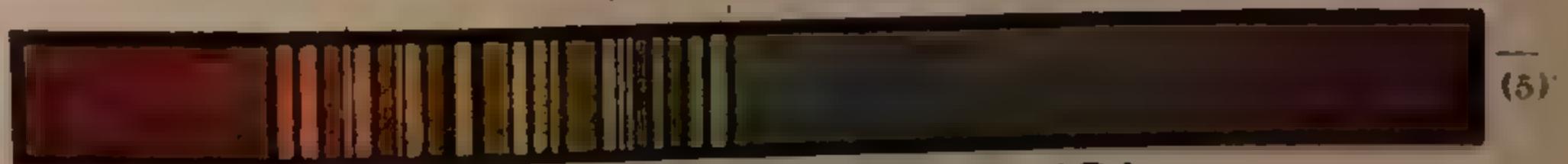



Fig. 199.

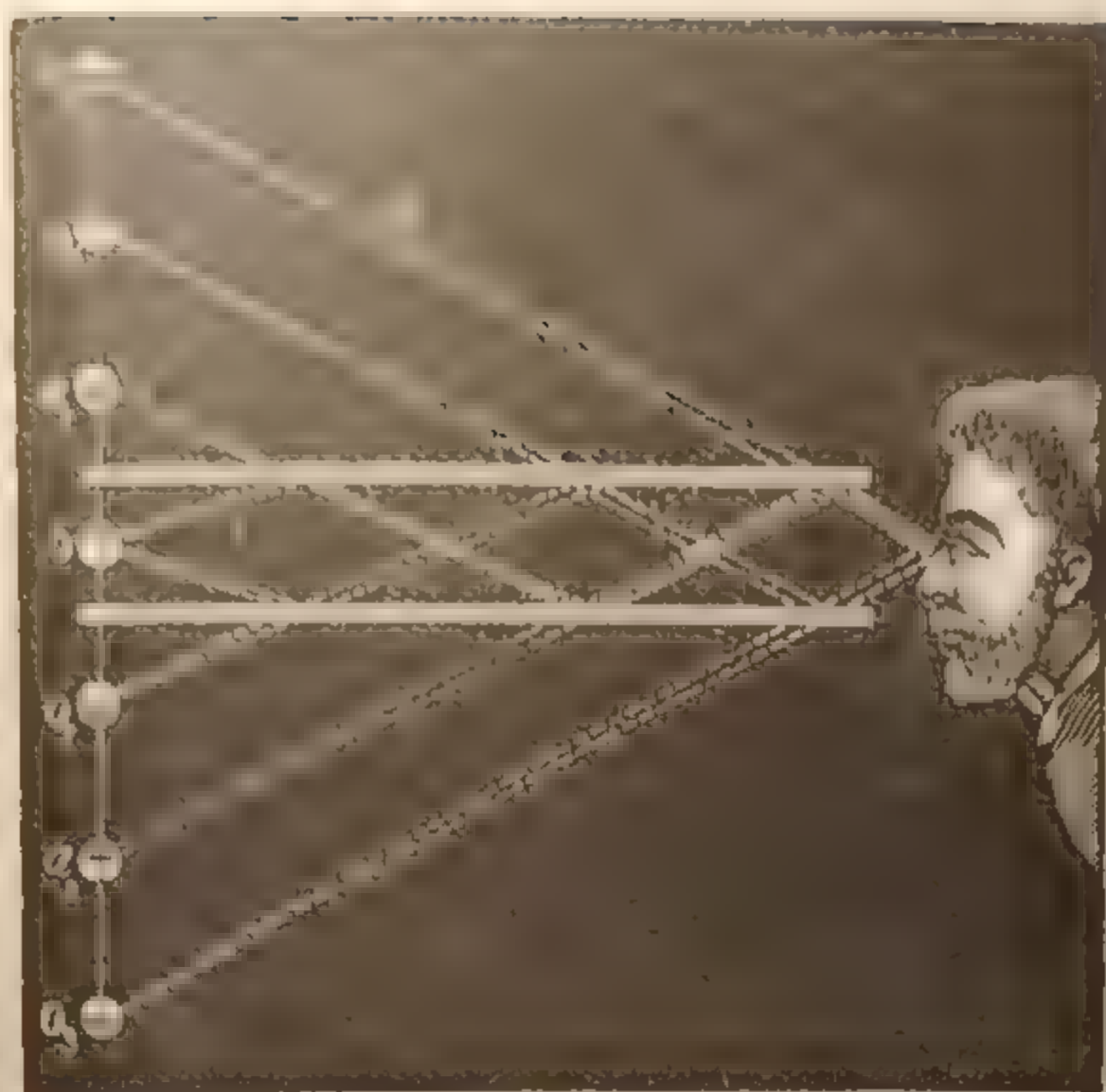



Fig. 197.

e *seguita* da una serie di immagini che vanno sempre più oscurandosi, fino ad estinguersi, (Fig. 198).

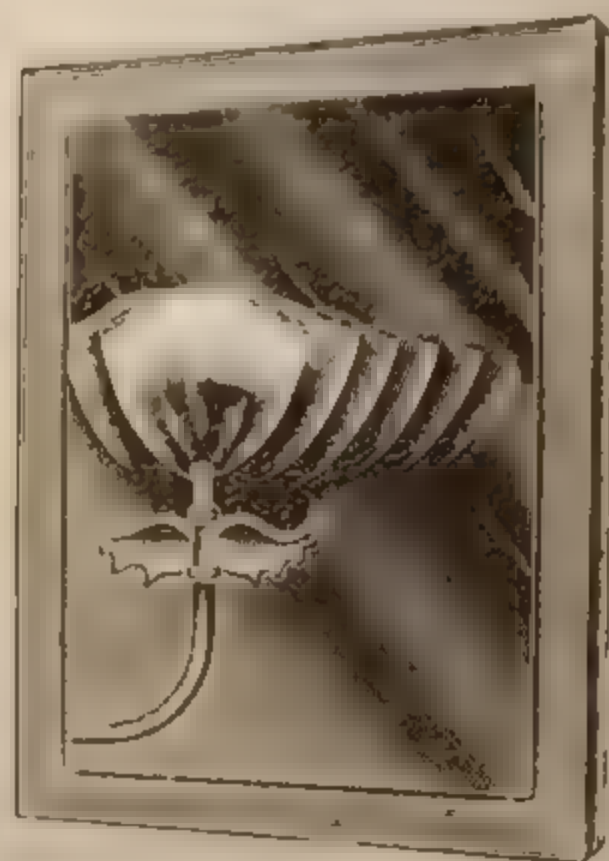



Fig. 198.

La spiegazione di tal fenomeno è la seguente: in pratica gli specchi sono formati da una lastra di vetro, di un certo spessore, argentata sulla faccia posteriore. Le superfici riflettenti in questo caso sono le due facce della lastra, che possono considerarsi come due specchi paralleli. Consideriamo un fascio di raggi AI, partenti da un punto luminoso A (Fig. 199); esso subisce una prima riflessione sulla faccia anteriore S della lastra, e si forma una prima immagine A_1; poco chiara, perchè è piccola la percentuale dei raggi riflessi dal vetro trasparente. La quasi totalità dei raggi penetra nel vetro, e forma il fascio II_1, che si riflette sulla faccia argentata S_1 secondo I_1I_2 ed esce quasi integralmente da S, formando la 2ª immagine A_2 molto brillante. Ma in I_2 una piccola parte dei raggi è riflessa secondo $I_2 I_3$, riflessa nuovamente in I_3 ed esce da I_4, formando una 3ª immagine A_3 poco luminosa; e così via si formano nuove immagini A... da successive riflessioni tra le due facce; però sempre più oscure perchè va sempre diminuendo il numero dei raggi ad ogni nuova riflessione. Si ottengono così l'immagine A_2 brillante; davanti la A_1 meno luminosa, e dietro le altre degradanti, come già s'era detto.

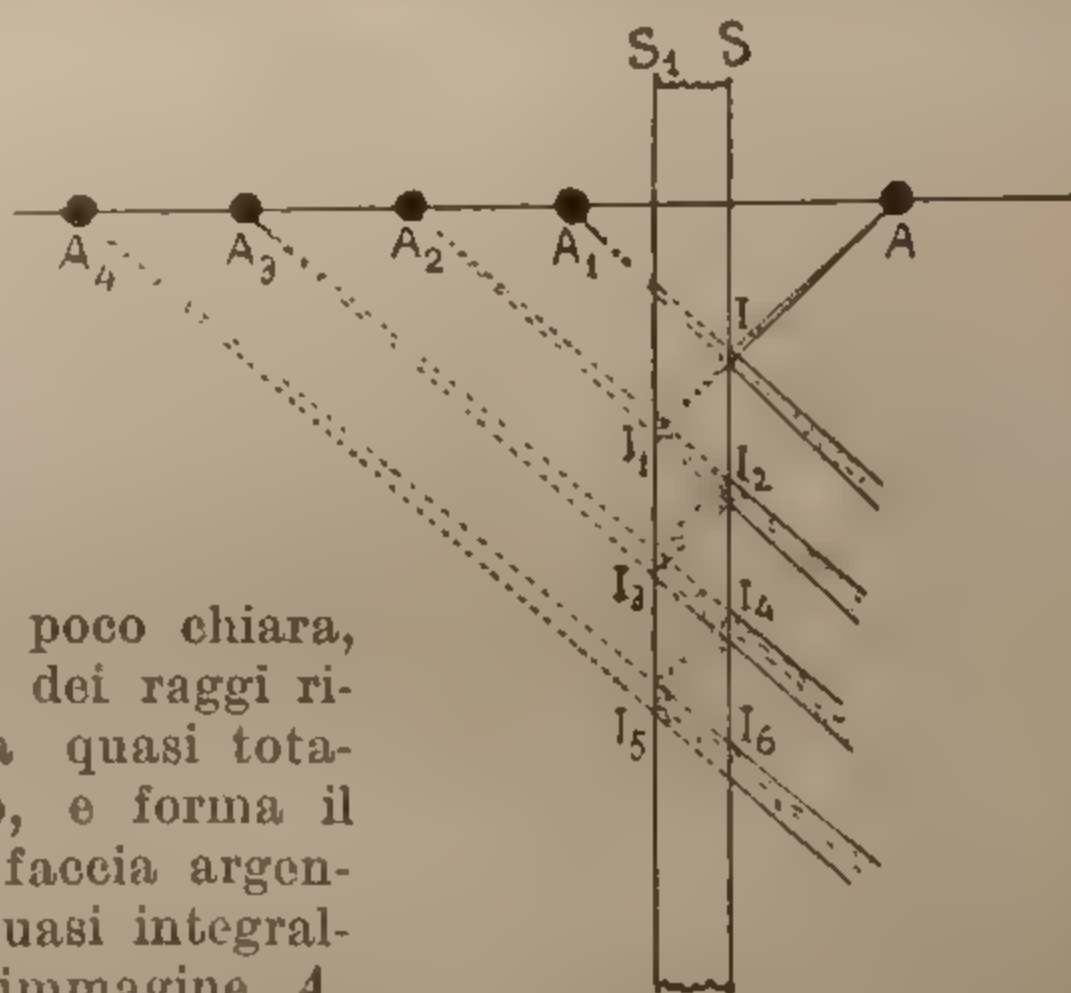



Fig. 199.

Le immagini multiple sono causa di diminuzione di nitidezza delle immagini ottenute con gli specchi comuni, onde questi sono da evitare nella costruzione degli strumenti d'ottica.

192. Applicazione degli specchi piani. — Gli specchi piani hanno avuto numerose applicazioni, oltre quella comune giornaliera di guardarsi allo specchio.

Ponendo uno specchietto piano nella retrobocca e inclinandolo opportunamente, se vi si dirige un fascio di raggi, essi vanno ad illuminare la laringe; il medico può allora osservarne comodamente l'immagine riflessa dallo stesso specchietto; l'apparecchio si chiama il **laringoscopio.**

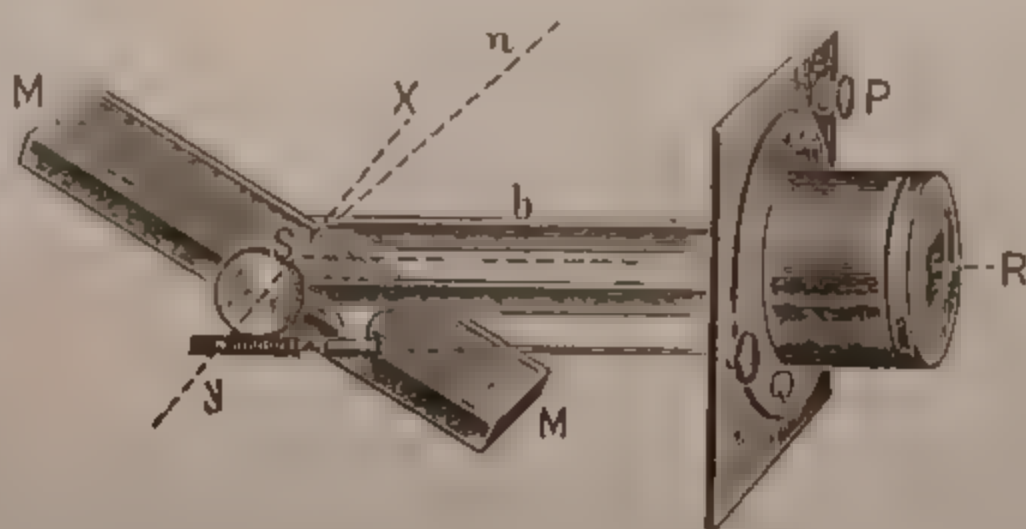



Fig. 200.

Il **portaluce** è uno specchio rettangolare MM, che può ruotare attorno a due assi XY ed SR tra loro perpendicolari, in modo che il suo piano può assumere qualunque inclinazione nello spazio, (Fig. 200). Si applica sulla imposta di una finestra, in modo che sporga all'esterno, e vi batta il sole; manovrando dall'interno le viti P e Q, si dà un'inclinazione tale allo specchio, che esso rifletta i raggi del sole nella direzione SR e li diriga ove si debbano utilizzare.

Fig. 201.

Due specchi sono posti tra la gamba anteriore e ciascuna delle gambe posteriori di un piccolo tavolo a tre piedi; in modo che questi facendo da cornice nascondano gli orli degli specchi, che così non si vedono. Essi coprono un uomo dal collo in giù, la cui testa sporge dal piano del tavolo, (Fig. 201); il tutto è collocato in una piccola stanza, tappezzata a tinta unita. Le pareti laterali riflettendosi su tali specchi, dànno l'illusione di scorgere dietro il tavolo la parete di fondo, e cioè che il tavolo sia vuoto tra le gambe; si produce così il noto giuoco della testa parlante.

Il caleidoscopio (Fig. 202) è un tubo di cartone o di metallo, dentro cui sono disposte due strisce rettangolari di specchio, inclinate in modo che la loro intersezione sia su una generatrice del tubo, e formino un angolo di 60°. Ad un estremo A del tubo si trovano dei frammenti di vetro colorato, posti fra due dischi di vetro ordinario. Guardando dall'altra estremità O fra i due specchi, si vede la parte dei frammenti di vetro

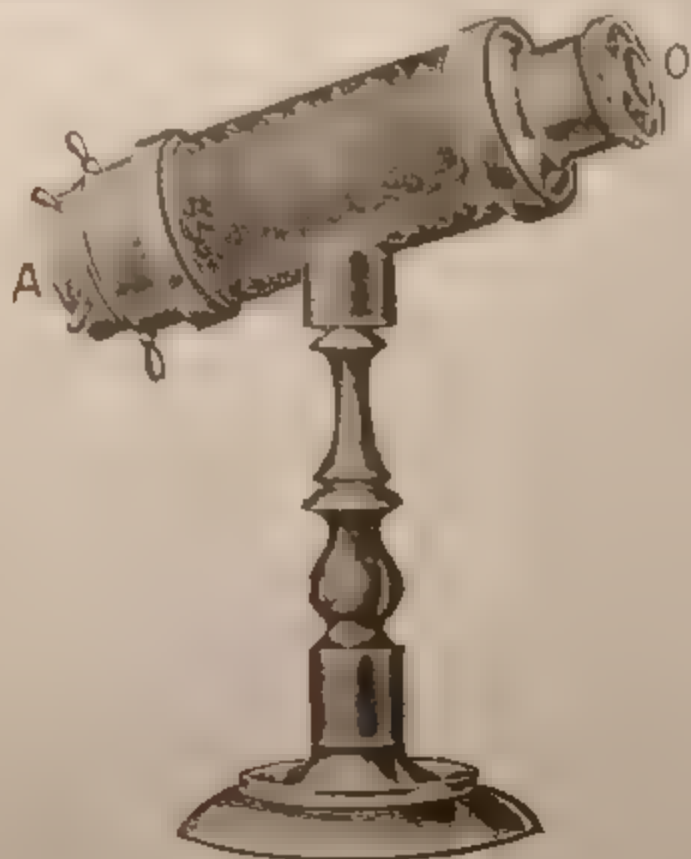



Fig. 202.

Fig. 203.

compresi fra questi, ed altre 5 immagini simmetriche di essi; in modo che tutto formi una figura regolare, di gradevole aspetto, (Fig. 203). Scotendo o girando la parte A del tubo, si modifica la disposizione dei pezzetti di vetro fra i due specchi, e varia continuamente la figura ottenuta.

Il **periscopio** è formato da due specchi paralleli S ed S' (Fig. 204), posti all'estremità di un tubo T, ed inclinati a 45° con l'asse di questo. I raggi provenienti nella direzione a da un oggetto lontano, si riflettono su S nella direzione b e su S' nella direzione c; un osservatore O vede nella direzione cc' l'oggetto lontano, pur essendone impedita la visione diretta da un corpo opaco P. È adoperato dai sommergibili, per vedere gli oggetti alla superficie del mare durante l'immersione, dai soldati in trincea per non esporsi al tiro del nemico, ecc.

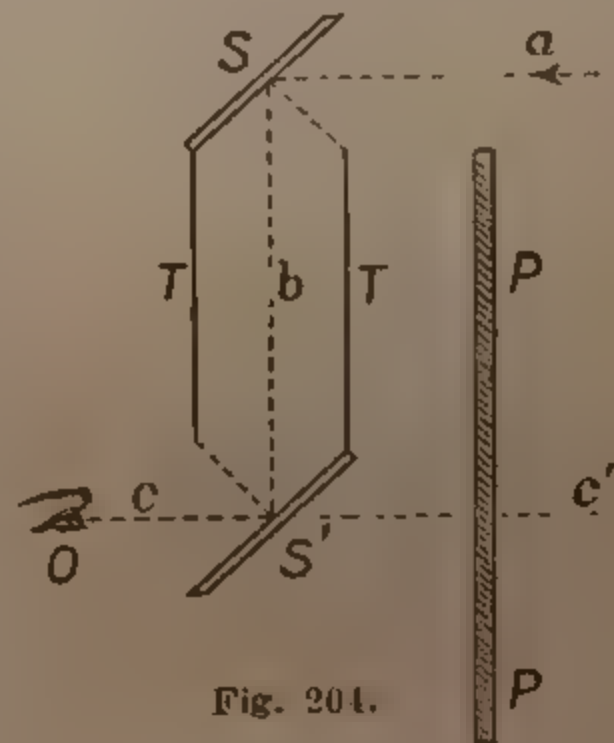



Fig. 204.

193. Problemi sugli specchi piani.

a) Problemi risoluti.

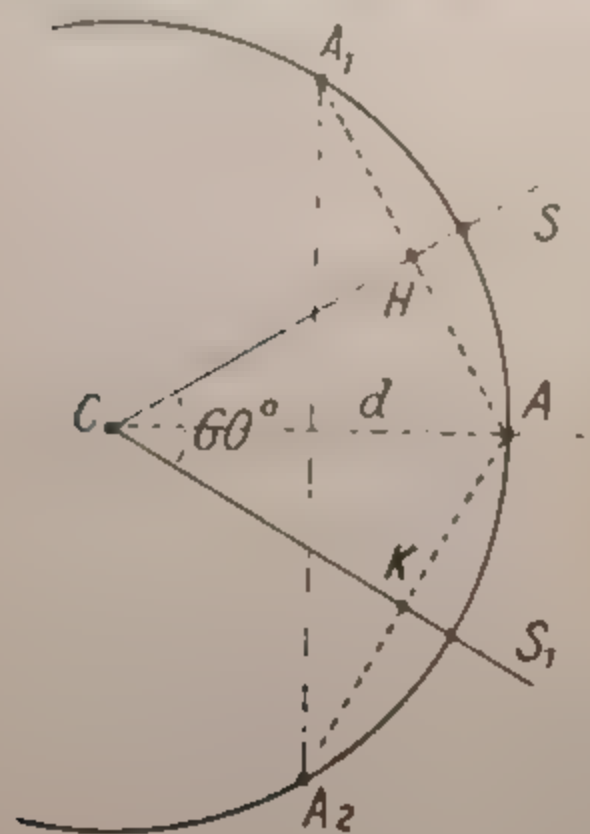
1. ***Un punto luminoso A giace sul piano bisettore del diedro formato da due specchi, la cui ampiezza è di 60°, e la sua distanza dallo spigolo è* d. *Calcolare la distanza delle prime due immagini, formate dai due specchi.***

Risoluzione. — Sia SOS_1 (Fig. 205) la sezione normale del diedro formato dai due specchi, con un piano passante per il punto luminoso A; è: $OA = d$. Siano AH ed

AK le distanze di A dai due specchi, per ipotesi e CA bisettrice dell'angolo $\widehat{SCS_1}$, quindi: $AH = AK$.

Siano A_1 ed A_2 le immagini di A su S ed S_1; è allora $AA_1 = AA_2$. Essendo AA_1 perpendicolare a CS, ed H il suo punto medio, è CS l'asse del segmento AA_1 e quindi A ed A_1 sono equidistanti da C. Per la stessa ragione A ed A_2 sono pure equidistanti da C. Cioe A, A_1, A_2 giacciono su una circonferenza di centro C e raggio d. Essendo nel quadrangolo $HCKA$ gli angoli $\widehat{AHC}$ ed $\widehat{AKC}$ retti, è $\widehat{HAK}$ il supplemento di $\widehat{C}$, cioè: $(\widehat{HAK}) = 120°$. Quindi l'arco A_1AA_2 è $1/3$ della circonferenza ed A_1A_2 è il lato di un triangolo equilatero iscritto in tale circonferenza di raggio d. Per la nota relazione della Geometria, è allora:

Fig. 205.

$$(A_1A_2) = d\sqrt{3}.$$

2. *Una scintilla elettrica, della durata di $1/20\,000\,000$ di secondo, scocca a m 5 da uno specchio girante con la velocità di 800 giri al secondo. Quale sarà la lunghezza della striscia formata dalla sua immagine nello specchio girante?*

Risoluzione. — In $1/800$ di secondo lo specchio compie un giro intero, cioè 360°. L'ampiezza dell'angolo α di cui ruota lo specchio in $1/20\,000\,000$ di *s*, si ricava con la proporzione:

$$1/800 : 360° = 1/20\,000\,000 : \alpha; \qquad \text{da cui:}$$

$$\alpha = \frac{1/20\,000\,000 \times 360°}{1/800} = \frac{800 \times 360°}{20\,000\,000} = 0°{,}0144.$$

L'immagine ruota di $2\alpha = 0°{,}0288$. La striscia dell'immagine avrà la lunghezza x dell'arco che corrisponde all'angolo al centro 2α, su una circonferenza del raggio di *m* 5. La lunghezza di tale circonferenza è:

$$c = m\,(5 \times 2\pi) = m\,31{,}4; \text{ quindi } x \text{ si ricava con la proporzione:}$$

$$360° : 31{,}4 = 0°{,}0288 : x; \qquad \text{da cui:}$$

$$x = m\,\frac{31{,}4 \times 0{,}0288}{360} = mm\ 2{,}51.$$

b) Problemi da risolvere.

1. Come bisogna disporre due specchi tra loro perpendicolari, riflettenti dalla parte dell'angolo concavo, perchè di due punti luminosi distanti 40 *cm* tra di loro si formi un'unica immagine, equidistante dai due specchi?

2. Un oggetto è posto su un cerchio orizzontale, che può ruotare sul suo asse. Uno specchio piano è posto a 45° col piano del cerchio; ove si forma l'immagine dell'oggetto e che avviene di essa, se il cerchio compie un giro sul suo asse?

3. Un punto luminoso dista *cm* 30 da uno specchio e *cm* 40 da un altro parallelo al primo. A quale distanza tra di loro si trovano le terze immagini di ciascuno specchio?

4. Ove si deve collocare un punto luminoso, fra due specchi a 60°, perchè le sue immagini siano equidistanti dagli specchi, a 30 *cm* di distanza tra di loro?

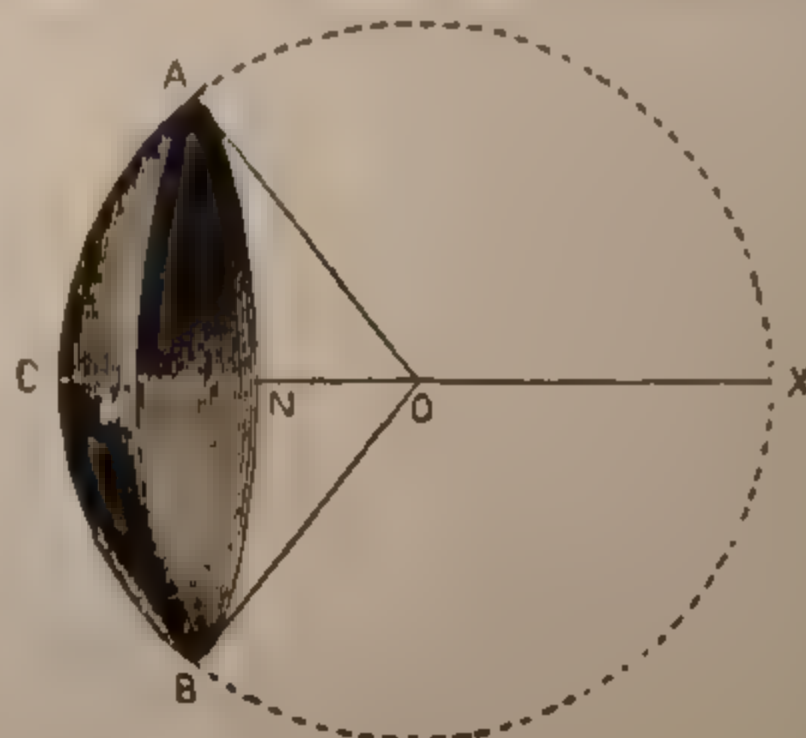
5. Un punto luminoso A si trova sul piano bisettore del diedro formato da due specchi, il cui angolo è di 60°, e la sua distanza da ciascuno specchio è d. Calcolare la distanza delle prime due immagini formate dai due specchi.

6. Un punto luminoso emana luce ad intervalli eguali, con n lampi al secondo; se ne osserva l'immagine su uno specchio piano, alla distanza d dal punto luminoso, rotante con la velocità di m giri al *s*. Determinare la distanza tra due immagini consecutive.

Specchi sferici.

194. **Specchi curvi.** — Si ottengono risultati assai diversi e più interessanti, quando la luce si riflette su uno specchio curvo. Tra gli specchi curvi studieremo solo gli specchi sferici; cioè quelli la cui superficie riflettente è parte di quella di una sfera (una *calotta*), (Fig. 206). Si chiamano *concavi* o *convessi*, a seconda che riflettono dalla parte concava o da quella convessa. Cominciamo lo studio degli specchi concavi.

Fig. 206.

195. **Specchi sferici concavi.** — Sia MN la sezione della calotta speculare (Fig. 207), ottenuta con un piano diametrale passante per il *vertice* V della calotta. Il centro C della sfera di cui fa parte la calotta, si chiama il *centro di curvatura*; la retta VC che congiunge questi due punti è l'*asse principale*; ogni altra retta passante per C è un *asse secondario*; l'angolo MCN si chiama *apertura dello specchio*.

Sia A (Fig. 208) un punto luminoso su l'asse principale; un raggio AI, fra gli infiniti partenti da A, si riflette con la nota legge della riflessione, osservando che la normale nel punto d'incidenza I è il raggio IC della

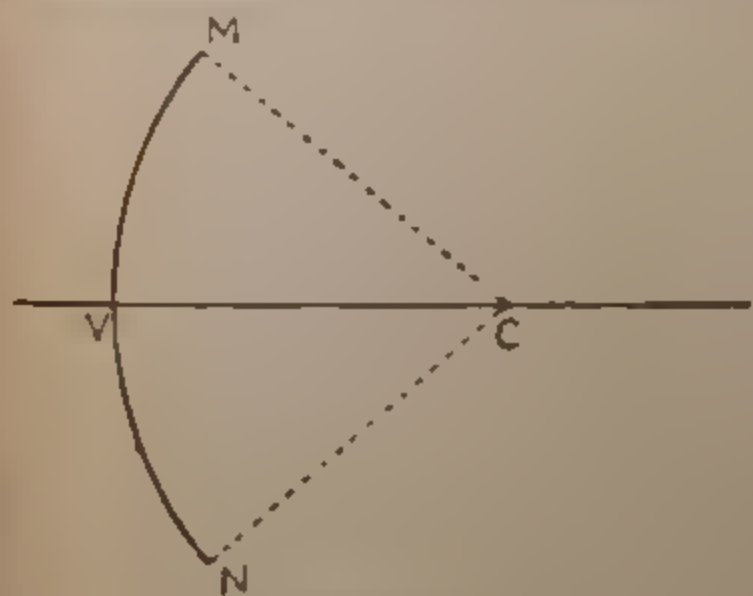



Fig. 207.

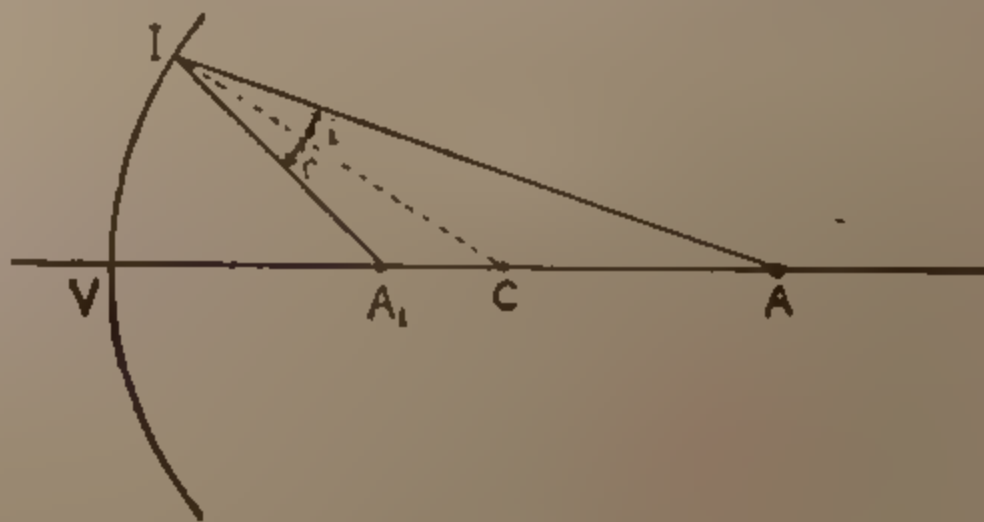



Fig. 208.

sfera di cui fa parte lo specchio. Il raggio riflesso incontra l'asse principale in un punto A_1. Nel triangolo A_1IA la IC è la bisettrice dell'angolo in I; per un noto teorema di Geometria (il teorema della bisettrice) è:

$$1) \qquad AI : A_1I = AC : A_1C.$$

Se I si avvicina a V, AI cresce (nel caso della fig. 208), mentre A_1I diminuisce; quindi il rapporto $AI : A_1I$, e per conseguenza anche il rapporto $AC : A_1C$, crescono. Ma AC è costante, quindi A_1C deve diminuire; cioè tutti i raggi partenti da A dopo la riflessione non s'incontrano nello stesso punto; ma si incontrano due a due in punti diversi, involgendo una superficie, detta *caustica di riflessione* o *catacaustica*, (Fig. 209).

Se però *lo specchio è di piccola apertura*, AI si può considerare costante per tutti i raggi, ed eguale ad AV; anche A_1I allora è sensibilmente costante ed eguale ad A_1V; cioè tutti i raggi riflessi s'incontrano sensibilmente nello stesso punto A_1 (Fig. 210), anch'esso sull'asse principale. Infatti, tra i raggi partenti da A vi è anche quello che coincide con l'asse principale AV, che

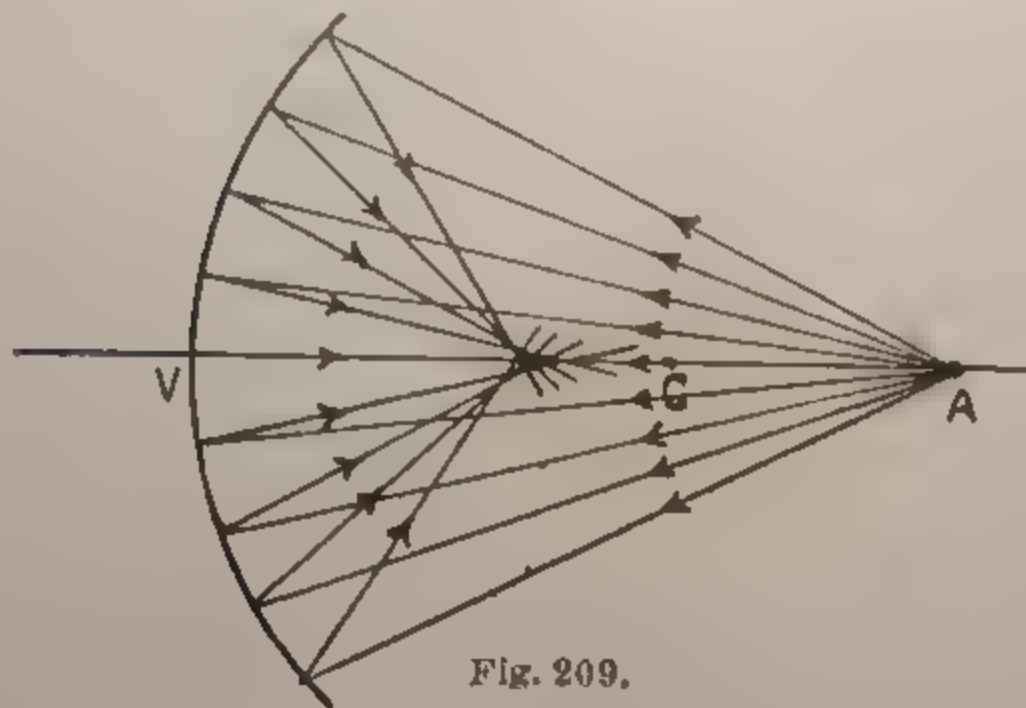



Fig. 209.

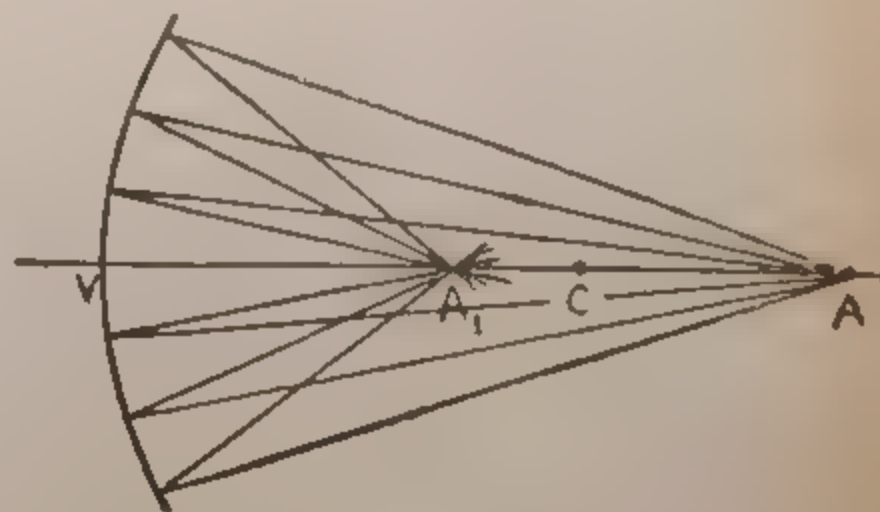



Fig. 210.

cadendo sullo specchio nella direzione della normale, si riflette su sè stesso e passerà anch'esso per A_1. Questo punto si chiama l'**immagine** del punto A; i due punti A ed A_1 si chiamano i **punti coniugati**. Concludendo:

Se lo specchio è di piccola apertura, ad un fascio di raggi incidenti omocentrici (§ 175) *corrisponde un fascio di raggi riflessi pure omocentrici.*

196. **Formula dei punti coniugati.** — Sostituendo nella 1) ad AI ed A_1I rispettivamente AV ed A_1V, si ottiene:

2) $$AV : A_1V = AC : A_1C.$$ Poniamo:

$(AV) = p$; $(A_1V) = q$; $(VC) = r$; convenendo di considerare tali misure positive se corrispondenti a segmenti giacenti dalla parte della superficie speculare dello specchio, negative se dalla parte non riflettente; si ha:

$(AC) = p - r$; $(A_1C) = r - q$. Sostituendo nella 2):

$p : q = (p - r) : (r - q)$; risolvendo:

3) $p(r - q) = q(p - r)$; sviluppando: $pr - pq = pq - qr$,

o anche: $qr + pr = 2pq$; e dividendo tutta l'equazione per pqr:

4) $$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{r}.$$

Questa relazione tra p, q ed r si chiama la **formula dei punti coniugati**. Essa serve, assegnata la posizione del punto luminoso A, a trovare la sua immagine A_1. Per questo si misura la distanza di A dallo specchio, e il numero trovato si sostituisce in luogo di p nella 4); si mette in luogo di r il numero (noto, se è dato lo specchio) che misura il raggio dello specchio; la 4) diventa allora un'equazione numerica di 1° grado rispetto all'incognita q, risolvendo la quale si trova il valore di q; questo, determina sull'asse principale a partire da V, *avanti* allo specchio se è positivo, e *dietro* lo specchio, se è negativo, la posizione dell'immagine A_1.

[illegible] *l'immagine di un punto, posto a* m *4,20 da uno specchio concavo,* [illegible] *è di cm 60?*

[illegible] in questo caso: $p = cm\ 420$ $\quad r = cm\ 60$; $\quad$ sostituendo nella 4):

$$\frac{1}{420} + \frac{1}{q} = \frac{2}{60}, \quad \text{da cui:} \quad \frac{1}{q} = \frac{2}{60} - \frac{1}{420} = \frac{13}{420}; \quad \text{cioè:}$$

$$q = cm\ \frac{420}{13} = \text{cm } 32{,}3.$$

L'immagine dunque è avanti allo specchio alla distanza di *cm* 32,3.

197. **Fuoco.** — La 4) vale per qualunque posizione del punto luminoso A; vale quindi anche se A è infinitamente lontano. Facendo in essa $p = \infty$ e ponendo mente che $\frac{1}{\infty} = 0$, si ha:

$$\frac{1}{q} = \frac{2}{r} \quad \text{e} \quad q = \frac{r}{2}$$

L'immagine adunque in questo caso è a metà del raggio. Se il punto A è all'infinito vuol dire che i raggi provenienti da esso sono paralleli all'asse principale; in questo caso pertanto i raggi riflessi s'incontrano nel punto F posto a metà fra C e V, (Fig. 211). Questo punto si chiama il **fuoco principale.** I raggi riflessi s'incontrano *realmente* in tal punto; tanto che ponendo ivi un foglio di carta, vi vediamo disegnarsi un punto luminoso veramente esistente: quindi nello specchio concavo il *fuoco è reale.*

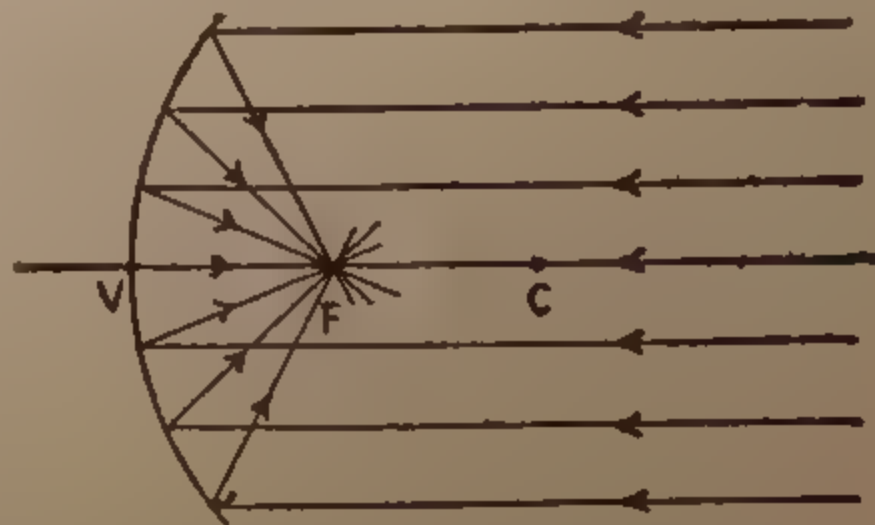



Fig. 211.

L'esperienza può farsi facendo cadere sullo specchio un fascio di raggi solari, che si possono ritenere praticamente paralleli; si vede con l'occhio, per l'illuminazione del pulviscolo, il cono dei raggi riflessi, che ha il vertice sul fuoco. In questo punto convergono anche i raggi calorifici, onde vi può essere una temperatura elevata; tanto che ponendovi un fuscellino di legno esso piglia fuoco; da cui il suo nome. La leggenda vuole che in tal guisa Archimede, con grandi specchi concavi chiamati *specchi ustori*, abbia incendiato dalla riva le navi romane che assediavano Siracusa.

Chiamasi **distanza focale** la misura della distanza FV dal fuoco al vertice dello specchio; s'indica con f. Per quanto si è ora dimostrato, è:

$$f = \frac{r}{2}, \quad \text{e quindi:} \quad \frac{1}{f} = \frac{2}{r}.$$

Sostituendo nella 4) si ha:

$$5) \qquad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f},$$

che è la formula usuale dei punti coniugati. Essa dice che:

La somma delle inverse delle distanze del punto luminoso e della sua immagine dallo specchio, è uguale all'inversa della distanza focale.

Si può dimostrare anche geometricamente, che il fuoco principale è a metà tra il vertice ed il centro.

Infatti, sia AI un raggio parallelo all'asse principale (Fig. 212), incidente in I; sia IC la normale nel punto d'incidenza, i l'angolo d'incidenza. Il raggio si riflette secondo IF, in modo che $\widehat{r} = \widehat{i}$. Ma l'angolo ICF, alterno interno con $\widehat{i}$ tra le parallele AI e CV tagliate dalla trasversale IC, è uguale ad $\widehat{i}$, e quindi ad $\widehat{r}$; cioè il triangolo IFC è isoscele, ed è: $FC = FI$. Ora, se lo specchio è di piccola apertura, è sensibilmente:

$FI = FV$, e quindi: $FC = FV$. *c. d. d.*

Fig. 212.

198. **Posizione di un punto e della sua immagine.** — Dalla formula 5) dei punti coniugati, si possono ricavare algebricamente i limiti entro cui varia q, per i diversi valori di p compresi tra 0 e ∞.

Dalla definizione di fuoco, scaturisce senz'altro:

1. Se il punto luminoso è all'infinito, la sua immagine è sul fuoco.

Sia ora il punto luminoso tra l'infinito ed il centro di curvatura; cioè $p > 2f$. Sostituendo nella 5) si ricava:

$$\frac{1}{2f} + \frac{1}{q} > \frac{1}{f}; \quad \text{cioè:} \quad \frac{1}{q} > \frac{1}{f} - \frac{1}{2f}, \quad \text{o anche:} \quad \frac{1}{q} > \frac{1}{2f}; \quad \text{da cui:}$$

$q < 2f$; l'immagine è in tal caso tra il fuoco e il centro di curvatura; quindi:

2. Se il punto luminoso è tra l'infinito ed il centro di curvatura, l'immagine è tra il fuoco ed il centro di curvatura.

Per $p = 2f$, si ricava dalla 5):

$$\frac{1}{2f} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}, \quad \text{da cui:} \quad \frac{1}{q} = \frac{1}{2f}, \quad \text{e:} \quad q = 2f. \quad \text{Cioè:}$$

3. Se il punto luminoso è sul centro di curvatura, anche l'immagine è sul centro di curvatura.

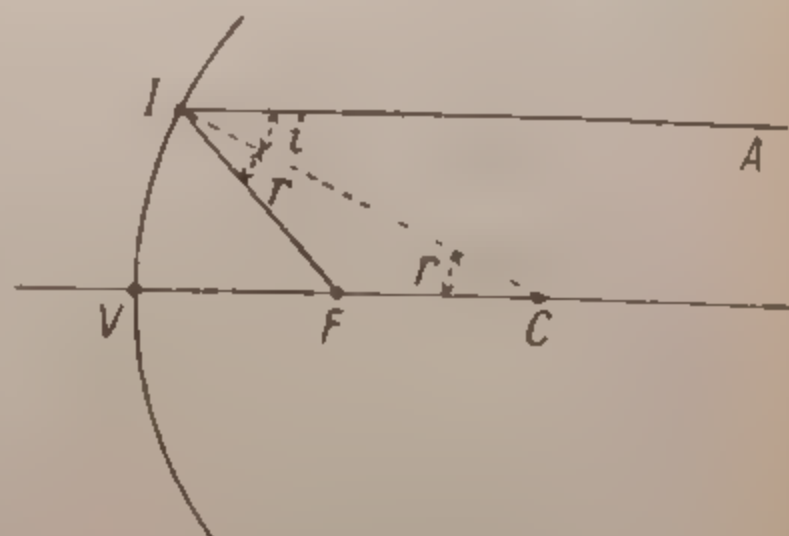
Ciò si deduce anche direttamente; infatti, in tal caso, tutti i raggi partenti da C cadono sullo specchio secondo le normali, e vengono perciò riflessi su sè stessi, incontrandosi nuovamente in C.

Sia ora il punto luminoso tra il centro di curvatura ed il fuoco; cioè $p < 2f$. Si ricava dalla 5):

$$\frac{1}{2f} + \frac{1}{q} < \frac{1}{f}, \quad \text{cioè:} \quad \frac{1}{q} < \frac{1}{2f}, \quad \text{e:} \quad q > 2f;$$

l'immagine in tal caso è tra il centro di curvatura e l'infinito. Quindi:

4. Se il punto luminoso è tra il centro di curvatura ed il fuoco, l'immagine è tra il centro di curvatura e l'infinito.

Questo caso, che è l'inverso del 2º, era facilmente intuibile, perchè la formula dei punti coniugati non varia, permutando p con q; cioè se di un punto luminoso A l'immagine è A_1, viceversa di un punto luminoso A_1 l'immagine è A. Ciò giustifica la denominazione di *punti coniugati*.

Esso è anche un caso particolare del **principio della reciprocità del cammino dei raggi luminosi**, che dice: *se un raggio luminoso* r *dopo aver attraversato diversi mezzi trasparenti in un certo senso, esce nella direzione* r′, *inversamente partendo dalla direzione* r′ *e attraversando in senso contrario i medesimi mezzi, torna indietro nella direzione primitiva* r.

In questi casi l'immagine è *reale*, perchè esiste realmente, e può raccogliersi su uno schermo; essendo *formata dall'incontro effettivo dei raggi riflessi.*

Per $p = f$ si ricava dalla 5):

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}, \quad \text{cioè:} \quad \frac{1}{q} = 0, \quad \text{e:} \quad q = \infty; \quad \text{cioè:}$$

5. *Se il punto luminoso è sul fuoco, la sua immagine è all'infinito.*

Cioè i raggi provenienti dal fuoco, si riflettono parallelamente all'asse principale. È il caso inverso del 1°.

Se $p < f$, sostituendo nella 5) si ricava:

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{q} < \frac{1}{f}, \quad \text{cioè:} \quad \frac{1}{q} < 0, \quad \text{e:} \quad q < 0.$$

Avendo convenuto di riportare dalla stessa parte dello specchio i valori positivi di p e q, un valore negativo di q si deve riportare da parte opposta rispetto allo specchio (§ 196). Cioè i raggi riflessi sono divergenti e non s'incontrano; ma s'incontrano i loro prolungamenti in un punto A_1 dietro lo specchio, (Fig. 213). Il punto A_1 non esiste realmente; ma l'occhio riceve i raggi riflessi dallo specchio come se provenissero da A_1, quindi *vede* in A_1 un punto luminoso, che è l'immagine *virtuale* di A. Quindi:

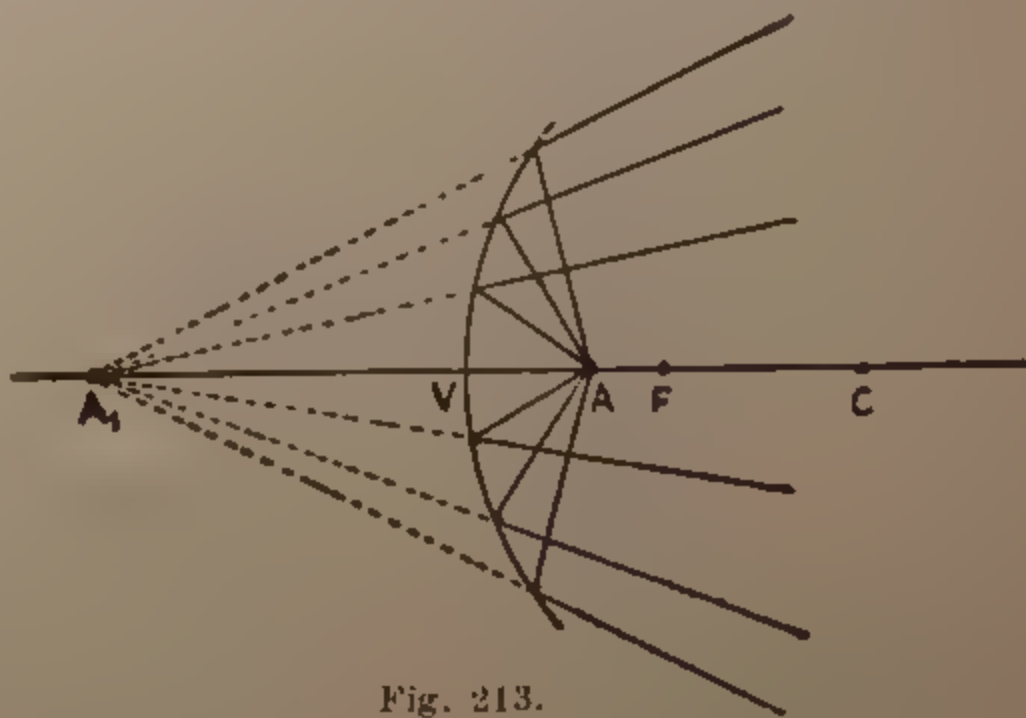



Fig. 213.

6. *Se il punto luminoso è tra il fuoco e lo specchio, l'immagine è virtuale, dietro lo specchio.*

Si noti la variazione con continuità fra le posizioni del punto luminoso e dell'immagine. Il punto luminoso parte dall'infinito e viene sino allo specchio; l'immagine parte dal fuoco e viene incontro al punto luminoso, si incontrano in C e si scambiano: il punto da C va verso il fuoco e l'immagine da C s'allontana verso l'infinito. Quando il punto luminoso raggiunge il fuoco, l'immagine è infinitamente lontana; ma appena il punto ha oltrepassato il fuoco verso lo specchio, l'immagine deve passare dietro lo specchio.

Ora, ad una variazione *continua* della posizione del punto, deve corrispondere una variazione *continua* della posizione dell'immagine; quindi al passaggio graduale del punto per il fuoco, deve corrispondere un passaggio *senza salti* dell'immagine, dal punto all'infinito dell'asse principale *avanti* lo specchio, al punto all'infinito del medesimo asse *dietro* lo specchio. Questi due punti all'infinito dell'asse principale devono pertanto coincidere.

Risolvendo la 5) rispetto a q, si ottiene:

6) $$q = \frac{pf}{p-f}$$

Facendo in essa $p = 0$, risulta: $q = 0$; cioè:

7. Se il punto luminoso è sullo specchio, l'immagine coincide con esso.

Le verifiche sperimentali di queste posizioni mutue del punto luminoso e della sua immagine, non possiamo farle ora, non potendo praticamente disporre di una sorgente luminosa puntiforme; le faremo allorchè avremo parlato dell'immagine di un oggetto (§ 201).

199. **Formula di Newton.** — Vogliamo trasformare la formula dei punti coniugati, esprimendo la posizione del punto luminoso e della sua immagine, per mezzo della distanza di essi dal fuoco, anzichè dal vertice.

Fig. 214.

Sia A il punto luminoso, A_1 la sua immagine, F il fuoco, (Fig. 214). Poniamo: $(AF) = a$, $(A_1F) = b$. Si ha allora:

$$p = (AV) = (AF) + (FV) = a + f;$$

$$q = (A_1V) = (A_1F) + (FV) = b + f.$$

Sostituendo nella 5) si ricava:

$$\frac{1}{a+f} + \frac{1}{b+f} = \frac{1}{f}, \quad \text{riducendo a forma intera:}$$

$$f(b+f) + f(a+f) = (a+f)(b+f), \quad \text{sviluppando:}$$

$$bf + f^2 + af + f^2 = ab + bf + af + f^2 \quad \text{e riducendo:}$$

7) $$ab = f^2$$

Questa va sotto il nome di **formula di Newton** e dice che:

La distanza focale è media proporzionale tra le distanze del punto luminoso e della sua immagine dal fuoco principale.

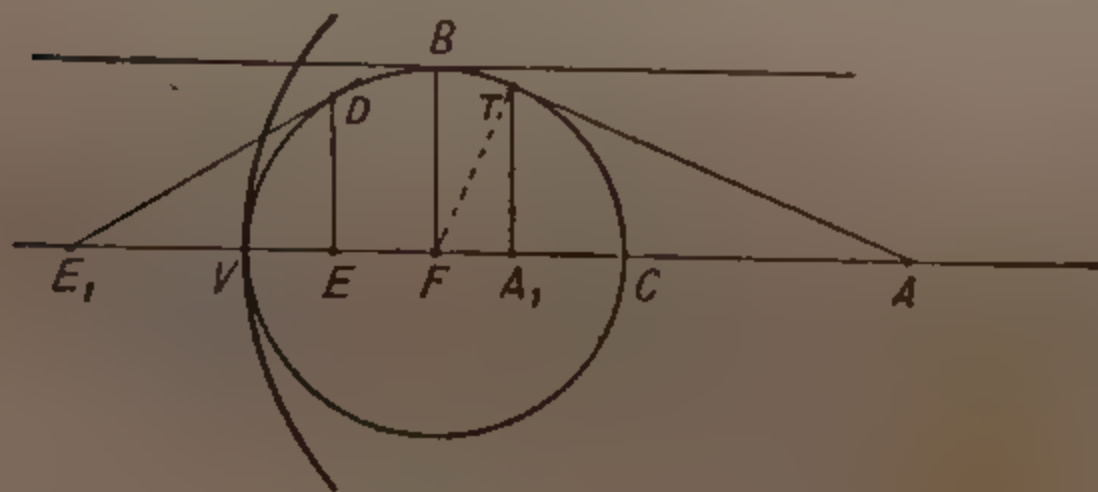



Fig. 215.

La 7) ci permette di dedurre una costruzione grafica dell'immagine di un punto luminoso posto sull'asse principale. Con centro nel fuoco F e raggio $(FV) = f$, si descriva una circonferenza, (Fig. 215). Sia A il punto luminoso; se è esterno al cerchio F, si conduca da A una tangente AT alla circonferenza, e dal punto di contatto T si abbassi la perpendicolare TA_1 all'asse principale. Il piede A_1 di essa è l'immagine cercata di A.

Infatti, congiungendo T con F, il raggio FT è perpendicolare alla tangente nel suo estremo T; perciò il triangolo ATF è rettangolo in T, di cui FT è un cateto, ed A_1F la proiezione di questo sull'ipotenusa.

[illegible]olo rettangolo ATF, per il 1° teorema di Euclide, si ha:

$$AF : FT = FT : A_1F;$$

ossia, essendo: $(FT) = f$, $(AF) = a$, $(A_1F) = b$, sostituendo:

$$a : f = f : b; \qquad \text{cioè:} \qquad ab = f^2;$$

che coincide con la 7).

Se il punto luminoso A_1 è tra C ed F, si fa la costruzione nell'ordine inverso: da A_1 s'innalza la perpendicolare A_1T all'asse principale; essa incontra la circonferenza in T, (perchè A_1 è interno al cerchio); la tangente in T taglia l'asse principale in A, che è l'immagine di A_1.

Se il punto luminoso è in F, per la costruzione precedente la tangente risulta parallela all'asse principale e l'immagine va all'infinito.

Se il punto luminoso E è tra F e V, la tangente in D incontra l'asse principale in E_1, dietro lo specchio, e l'immagine è virtuale.

200. Punto fuori dell'asse principale - Piano focale. — Se il punto luminoso A è fuori dell'asse principale, si conduca l'asse secondario AC passante per esso (Fig. 216); tutto quanto si è detto per l'asse principale si può ripetere ora per un asse secondario. Esisterà su questo un *fuoco secondario* F_1 punto d'incontro di tutti i raggi riflessi dei raggi luminosi paralleli all'asse secondario AV_1. Di questi fuochi secondari ve n'è infiniti, uno per ogni asse. Il loro luogo (per uno specchio di piccola apertura) è sensibilmente un piano passante per il fuoco principale e perpendicolare all'asse principale; e si chiama il **piano focale**.

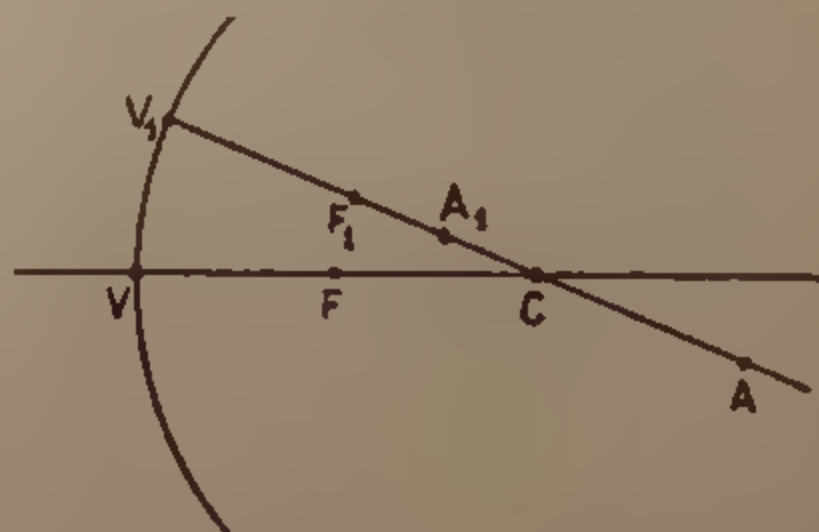



Fig. 216.

Applicando la formula 5), e contando le distanze p, q, f sull'asse secondario AV_1, si potrà trovare la posizione dell'immagine A_1 di A.

201. Costruzione grafica dell'immagine. — Ma se il punto luminoso è fuori dell'asse principale, se ne ottiene più facilmente l'immagine con una

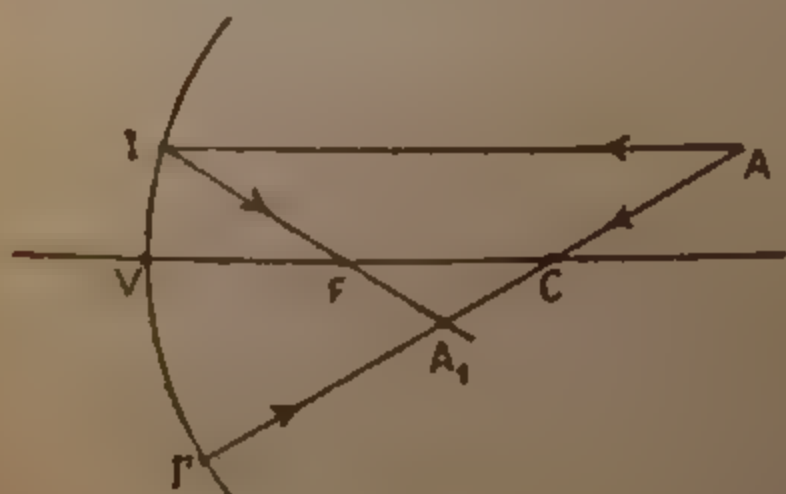
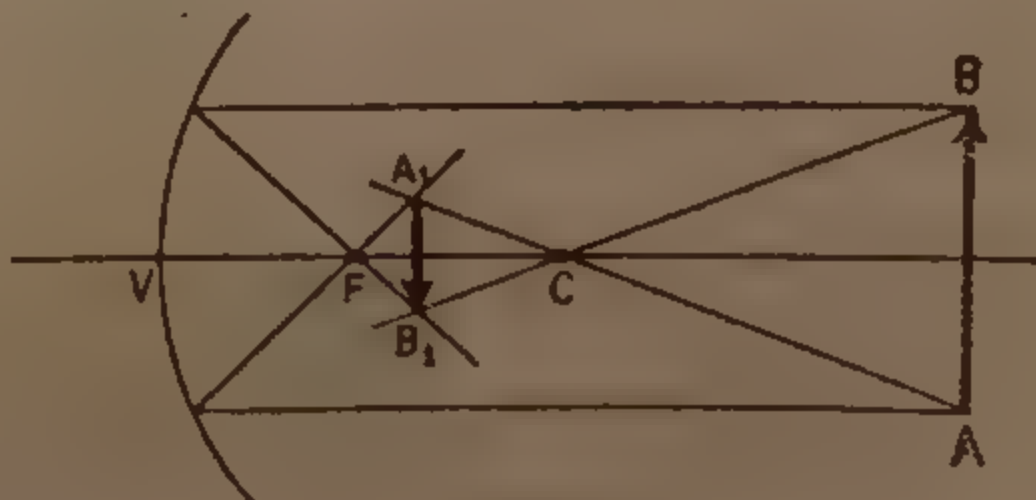



Fig. 217. Fig. 218.

costruzione grafica. Questa è basata sul fatto che se, per definizione, l'immagine è il punto d'incontro di *tutti* i raggi riflessi, per determinarla baste-

ranno *due soli* di tali raggi, e tra gli infiniti raggi partenti dal punto luminoso, ne sceglieremo *due particolari* di cui è nota la direzione in cui si riflettono.

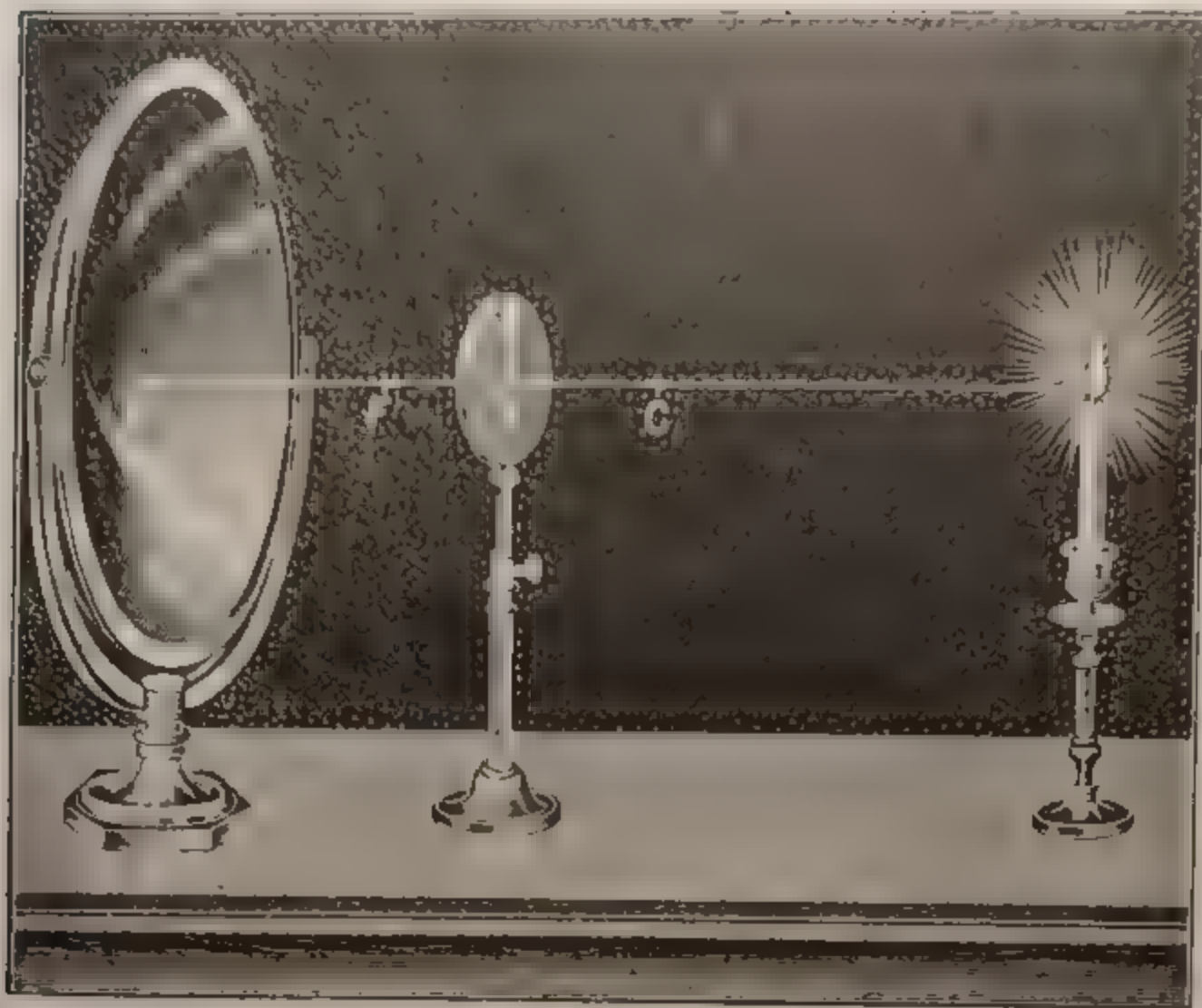



Fig. 219.

Ecco la costruzione più comunemente adottata; dato uno specchio, il centro ed il fuoco sono da considerarsi come noti:

Sia A (fig. 217) il punto luminoso: da esso conduciamo il raggio AI parallelo all'asse principale, che si riflette passando per il fuoco; si conduce poi il raggio ACI' passante per il centro di curvatura, che si riflette su sè stesso; i due raggi riflessi IF, $I'C$ s'incontrano in un punto A_1 che è l'immagine cercata.

Fig. 220.

Applichiamo tale costruzione nei diversi casi, per trovare l'immagine di un oggetto.

Questo sia rappresentato da una *freccia*, e ci limiteremo allora a trovare l'immagine degli estremi.

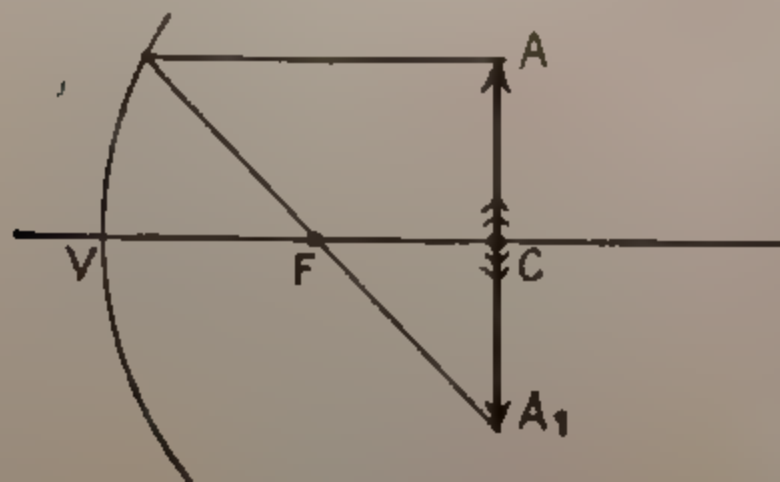
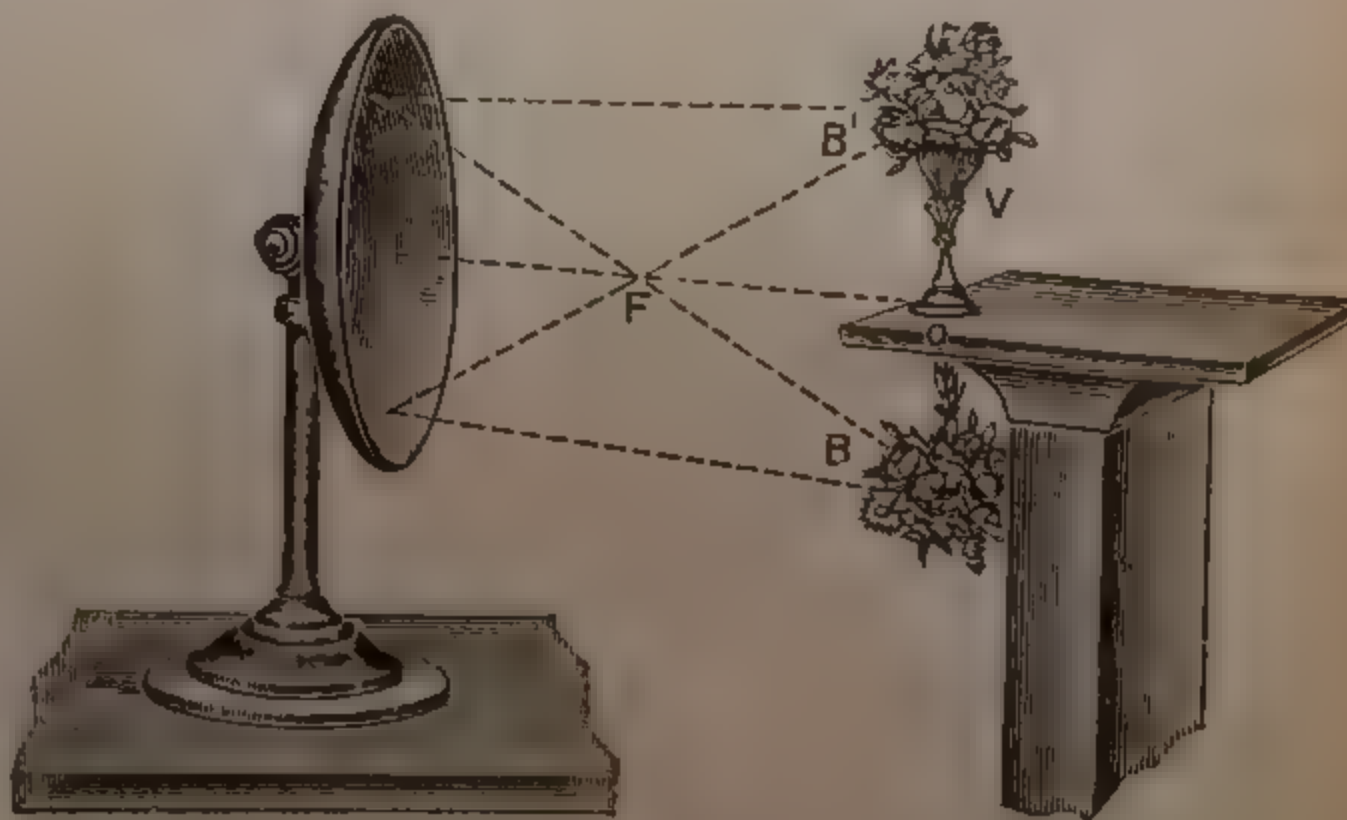



Fig. 221.

Riportiamo i casi principali, con le relative costruzioni grafiche; in esse AB rappresenta l'oggetto, ed A_1B_1 la sua immagine [1]:

1. Se l'oggetto è tra l'infinito ed il centro di curvatura,

(1) Come regola mnemonica: l'immagine reale è capovolta e quella virtuale è diritta; tra l'oggetto e l'immagine è più grande chi è più distante dallo specchio (§ 202).

l'immagine è tra il fuoco ed il centro di curvatura; ed è reale, capovolta, impiccolita, (Fig. 218). La verifica sperimentale è indicata nella Fig. 219.

2. Se l'oggetto è al centro di curvatura, anche l'immagine è al centro di curvatura; ed è reale, capovolta, della stessa grandezza, (Fig. 220).

Fig. 222.

Per la verifica si può collocare una vaso *V senza fiori*, su un sostegno al centro di curvatura *O* dello specchio, (Fig. 221). Sotto al sostegno è nascosto un mazzo di fiori *B*. Se ne ottiene un'immagine reale B' su V, che dà l'illusione di un oggetto veramente esistente; tanto che sembra di vedere realmente un vaso col suo mazzo sopra.

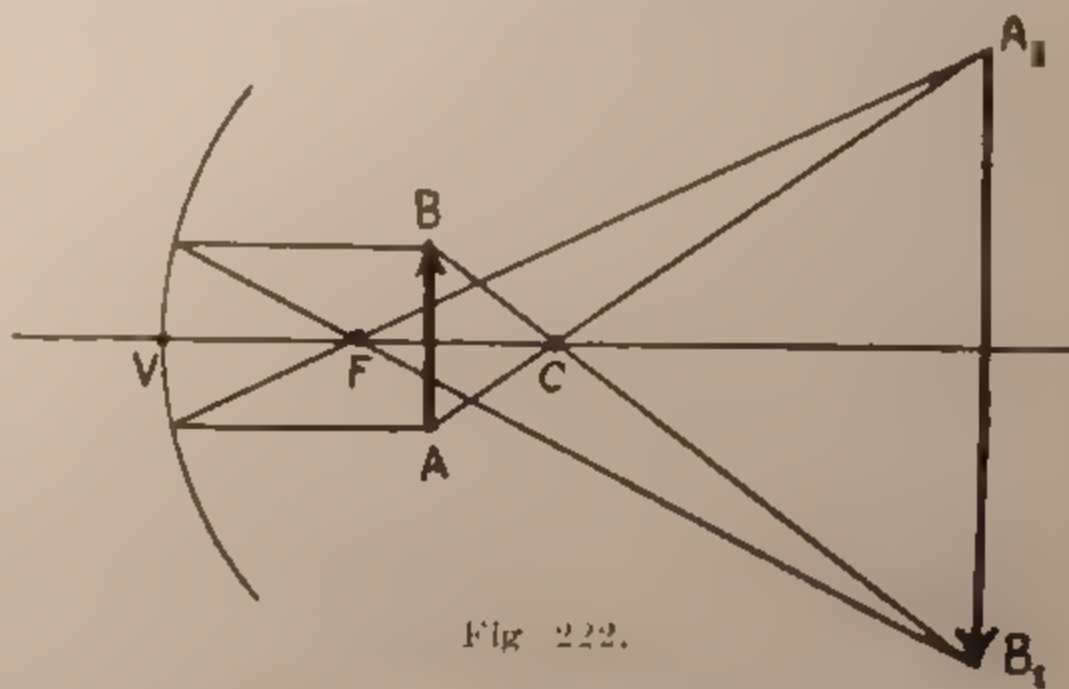



Fig. 223.

3. Se l'oggetto è tra il centro di curvatura ed il fuoco, l'immagine è tra il centro di curvatura e l'infinito; ed è reale, capovolta, ingrandita, (Fig. 222). La verifica sperimentale è rappresentata in Fig. 223.

4. Se l'oggetto è sul piano focale, l'immagine è all'infinito, infinitamente grande.

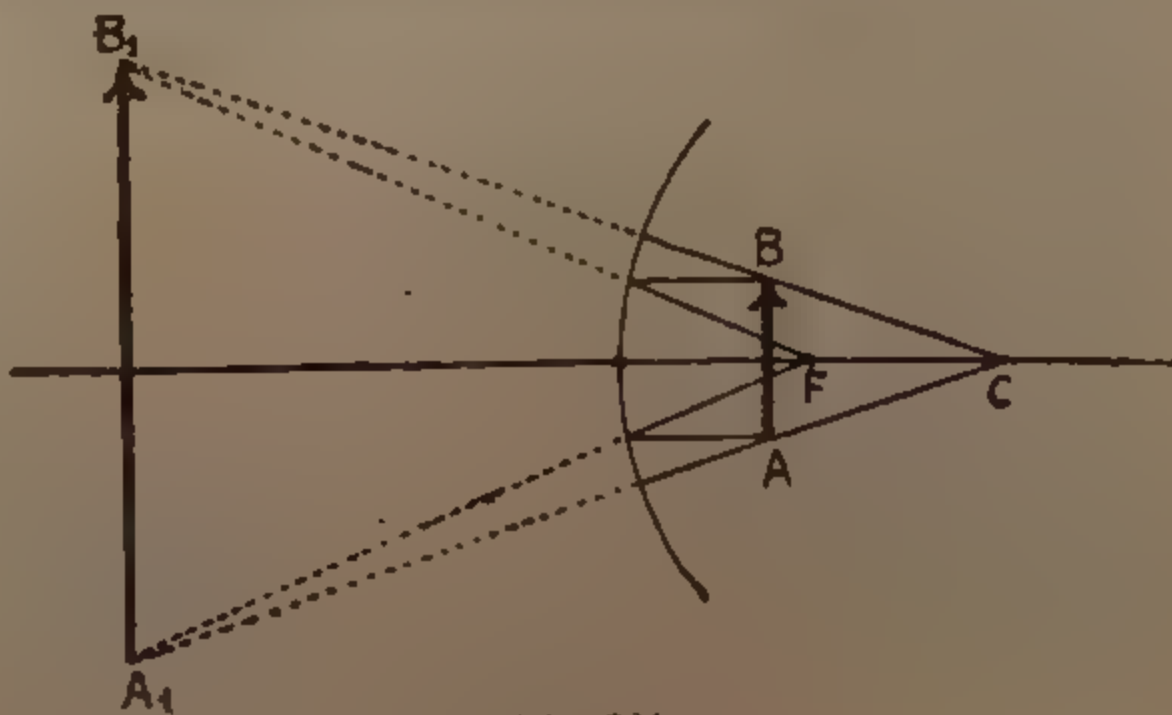



Fig. 224.

5. *Se l'oggetto è tra il fuoco e lo specchio, l'immagine è dietro lo specchio, virtuale, diritta, ingrandita,* (Fig. 224).

La verifica sperimentale è rappresentata nella Fig. 225.

Fig. 225.

202. **Ingrandimento.** — Chiamasi **ingrandimento** *il rapporto fra la grandezza* (1) *dell'immagine e quella dell'oggetto.* Cioè, chiamando G l'ingrandimento è:

$$G = \frac{(A_1 B_1)}{(AB)}.$$

Ora, per la similitudine dei triangoli ABC, A_1B_1C (Fig. 226) è:

$$\frac{(A_1 B_1)}{(AB)} = \frac{(CO')}{(CO)} = \frac{r-q}{p-r}; \text{ quindi: }$$

$$G = \frac{r-q}{p-r}$$

Dalla 3) del § 196 si ricava:

$$\frac{r-q}{p-r} = \frac{q}{p}; \text{ quindi sostituendo:}$$

8) $$G = \frac{q}{p}; \quad \text{cioè:}$$

La grandezza dell'immagine e quella dell'oggetto, stanno tra loro come le rispettive distanze dallo specchio.

Fig. 226.

Ciò giustifica quanto dicemmo nella nota del § 201.

Vedemmo nella 6) del § 198, che:

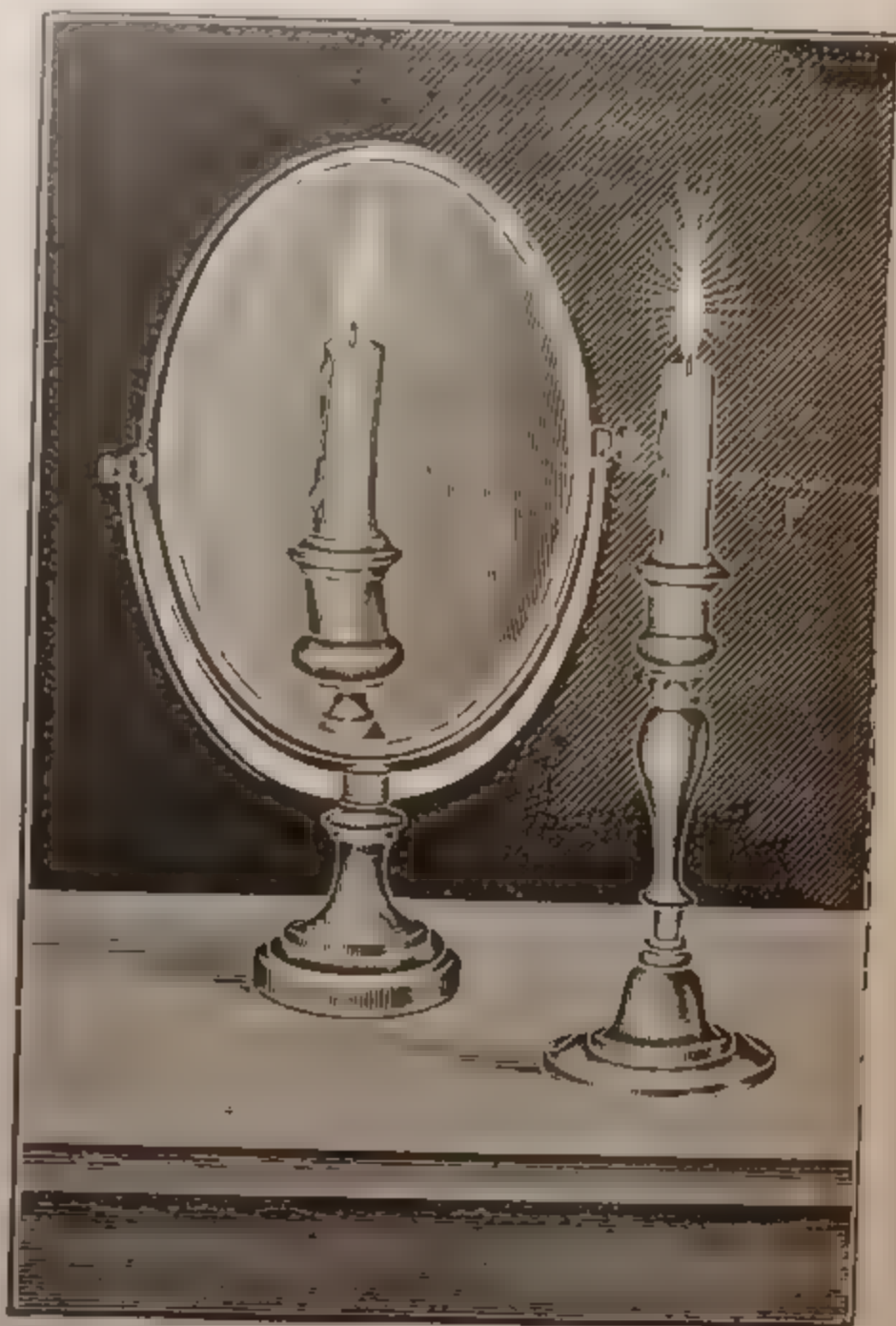
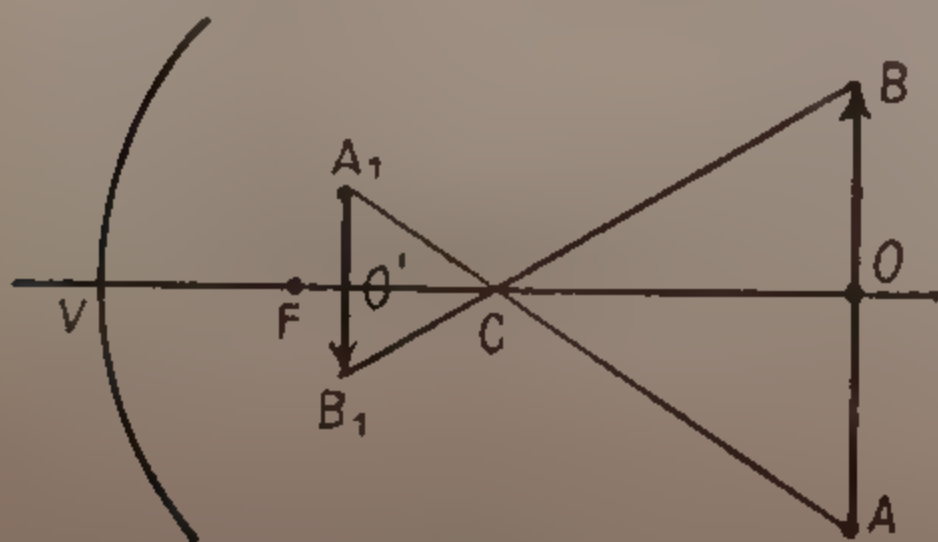
$$q = \frac{pf}{p-f};$$

quindi sostituendo nella 8):

9) $$G = \frac{f}{p-f};$$

che permette di calcolare il valore dell'ingrandimento in funzione della distanza dell'oggetto dallo specchio.

Dalla 9) si ricava che per $p > 2f$, è: $G < \frac{f}{2f-f}$, cioè: $G < 1$; quindi l'immagine è minore dell'oggetto; ciò corrisponde al caso *1* del § 201.

---

(1) Per grandezza dell'oggetto o dell'immagine in Ottica non s'intende la sua superficie (e tanto meno il volume), ma una dimensione lineare di questa. Così, se la figura è circolare, intenderemo il diametro; perciò si dice comunemente che (per un dato strumento d'ottica) *l'ingrandimento è*, ad es., *di 8 diametri*. In altre parole, l'ingrandimento è il *rapporto di similitudine* tra immagine ed oggetto.

Per $p = 2f$, è: $G = 1$; cioè l'immagine è uguale all'oggetto; corrisponde al caso 4 del § 201. Se $p < 2f$, è: $G > 1$, e l'immagine è maggiore dell'oggetto; corrisponde ai casi *3* e *5* del § 201.

1. Una persona alta m 1,70 è posta a m 1,50 da uno specchio concavo, la cui distanza focale è cm 30; quant'è alta la sua immagine?

Per la 9) si ha:
$$G = \frac{30}{150 - 30} = \frac{1}{4}$$

L'immagine è la quarta parte dell'oggetto, ossia: $(A_1 B_1) = cm\ (170:4) =$ **cm 42,5.**

203. **Specchi convessi.** — Lo studio di questi specchi procede in modo analogo che per i concavi. Le definizioni di vertice V, centro di curvatura C, ed asse principale CV (Fig. 227), sono come per gli specchi concavi (§ 195). Sia A un punto dell'asse principale ed AI un raggio incidente, CIN la normale nel punto d'incidenza, IR il raggio riflesso. Come si vede, questo è divergente con l'asse principale, e non l'incontra. Così avviene per tutti i raggi provenienti da A, *dovunque questo punto sia posto.*

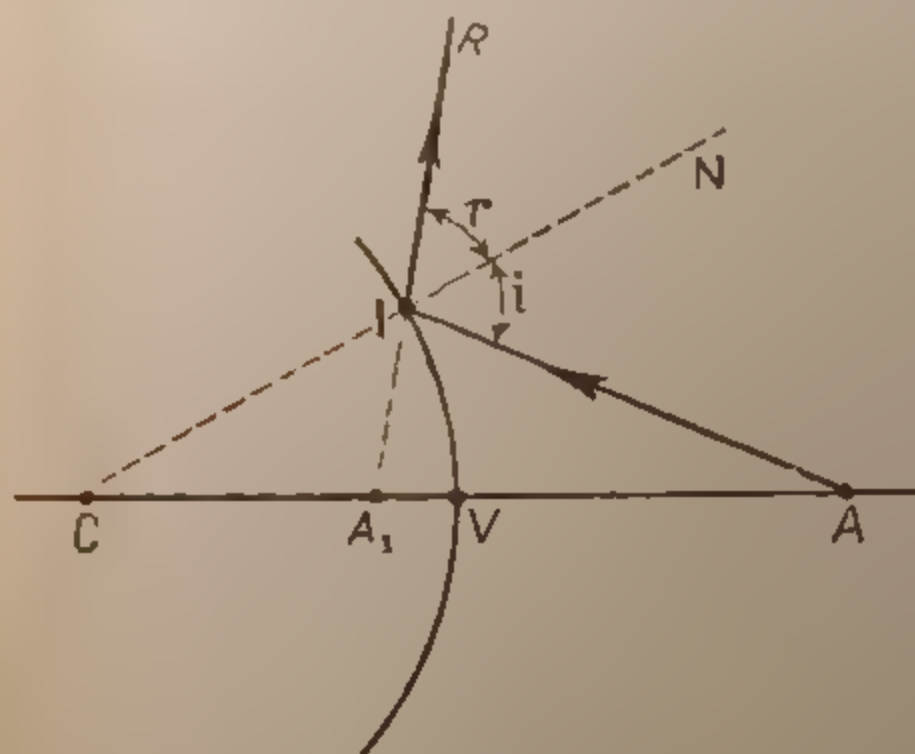
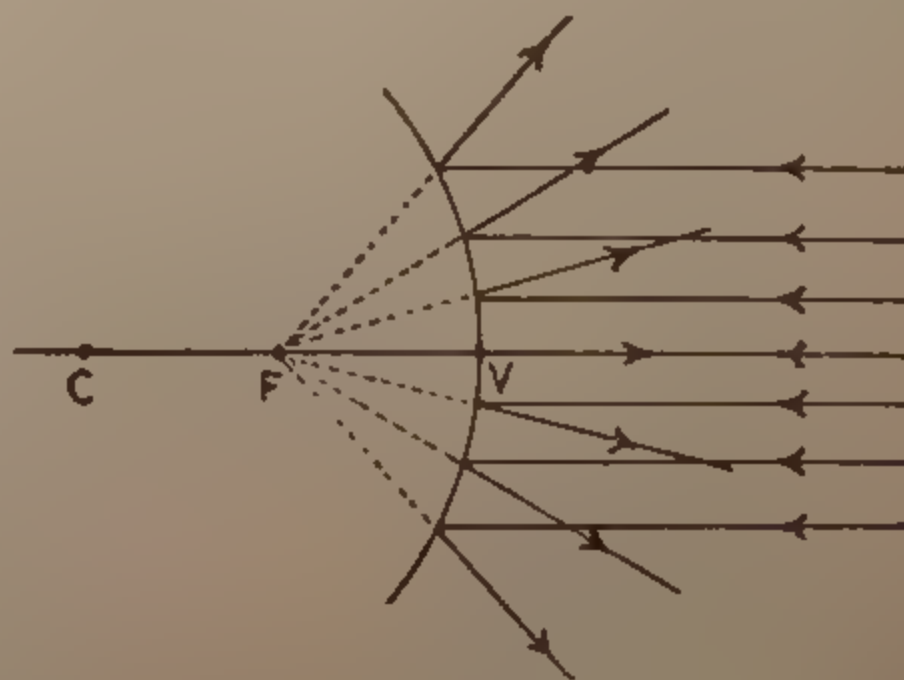



Fig. 227.

Fig. 228.

Se A è all'infinito, cioè i raggi pervengono allo specchio parallelamente all'asse principale, i prolungamenti dei raggi riflessi (se lo specchio è di piccola apertura), s'incontrano in un punto F a metà tra C e V (Fig. 228), che si chiama il **fuoco principale**; esso potrà vedersi con l'occhio, ma realmente non esiste; è cioè un *fuoco virtuale.*

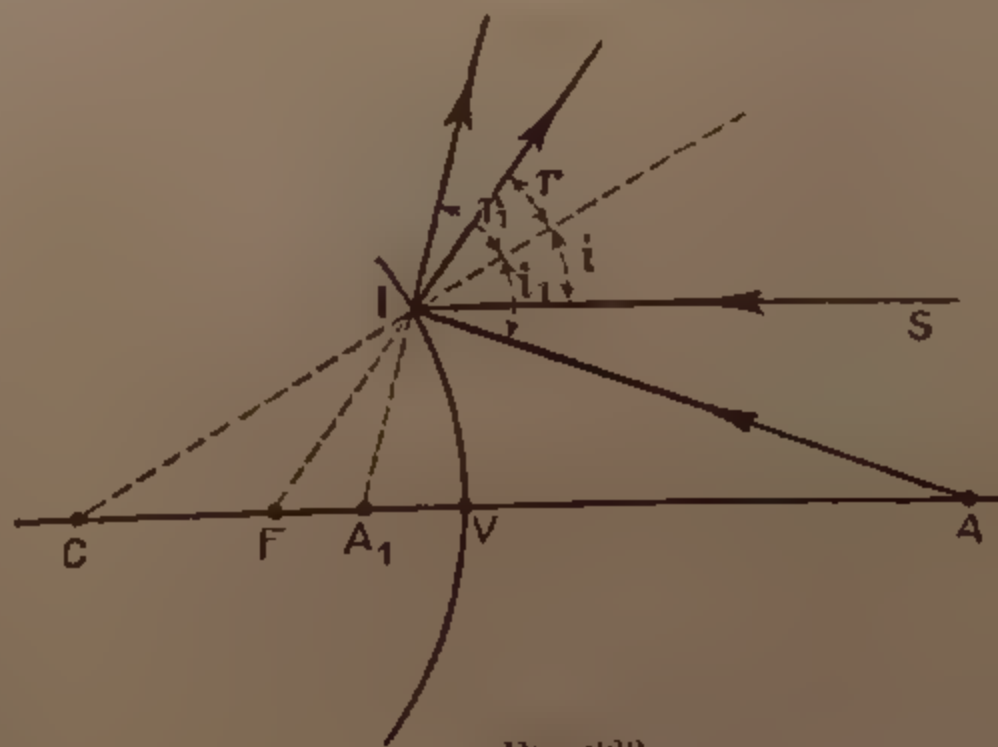



Fig. 229.

Confrontando il raggio parallelo SI, con un altro raggio AI proveniente da un punto qualunque A (Fig. 229), incidenti entrambi nello stesso punto I,

si ha che l'angolo $i_1 > i$, quindi anche $r_1 > r$. Cioè il raggio riflesso di AI diverge più che quello riflesso di SI, ed incontrerà l'asse in A_1 tra F e V. Quindi, per ogni altro punto A ovunque posto sull'asse principale, i raggi riflessi, prolungati, s'incontrano in un punto A_1, anch'esso sull'asse principale, posto tra il fuoco e lo specchio, (Fig. 230).

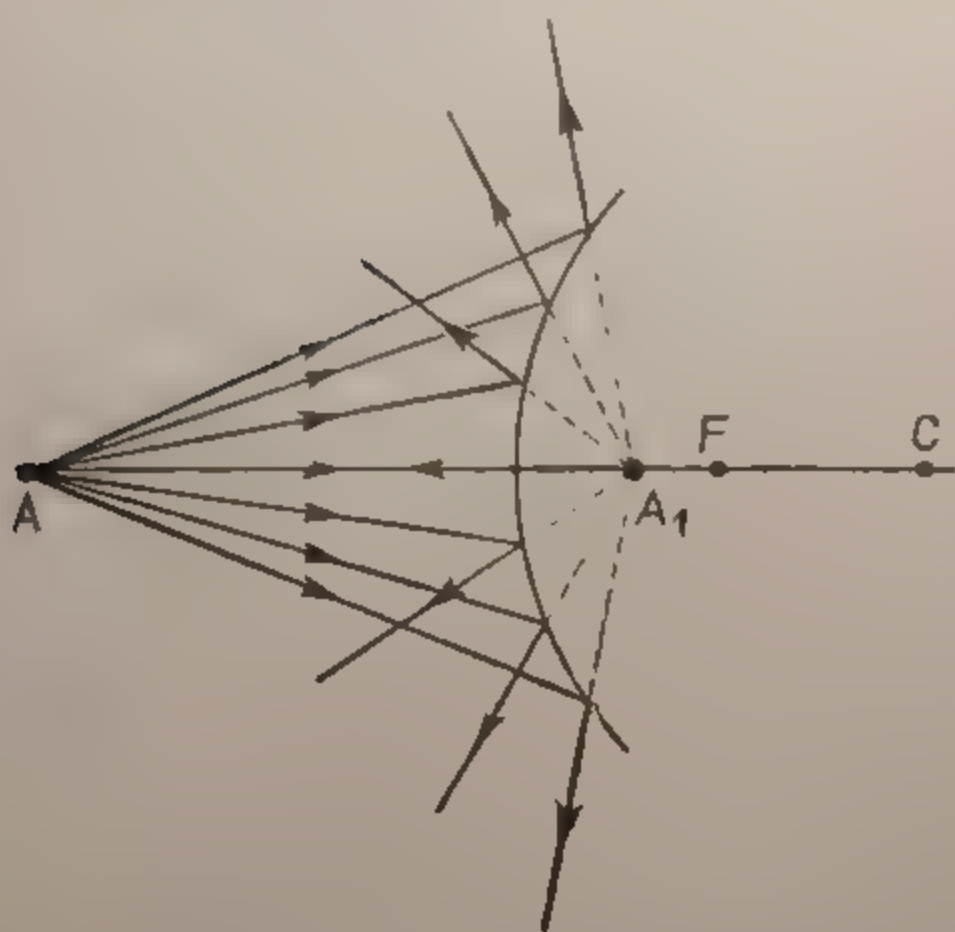



Fig. 230.

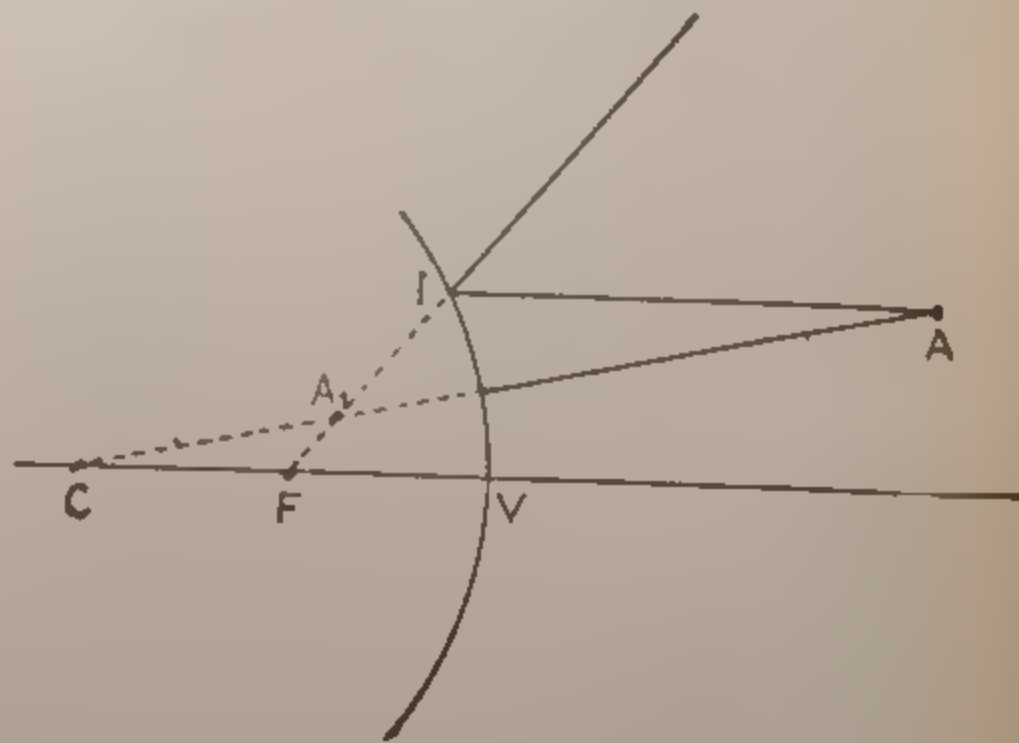



Fig. 231.

Concludendo: l'*immagine di un punto, ovunque posto, è sempre virtuale, tra il fuoco e lo specchio.*

Per determinare la posizione dell'immagine nello specchio convesso, vale ancora una *formula dei punti coniugati*; che è la 5) del § 197, allorchè q ed f si considerino negativi, (§ 196). Cioè:

$$10) \qquad \frac{1}{p} - \frac{1}{q} = - \frac{1}{f}.$$

Se il punto è fuori dell'asse principale, ne troviamo senz'altro l'immagine applicando la seguente costruzione grafica: Sia A il punto luminoso, (Fig. 231).

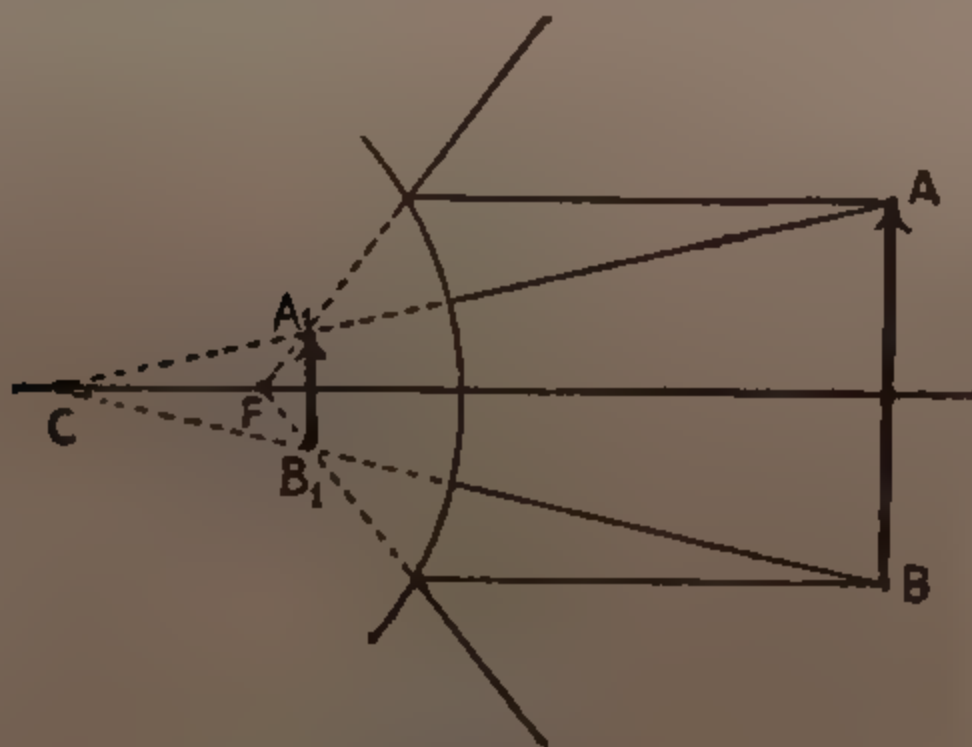
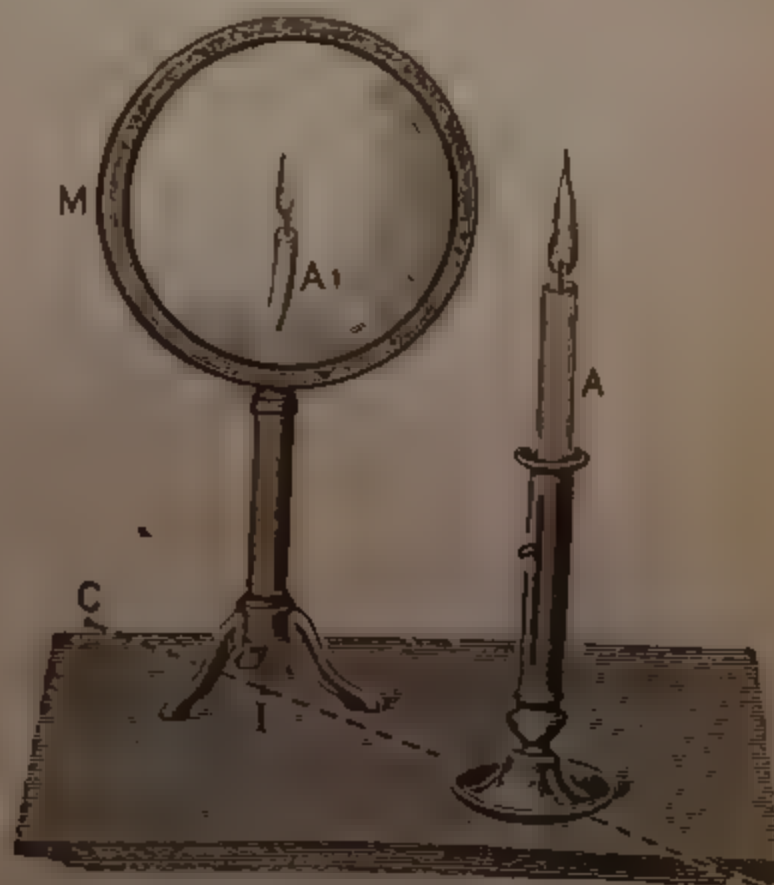



Fig. 232.

Fig. 233.

Si traccia da A il raggio AI parallelo all'asse principale, che si riflette in modo che *il suo prolungamento* passi per il fuoco; si considera poi il

raggio AC, che si riflette su sè stesso; [illegible] raggi riflessi s'incontrano nel punto A_1, ch[illegible].

Se è dato un oggetto AB (Fig. 23[illegible] [illegible] modo l'immagine A_1B_1; si ha che:

Ovunque sia l'oggetto, la sua immagine è sempre virtuale, diritta, impiccolita, tra il fuoco e lo specchio.

La Fig. 233 ne indica la verifica sperimentale.

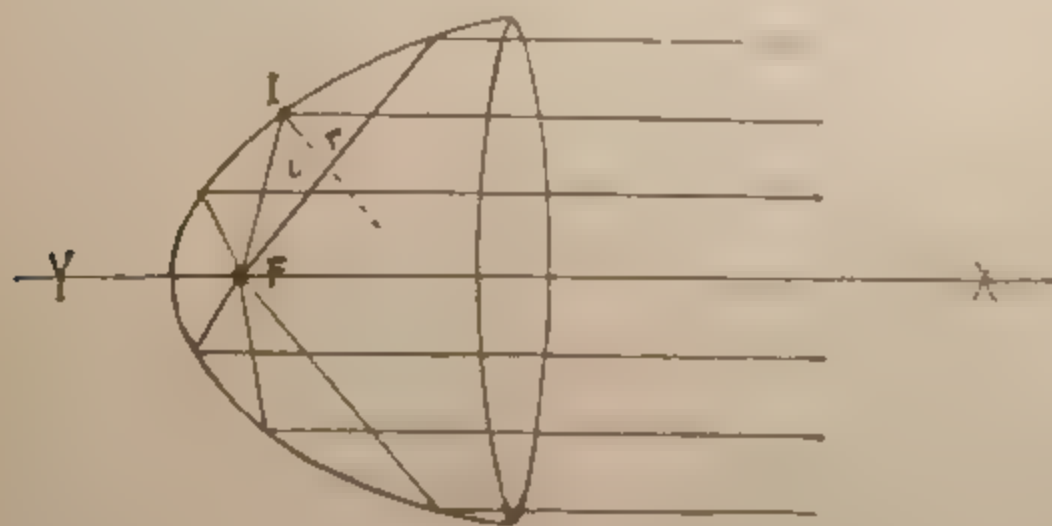



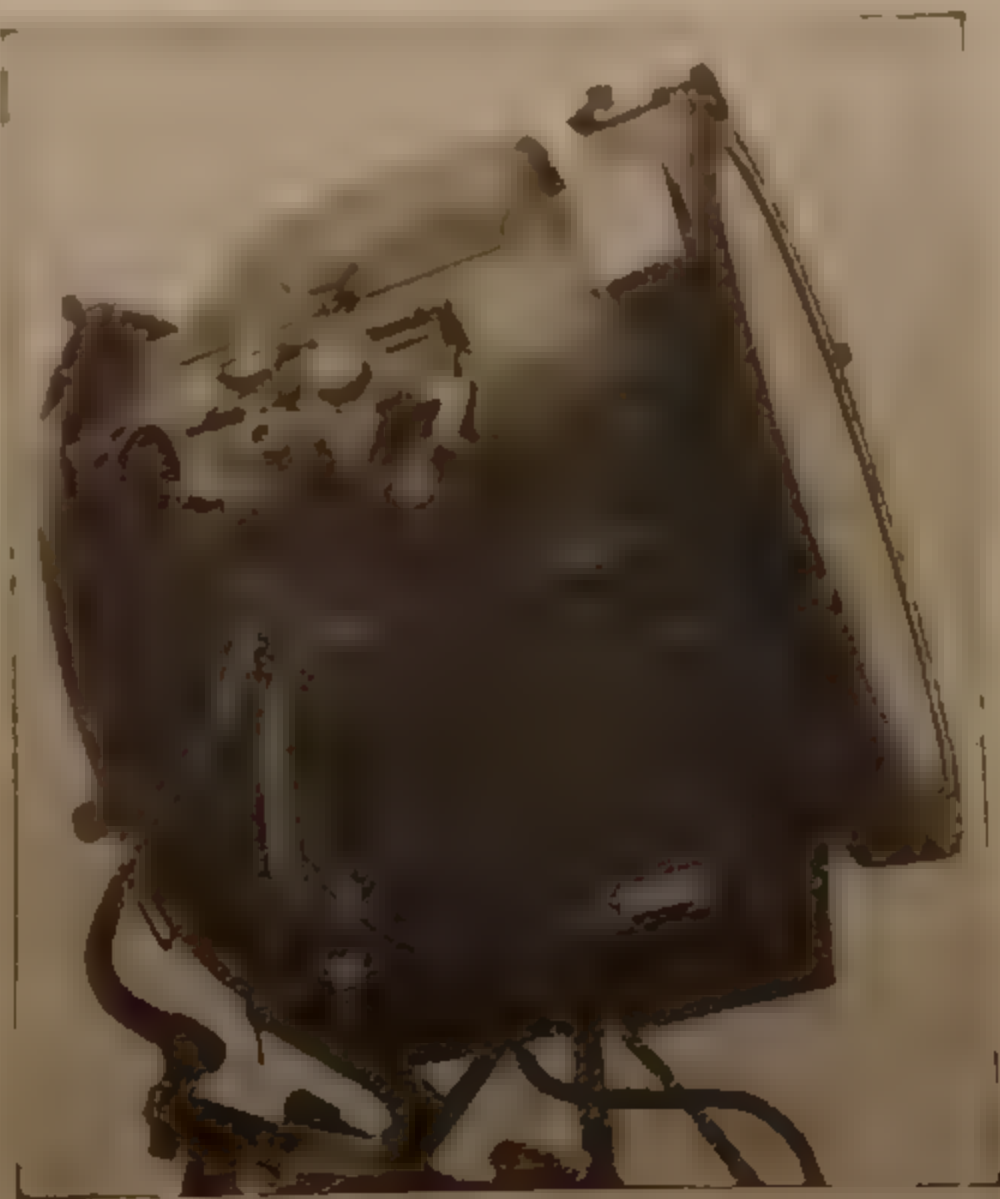
Fig. 234.

Fig. 235.

204. **Applicazione degli specchi curvi.** — Si impiegano usualmente gli specchi sferici concavi per osservare l'immagine della nostra faccia ingrandita; come vediamo comunemente dal parrucchiere. Oppure, negli apparecchi da illuminazione, per proiettare un fascio di luce in direzione determinata. Per ciò si adopera uno specchio concavo, nel cui fuoco si pone la sorgente luminosa.

Fig. 236.

Ma ricordiamo che la proprietà di riflettere in un fascio parallelo i raggi luminosi provenienti dal fuoco, vale in via di approssimazione, *per specchi di piccola apertura*. Ciò limita assai l'intensità del fascio riflesso, per formare il quale viene utilizzata solo una frazione piccola della luce emanata dalla sorgente impiegata.

Si può evitare questo inconveniente adoperando uno specchio **parabolico**; cioè uno specchio la cui superficie è un *paraboloide*, quale si ottiene facendo ruotare un arco di *parabola* attorno al suo asse, (Fig. 234). Anche questo specchio ha un fuoco; cioè un punto F tale che tutti i raggi partenti da esso si riflettono in un fascio di raggi paralleli all'asse YX; ma questa proprietà vale per tutti i raggi

partenti da F, *qualunque sia l'apertura dello specchio*. Onde il fascio riflesso è formato dalla quasi totalità dei raggi della sorgente posta in F, ed è perciò molto intenso.

In tal guisa son fatti i fari degli automobili (Fig. 235) ed i **proiettori** dell'esercito (Fig. 236), impiegati ad illuminare di notte da lontano una zona del terreno o del cielo. In questi ultimi lo specchio raggiunge dimensioni notevoli (oltre 2 *m* di diametro alla base) e vi si impiegano lampade ad arco elettrico di intensità fortissima. Tali proiettori sono montati su un carro automobile; questo contiene anche una *dinamo*, che mossa dallo stesso motore del carro, genera la corrente elettrica necessaria per il funzionamento della lampada. Si costruiscono oggi tali proiettori per l'esercito, con lampade di qualche milione di candele, i cui raggi sono visibili a più di 150 *km* di distanza; con tempo sereno permettono di scoprire un aeroplano che voli oltre i 5000 *m* di altezza.

Fig. 237.

Gli specchi sferici convessi s'impiegano nei veicoli perchè il guidatore veda dietro le sue spalle; hanno il vantaggio di permettere la visione dentro un angolo assai più ampio che non con uno specchio ordinario.

Altri specchi diversamente curvi, deformano in generale l'immagine; così fanno alcuni *specchi cilindrici* che si vedono nelle fiere a scopo di divertimento, (Fig. 237).

205. Problemi sugli specchi sferici.

a) Problemi risoluti.

1. *Uno specchio concavo di* cm *42 di raggio, è posto a* cm *25 da un oggetto lineare, lungo* cm *5. Trovare la posizione e la grandezza dell'immagine.*

(Il segmento che rappresenta l'oggetto, è perpendicolare all'asse principale; per distanza dello specchio s'intende quella del suo vertice).

Risoluzione. — Dalla formula 5) dei punti coniugati, ponendo $f = 21$, $p = 25$, si ricava:

$$\frac{1}{25} + \frac{1}{q} = \frac{1}{21}; \quad \text{da cui:} \quad \frac{1}{q} = \frac{1}{21} - \frac{1}{25} = \frac{4}{525};$$

e quindi: $q =$ **cm 131,25.**

Dalla 9) si ricava poi:

$$G = \frac{f}{p - f} = \frac{21}{4} = 5{,}25.$$

Cioè l'immagine è 5,25 volte più grande dell'oggetto; quindi è lunga: *cm* (5,25 × 5) = **cm 26,25.**

Risposta. — L'immagine è alta *cm* 26,25 ed è alla distanza di *cm* 131,25 dallo specchio, reale e capovolta.

[illegible] *punto luminoso, partendo dal vertice di uno specchio sferico concavo, la cui* [illegible] f, *si allontana nella direzione dell'asse principale con moto naturalmente* [illegible] *con l'accelerazione* a. *Dopo quanto tempo l'immagine si troverà alla distanza* d [illegible] *specchio?*

Risoluzione. — Sia x il tempo cercato; dopo tal tempo, il punto luminoso sarà alla distanza p dallo specchio, ricavata dalla legge del moto naturalmente accelerato (Vol. 1° - § 29-6):

$p = \frac{1}{2} a x^2$; sostituendo tale valore nella formula 5) dei punti coniugati, si ricava:

$$\frac{2}{a x^2} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}; \qquad \text{da cui} \qquad \frac{1}{q} = \frac{a x^2 - 2f}{a f x^2}; \qquad \text{e:}$$

$$q = \frac{a f x^2}{a x^2 - 2f}. \qquad \text{Ora, si vuole che: } q = d, \text{ quindi:}$$

$$\frac{a f x^2}{a x^2 - 2f} = d; \qquad \text{da cui:} \qquad a(d - f)\, x^2 = 2fd.$$

E finalmente, risolvendo rispetto ad x si ottiene:

$$x = \sqrt{\frac{2fd}{a(d-f)}}; \tag{11}$$

nella quale abbiamo trascurato la radice negativa, perchè non soddisfa al problema.

Per $d < f$ il radicando è negativo, ed x non ha valore reale; sappiamo infatti che in nessun caso l'immagine è tra il fuoco e lo specchio. Per $d = f$ il valore di x va al valore limite ∞; e per $d > f$ esiste per x un valore reale, determinato e finito, che soddisfa al problema.

b) Problemi da risolvère.

1. Qual'è l'immagine di un segmento luminoso, i cui estremi sono uno sul fuoco e l'altro sul centro di curvatura d'uno specchio concavo?

2. Un segmento luminoso lungo 1 *cm* è posto perpendicolarmente all'asse principale d'uno specchio concavo di 40 *cm* di raggio ed a 25 *cm* dallo specchio. A quale distanza dallo specchio occorre collocare uno schermo, perchè l'immagine dell'oggetto vi si proietti nettamente; quale sarà la grandezza di questa?

3. Uno specchio concavo ha la distanza focale di 50 *cm*. Un oggetto di 3 *cm* di altezza forma un'immagine reale alta 6 *cm*. Dov'è posto l'oggetto?

4. Lo specchio precedente è a 5 *m* da una parete, su cui si vuole proiettare la fiamma di una candela. In qual punto deve essere collocata la candela; se la fiamma è alta 3 *cm*, qual'è la grandezza dell'immagine?

5. Quale dev'essere la distanza focale di uno specchio concavo, perchè l'immagine di un oggetto alto 75 *cm*, giacente in un piano perpendicolare all'asse principale, posto a *m* 2,50 dal vertice, sia di *cm* 15?

6. Due specchi sferici concavi, aventi l'asse principale in comune, hanno le facce speculari prospicienti; le loro distanze focali sono rispettivamente f_1 ed f_2, e la distanza dei due fuochi è d. Quale dev'essere la posizione di un segmento luminoso, perpendicolare all'asse principale, perchè le immagini dei due specchi siano reali ed eguali? (Si prenda per incognita la distanza del segmento da uno dei fuochi).

7. Una palla speculare di 10 *cm* di raggio, è illuminata da una finestra di *m* 1,50 di altezza e *m* 1,00 di larghezza, posta alla distanza di 5 *m*. Determinare posizione e grandezza dell'immagine.

RIFRAZIONE

Rifrazione in mezzi illimitati.

206. La rifrazione della luce. — Dobbiamo ora studiare il passaggio della luce attraverso mezzi trasparenti diversi.

Si abbiano due mezzi trasparenti illimitati, di diversa densità, separati da una superficie piana: ad es., aria ed acqua. Sia MM' (Fig. 238) la sezione del piano di separazione, con un piano ad esso perpendicolare. Sia SI un raggio luminoso (nel piano secante) proveniente dal primo mezzo; si chiama il **raggio incidente**, ed I il *punto d'incidenza*.

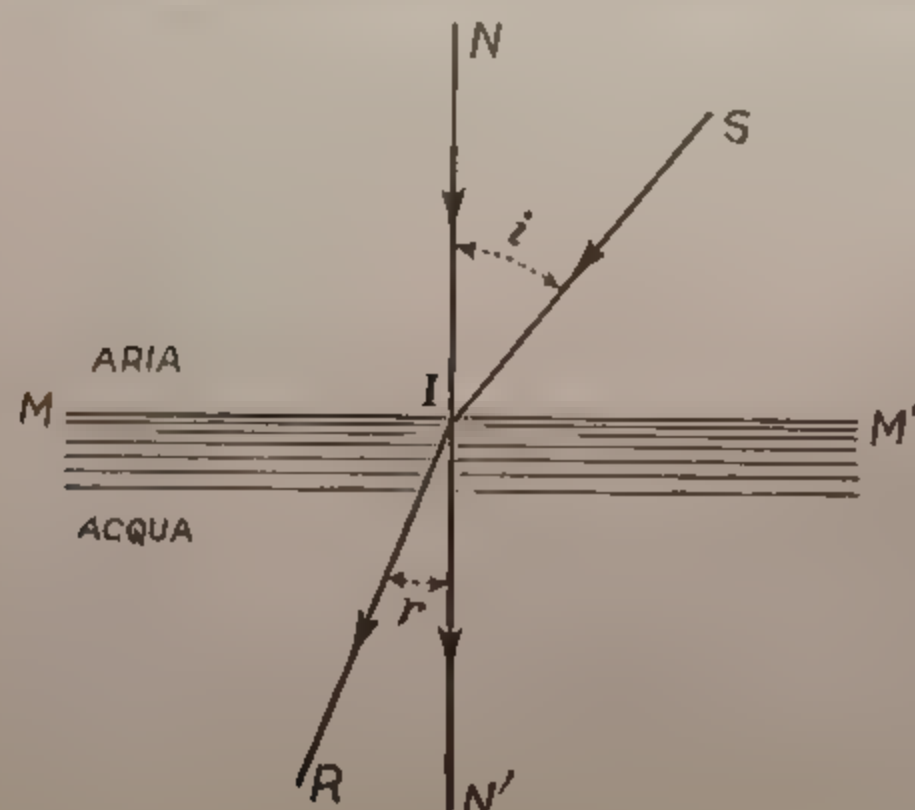



Fig. 238.

Sia NN' la perpendicolare ad MM' nel punto I: si chiama la **normale** *nel punto d'incidenza*. Il raggio SI penetrando nel secondo mezzo, non prosegue in generale nella stessa direzione; ma l'esperienza mostra che esso devia, avvicinandosi o allontanandosi rispetto alla normale.

Se il raggio, come nella Fig. 238, si avvicina alla normale, chiameremo il 2° mezzo *più rifrangente*(1) del 1°; se si allontana dalla normale, chiameremo il 2° mezzo *meno rifrangente* del 1°. Quindi, parafrasando diremo:

Se un raggio luminoso passa da un mezzo meno rifrangente ad uno più rifrangente si avvicina alla normale; se invece passa da un mezzo più rifrangente ad uno meno rifrangente si allontana dalla normale.

Il raggio IR che prosegue nel 2° mezzo, si chiama il **raggio rifratto**; l'angolo $i = \widehat{SIN}$ che il raggio incidente forma con la normale nel punto d'incidenza, si chiama **angolo d'incidenza**; l'angolo $r = \widehat{RIN'}$ che il raggio rifratto forma con la medesima normale, dicesi **angolo di rifrazione**.

207. Leggi della rifrazione. — Il fenomeno della rifrazione è governato dalle due leggi seguenti, dovute a Descartes (2), (1637) :

1. Il seno dell'angolo d'incidenza sta al seno dell'angolo di rifrazione in un rapporto costante, che si chiama indice di rifrazione relativo ai due mezzi considerati (3).

Cioè: 1) $$\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = n$$

(1) Non si confonda la rifrangenza con la densità; un mezzo più denso può essere meno rifrangente e viceversa. Così, ad es., l'alcool, l'olio di oliva, l'essenza di trementina, il petrolio, sono più rifrangenti dell'acqua, sebbene meno densi.

(2) Descartes (Cartesio) Réné du Perron; n. a La Haye (Touraine) nel 1596, m. a Stoccolma nel 1650.

(3) Questa va anche sotto il nome di *legge dei seni* o *di Snell*.

dove n è l'indice di rifrazione; esso è costante per due dati mezzi, ma varia naturalmente col variare di questi.

2. **Il raggio incidente, il raggio rifratto e la normale nel punto d'incidenza, giacciono nel medesimo piano, che si chiama il piano d'incidenza.**

La verifica sperimentale di queste leggi si fa con l'apparecchio rappresentato nella Fig. 239. Esso è ancora quello che adoperammo per la riflessione (§ 186); ma lo specchio è sostituito da una vaschetta cilindrica di vetro, che si riempie d'acqua a metà, in modo che il piano di livello MM' di essa passi per il centro O del cerchio graduato.

Fig. 239.

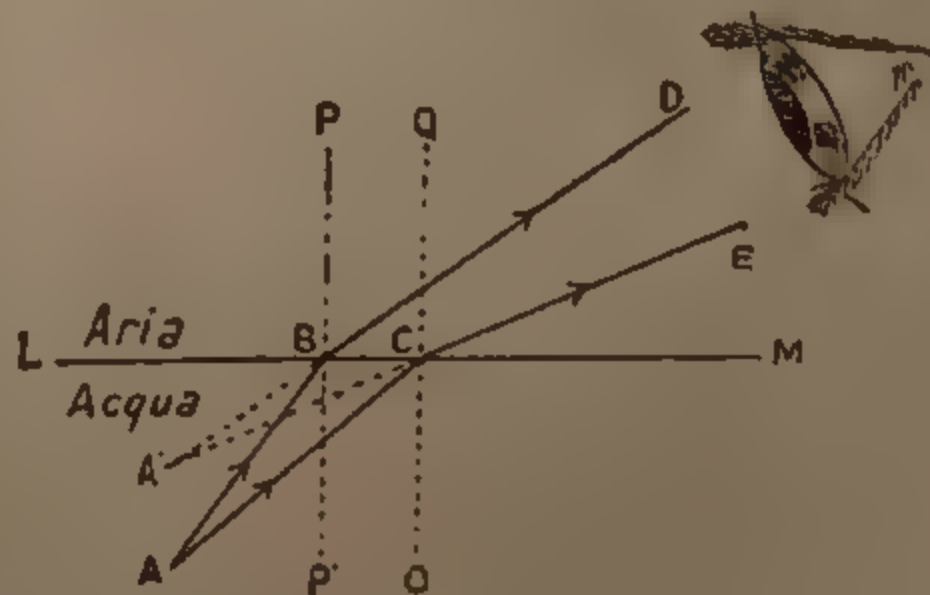
Si dirige anche ora nella direzione di un raggio del cerchio, un raggio incidente PO di luce solare o artificiale, servendosi di uno specchietto m; l'angolo POB' è l'angolo d'incidenza i, e si legge sul cerchio graduato. Il raggio rifratto è raccolto sul centro di un diaframma R; $\widehat{ROB}$ è l'angolo di rifrazione r, e si legge anch'esso sul cerchio graduato.

Determinate le ampiezze di questi angoli, se ne calcolano i *seni* con le tavole: oppure, si può determinare il rapporto dei due seni, col rapporto equivalente delle distanze delle punte S' ed R dal diametro verticale BB'; le quali distanze si possono leggere sul regolo graduato CD. Orbene, variando $\widehat{i}$ si vede variare anche $\widehat{r}$; ma in modo che il rapporto fra le due dette distanze di S' ed R da BB' si mantiene costante.

Ciò verifica la 1ª legge.

La 2ª è verificata anche ora implicitamente dal fatto che le tre rette PO, OR, BB', giacciono in uno stesso piano, parallelo a quello del cerchio graduato.

Fig. 240.

208. **Esperienza del bastone spezzato.** — Sia A (Fig. 240) un punto luminoso posto nel mezzo più rifrangente, ad es., nell'acqua; dei raggi incidenti AB ed AC passando nel mezzo superiore meno rifrangente (aria), si allontanano dalla normale, ed escono nella direzione BD e CE. L'occhio li riceve come

se venissero dal punto A' d'incontro dei loro prolungamenti; cioè scorge A in A', più in alto.

Così si spiega come una vasca piena d'acqua sembri meno fonda del reale. Parimenti, immergendo un bastone obliquamente nell'acqua, l'estremità A si vede in A' (Fig. 241); cioè il bastone appare spezzato e raccorciato.

Fig. 241.

209. **Indice assoluto di rifrazione** di un dato mezzo, *è l'indice relativo al passaggio della luce dal vuoto a questo mezzo.*

Dimostreremo in seguito (§ 217), che se n_1 è l'indice assoluto di un 1° mezzo, n_2 l'indice assoluto di un 2° mezzo, ed n l'indice relativo al passaggio dal 1° al 2° mezzo, è:

$$2) \qquad n = \frac{n_2}{n_1}.$$

Ne consegue che se n è l'indice relativo al passaggio dal 1° al 2° mezzo, sarà $\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{n}$ l'indice relativo al passaggio inverso dal 2° mezzo al 1°.

Diamo il valore degli indici di rifrazione (per la luce gialla) di alcuni fra i mezzi trasparenti più noti:

SOSTANZA	DENSITÀ	n	SOSTANZA	DENSITÀ	n
Aria	—	1,0003	Essenza di trementina . . .	0,872	1,474
Acqua	1	1,334	Toluolo	0,865	1,495
Alcool	0,815	1,365	Vetro crown (variabile)	2,535	1,529
Etere.	0,735	1,374	Vetro flint (variabile)	3,723	1,630
Glicerina	1,28	1,413	Solfuro di carbonio	1,293	1,631
Olio d'oliva . . .	0,915	1,470	Diamante	3,521	2,417

Come si vede il diamante è il corpo che ha il massimo indice di rifrazione, e notevolmente superiore agli altri corpi. Per tale ragione gli effetti di luce prodotti dai brillanti veri, non si potranno mai ottenere con altri corpi trasparenti diversi; cioè i brillanti non possono essere imitati da altre sostanze e si riconoscono facilmente da queste.

210. **Angolo limite.** — Consideriamo il passaggio della luce da un mezzo meno rifrangente ad un altro più rifrangente, e facciamo variare l'angolo d'incidenza fra i valori estremi di 0° e 90°. Se l'angolo d'incidenza è zero, cioè il raggio luminoso viene in direzione della normale, anche l'angolo di rifrazione è zero.

Infatti la 1) del § 207, ridotta a forma intera, si scrive:

$$3) \qquad \operatorname{sen} i = n \operatorname{sen} r.$$

Per $i = 0$, è: $\operatorname{sen} i = 0$; quindi nella 3):

$$0 = n \operatorname{sen} r;$$

essendo $n > 0$, dev'essere: $\operatorname{sen} r = 0$; cioè: $\widehat{r} = 0$ (essendo $\widehat{r} < 90°$).

Dunque il raggio rifratto in questo caso prosegue anch'esso nella direzione della normale. È questo l'unico caso in cui il raggio rifratto non subisce deviazione.

Aumentando l'angolo d'incidenza da 0° a 90°, cresce anche l'angolo di rifrazione da 0° ad un valore massimo, minore di 90°. Questo massimo angolo di rifrazione l, corrispondente all'angolo d'incidenza di 90° (cioè quando il raggio incidente giace sul piano di separazione dei due mezzi), si chiama *angolo limite*, (Fig. 242).

Per $i = 90°$, è: $\operatorname{sen} i = 1$, e la 3) diventa:

$$1 = n \operatorname{sen} l, \qquad \text{da cui:}$$

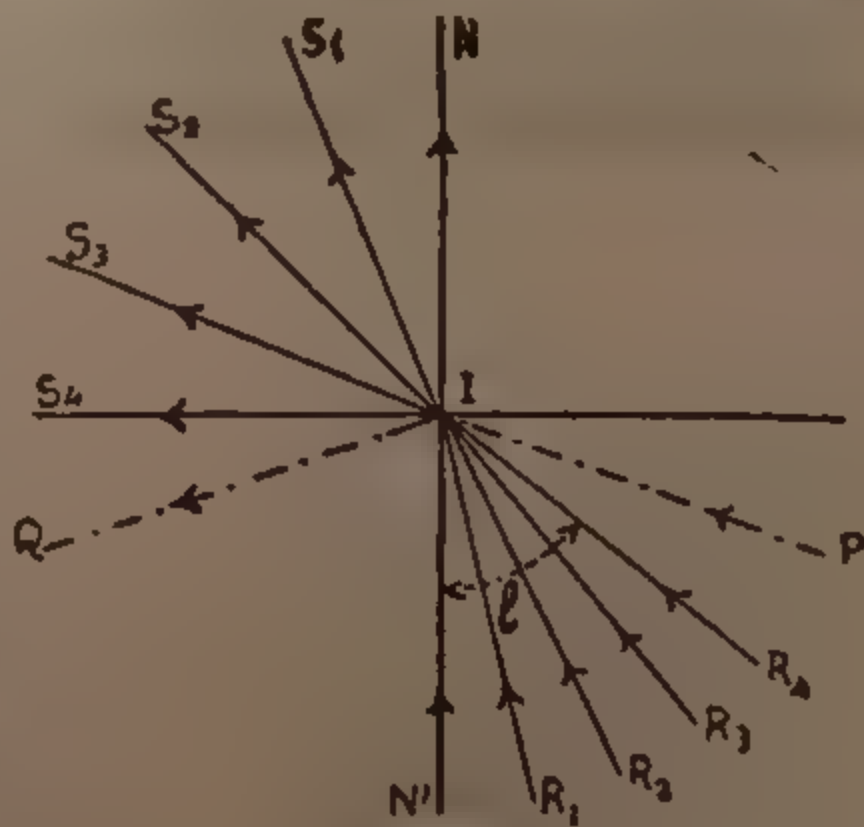
$$4) \qquad \operatorname{sen} l = \frac{1}{n}; \qquad \text{cioè:}$$

l'angolo limite è quello il cui seno è l'inversa dell'indice di rifrazione.

Es. angolo limite fra aria e acqua = 48° 35′
» » » » » vetro = 42° circa.

211. **Riflessione totale.** — Consideriamo ora il passaggio inverso della luce, dal mezzo più rifrangente al meno rifrangente. Il raggio normale $N'I$ (Fig. 242), per il principio della reciprocità del cammino dei raggi luminosi (§ 198), uscirà nella direzione IN; i raggi incidenti R_1I, R_2I, R_3I,... usciranno rispettivamente nelle direzioni IS_1, IS_2, IS_3..., allontanandosi dalla normale; l'ultimo raggio uscente è R_4I con un angolo d'incidenza l eguale all'angolo limite, ed uscirà nella direzione IS_4, cioè lambendo il piano di separazione dei due mezzi.

Fig. 242.

Ma un raggio PI, che formi un angolo d'incidenza PIN' maggiore dell'angolo limite, non può uscire; esso torna indietro nello stesso mezzo, nella direzione IQ, come se la superficie di separazione dei due mezzi fosse uno specchio. Questo fenomeno si chiama *la riflessione totale*.

La riflessione totale dunque avviene quando un raggio proviene da un mezzo più rifrangente, con un angolo d'incidenza maggiore dell'angolo limite.

Si noti che per i raggi incidenti con angolo minore di l, vi è anche riflessione. Si pensi infatti che la luce si riflette sulla prima superficie che limita un corpo trasparente, come vediamo guardando su una lastra di vetro comune. Ma se l'angolo d'incidenza è minore dell'angolo limite, la riflessione è solo parziale, cioè per piccolo numero dei raggi incidenti; mentre tutti gli altri raggi incidenti proseguono passando nell'altro mezzo. Crescendo l'angolo d'incidenza, aumenta la porzione dei raggi che si riflettono; quando l'angolo d'incidenza supera l'angolo limite, i raggi si riflettono *tutti*; da ciò il nome di riflessione totale.

La verifica sperimentale di questo fenomeno può farsi con le seguenti esperienze:

1. Si riempie d'acqua un bicchiere e si solleva al di sopra dell'occhio; guardando obliquamente al di sotto della superficie dell'acqua, si vede brillare questa superficie come uno specchio; e un pezzo del manico di un cucchiaio immerso nell'acqua, vi si riflette come su uno specchio, (Fig. 243).

Fig. 243.

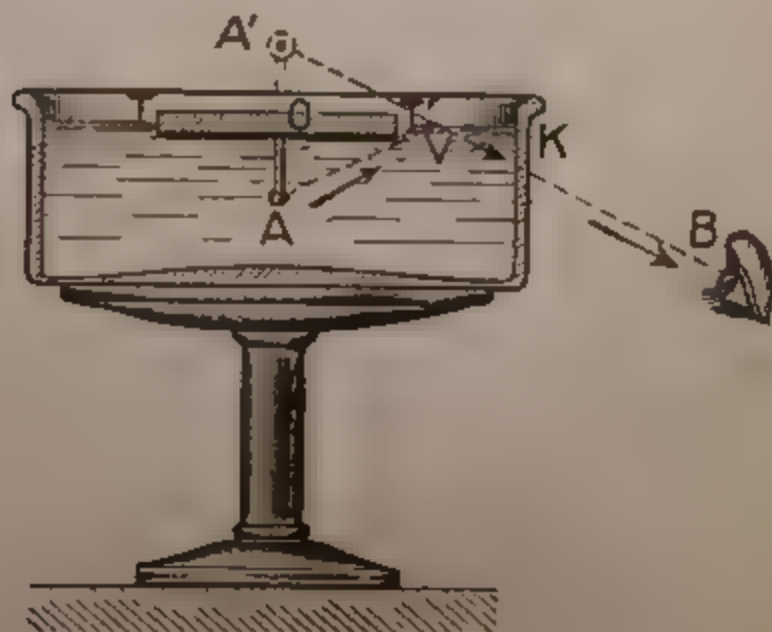



Fig. 244.

2. Si mette a galleggiare sull'acqua un disco di sughero TT', al centro del quale è infisso uno spillo A, (Fig. 244). Se questo non è troppo lungo, non vi è alcuna posizione da cui esso si possa scorgere, guardando *al di sopra* dell'acqua. Ciò perchè essendo il disco opaco i raggi luminosi che potrebbero uscire sono quelli oltre AV; ma questi incidono con angolo maggiore dell'angolo limite, quindi si riflettono totalmente, e potranno essere visti solo *dal di sotto*; infatti ponendo l'occhio in B si vedrà l'immagine dello spillo, riflessa in A' come su uno specchio.

È anche facile calcolare l'altezza massima che può avere lo spillo. Essendo il triangolo $T'OA$ rettangolo in O, e l'angolo OAV = all'angolo limite, cioè di $48^o\,35'$, sarà:

$$(OA) = (OT') \operatorname{cotg} 48^o 35' = 0{,}88 \times (OT') = 0{,}44 \times (TT').$$

Quindi lo spillo non deve superare i $^2/_5$ del diametro del disco di sughero.

212. **Prisma a riflessione totale.** — Un'applicazione del fenomeno precedente si ha nei *prismi a riflessione totale.*

Si abbia un prisma di vetro, la cui sezione normale sia un triangolo rettangolo isoscele, (Fig. 245). Sia SI un raggio luminoso perpendicolare ad un cateto AC; esso prosegue nel vetro senza deviare (§ 210), e cade sulla ipotenusa con un angolo d'incidenza $\widehat{SI'N}$ di 45° (poichè $\widehat{SI'N} = \widehat{BAC}$ avendo i lati perpendicolari ed essendo entrambi acuti). Ma l'angolo limite tra vetro e aria è circa di 42° (§ 210), quindi $\widehat{SI'N}$ supera l'angolo limite ed SI' si riflette totalmente nella direzione $I'R$, perpendicolare all'altro cateto BC, da cui esce senza deviare. In conclusione il raggio emerge perpendicolarmente al raggio incidente SI, come se AB fosse uno specchio a 45° con esso. Si utilizza questo prisma quando si vogliano ottenere immagini riflesse esenti dalle immagini multiple, che producono gli specchi ordinarî, (§ 191).

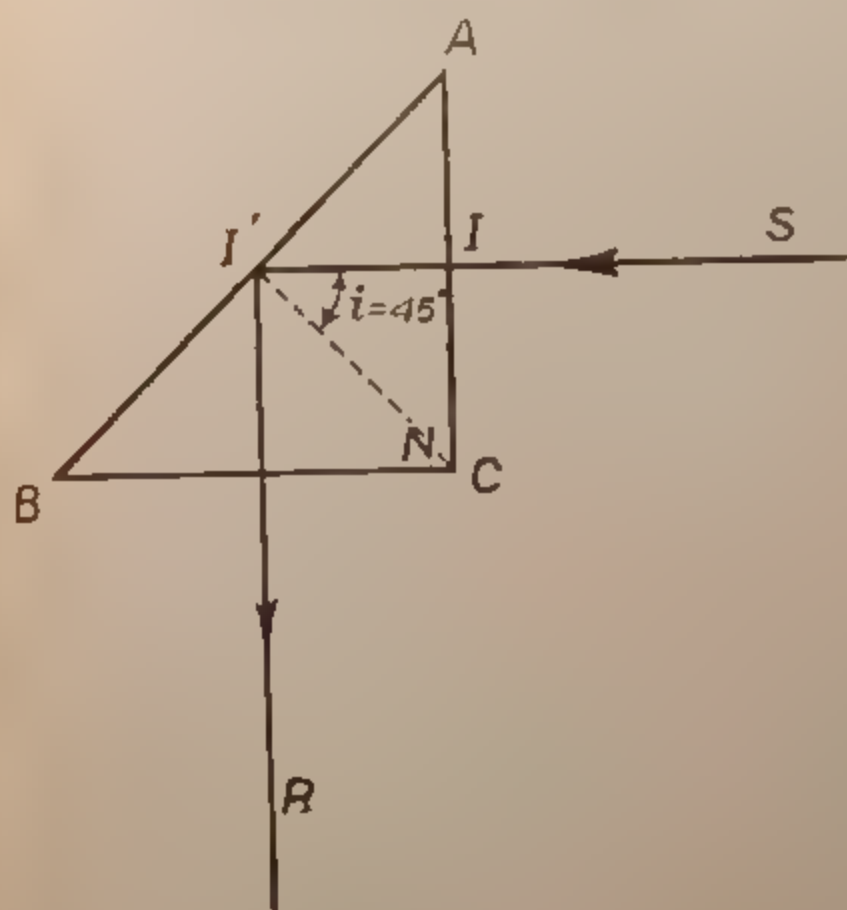
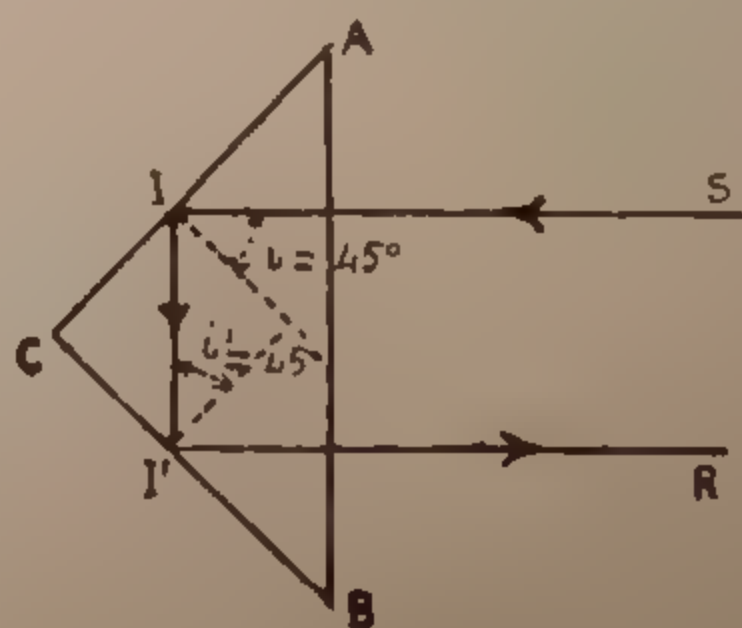



Fig. 245.

Fig. 246.

Se il raggio luminoso batte sul prisma perpendicolarmente all'ipotenusa AB (Fig. 246), subisce due riflessioni totali in I ed I', e ritorna indietro parallelamente al raggio incidente. Applicheremo quest'altro caso nel cannocchiale prismatico, (§ 257).

213. **Rifrazione atmosferica.** — L'atmosfera che circonda la terra, non è di densità costante, ma decrescente dal basso all'alto. Un raggio luminoso che l'attraversi, non procederà pertanto in linea retta.

Rappresentiamo in sezione con un piano diametrale una parte della sfera terrestre circondata dall'atmosfera (Fig. 247); immaginiamo che questa sia suddivisa in tanti strati concentrici, di spessore piccolissimo, di densità crescente

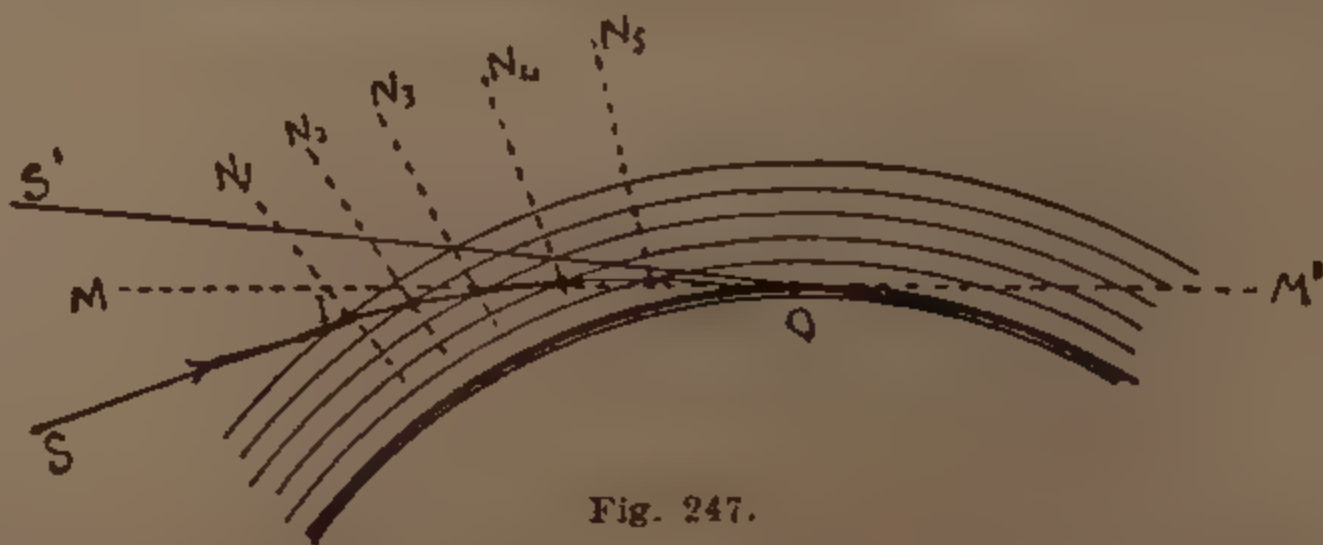



Fig. 247.

da strato a strato dall'alto in basso, ma costante in tutto uno strato. Un raggio di luce proveniente da un astro nella direzione SI; nel punto I passando dal vuoto al primo strato, cioè da un mezzo meno ad uno più rifrangente, devia avvicinandosi alla normale N_1; e successivamente devierà ad ogni passaggio da uno strato al successivo, avvicinandosi alle normali N_2, N_3.... N_5; esso pertanto segue il cammino di una spezzata, o meglio curvilineo, essendo infinitesimi i lati della spezzata; e la curva rivolgerà verso terra la sua concavità.

In tal modo il raggio SI potrà arrivare all'occhio O di una persona, anche se l'astro è ancora sotto l'orizzonte MM'. Tale persona vedrà l'astro nella direzione OS' della tangente in O alla curva descritta dal raggio; cioè vedrà l'astro al di sopra dell'orizzonte, come se fosse già spuntato.

Per ciò il Sole al mattino si vede spuntare circa 2 minuti prima ed al tramonto ancora per 2 minuti dopo, di quello che avverrebbe senza l'atmosfera. Se l'astro è allo zenit si vede nella sua posizione reale; poichè in tal caso i raggi luminosi colpiscono gli strati d'aria nella direzione della normale, e non sono deviati.

Per la stessa ragione le montagne ci appaiono un po' più alte che non siano; ed un bastimento lontano sul mare sembra sollevato sull'acqua.

214. **Miraggio - Fata morgana.** — Nei deserti si ha qualche volta l'illusione di vedere da lontano gli oggetti come se fossero riflessi dall'acqua, che in realtà non c'è, (Fig. 248). La spiegazione del fenomeno è la seguente:

Fig. 248.

Il Sole scalda fortemente la sabbia del deserto. L'aria sovrastante non si scalda per il passaggio dei raggi solari che l'attraversano; ciò perchè l'aria essendo trasparente lascia passare i raggi solari senza trattenerli; per la stessa ragione un pezzo di ghiaccio limpido si lascia attraversare dai raggi

[illegible] fondere. L'aria pertanto si riscalda per conduzione in contatto col terreno caldo; e quindi sarà tanto più calda quanto più vicina al terreno.

Col riscaldamento l'aria si dilata, e diventa meno densa; sicchè in vicinanza del terreno la densità dell'aria *cresce* dal basso in alto, contrariamente a quanto avviene d'ordinario. Ciò sino a pochi decimetri d'altezza, cioè fino all'altezza a cui si fa risentire l'azione riscaldante del terreno; poi la densità dell'aria varia come nelle condizioni normali.

Supponiamo quest'aria vicino al terreno suddivisa in tanti strati sottilissimi, di densità crescente da strato a strato, dal basso in alto, ma costante in tutto uno strato.

Un raggio luminoso AI, proviene obliquamente da un punto A di un oggetto lontano (Fig. 248) e batte in I sul primo di questi strati d'aria anormali; ivi deve passare da uno strato più rifrangente ad uno meno rifrangente e si allontana dalla normale; si allontana ancora successivamente passando negli strati inferiori meno densi. Il raggio quindi non si propaga in linea retta; ma segue una curva che rivolge verso terra la convessità. Contemporaneamente va sempre crescendo l'angolo d'incidenza ($i_1 < i_2 < i_3 ...$) finchè esso supera l'angolo limite; allora avviene in I_1 la riflessione totale, ed il raggio ritorna verso l'alto percorrendo un cammino simmetrico a quello precedente, e può arrivare all'occhio O di una persona lontana, che vedrà il punto A in A' sul prolungamento dell'ultimo tratto. Questa persona vede anche direttamente il punto A per i raggi AO che riceve in linea retta, perchè si propagano fuori degli strati bassi dell'aria riscaldata; quindi vede l'oggetto e la sua immagine, come se invece del suolo vi fosse l'acqua.

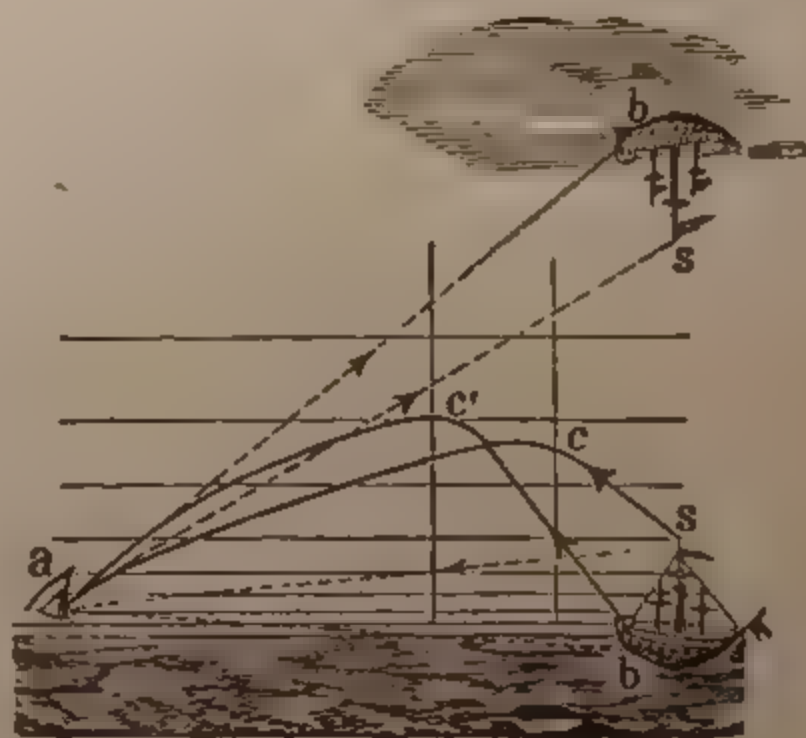



Fig. 249.

L'illusione è completa, perchè l'immagine appare sbiadita e tremolante; poichè gli strati bassi atmosferici non sono in quiete, ma alquanto ondeggianti. Il fenomeno appare da lontano, perchè la variazione di densità dell'aria essendo piccola, l'ampiezza dell'angolo limite è prossima a 90°; quindi i raggi incidenti AI devono arrivare quasi orizzontalmente, cioè da lontano.

Per una ragione analoga, anche da noi, sulle strade asfaltate, che essendo nere si riscaldano molto sotto l'azione dei raggi solari, d'estate sembra da lontano vedere dell'acqua, come cioè se le strade fossero bagnate, mentre in realtà sono asciutte.

Qualche volta il ripiegamento dei raggi avviene negli strati superiori dell'atmosfera, come mostra la Fig. 249, se per cause di temperatura può formarsi uno strato d'aria di maggiore densità. In questo caso l'immagine viene riflessa in alto, ed appare deformata; sembra così di vedere librati nel cielo oggetti fantastici che realmente non vi sono. Il fenomeno prende il nome di **fata morgana**; celebre è quella che si osserva nello stretto di Messina.

Rifrazione in mezzi limitati.

215. **Rifrazione attraverso una lastra.** — Chiamasi **lastra** un mezzo trasparente, limitato da facce piane e parallele; *spessore* della lastra è la distanza tra le due facce.

Supponiamo che la lastra sia immersa nello stesso mezzo omogeneo. Sia AI un raggio di luce incidente su una faccia LM (Fig. 250); passando da un mezzo meno rifrangente (p. es. aria) ad uno più rifrangente (p. es. vetro),

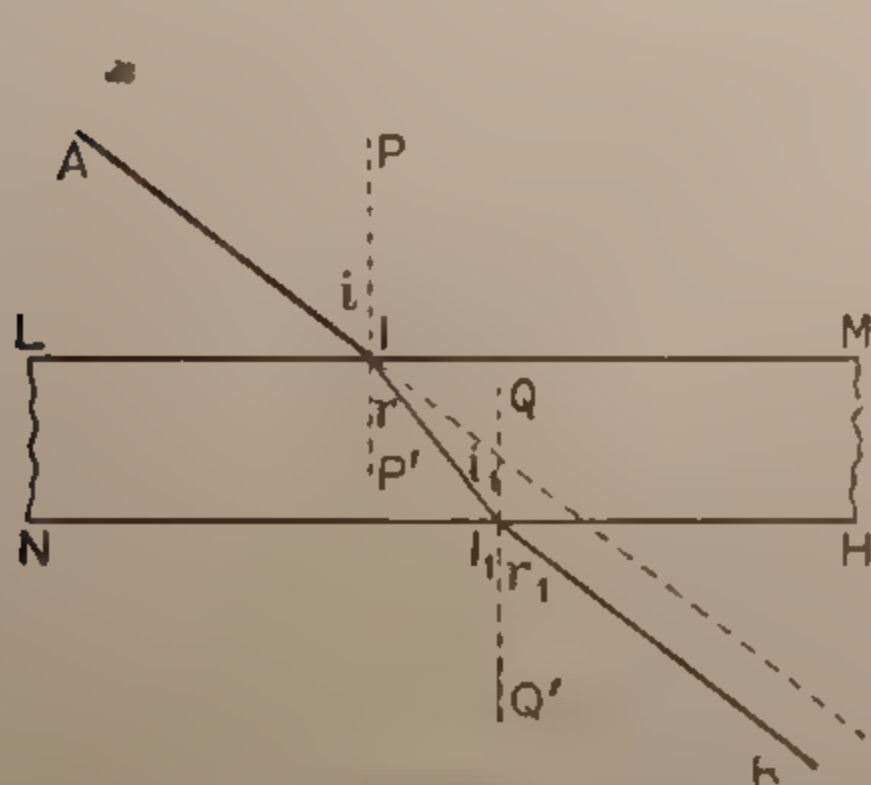



Fig. 250.

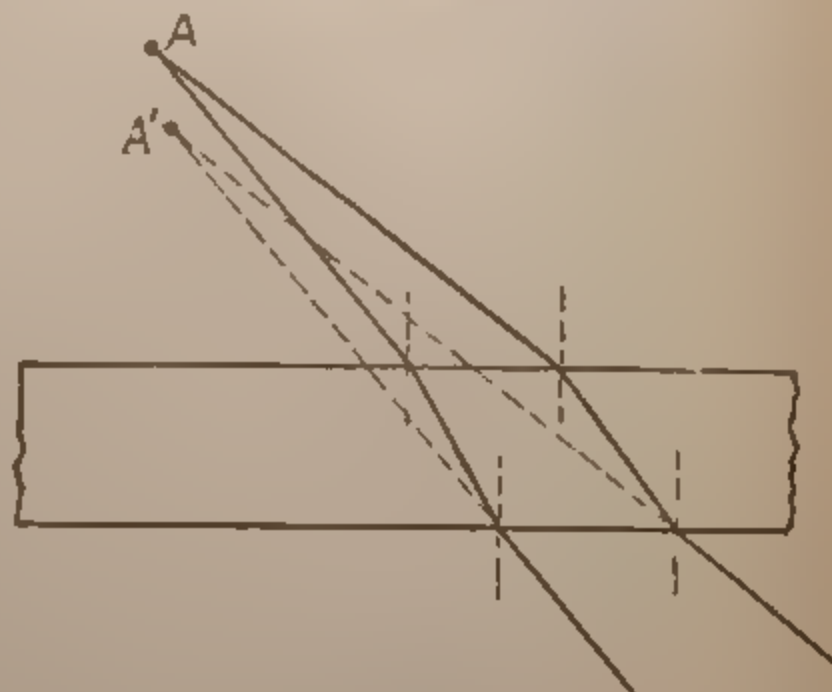



Fig. 251.

il raggio si avvicina alla normale PP', e devia nella direzione II_1. In I_1 dovendo ritornare nel 1° mezzo meno rifrangente, si allontana dalla normale QQ' ed emerge nella direzione I_1R. S'intuisce, e l'esperienza con-

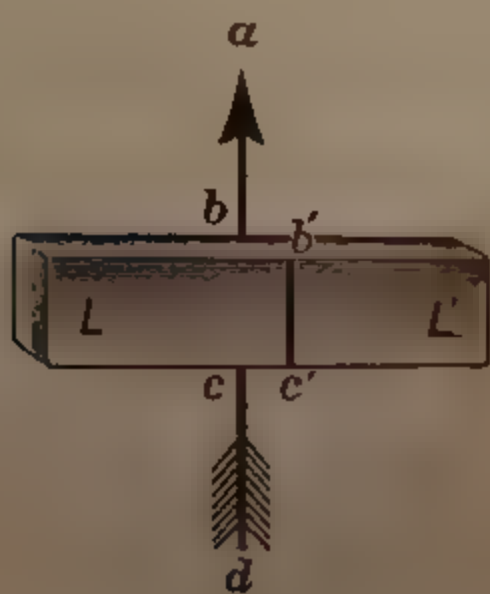



Fig. 252.

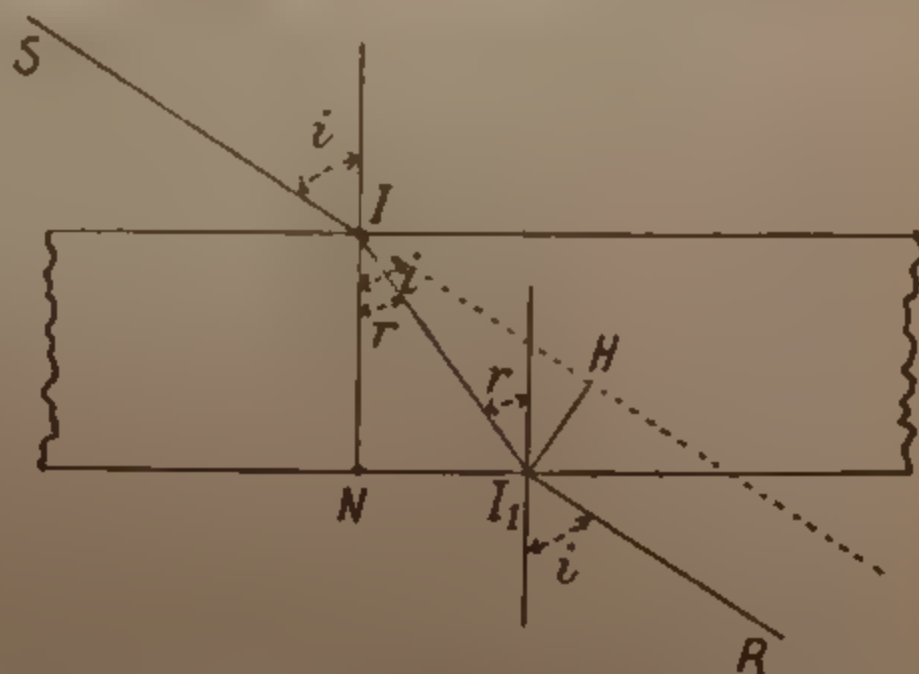



Fig. 253.

ferma, che di quanto il raggio si avvicina alla normale entrando nella lastra, di altrettanto se ne allontana uscendone; cioè:

il raggio emergente I_1R è parallelo al raggio incidente AI.

La lastra dunque *sposta* i raggi ma *non li devia*; intendendosi per deviazione una variazione di direzione, cioè uno spostamento angolare. Ne consegue che se sulla lastra cade un fascio di raggi paralleli, esce ancora un fascio di raggi paralleli nella medesima direzione; cioè l'occhio che li riceve

non percepisce differenza vi sia o non vi sia la lastra. Così, guardando una stella (praticamente a distanza infinita) e poi interponendo avanti all'occhio una lastra, non si vede spostamento nella posizione della stella.

La cosa è diversa se i raggi provengono da un punto vicino A, (Fig. 251). In questo caso i raggi emergenti, pur essendo rispettivamente paralleli a quelli incidenti, escono in direzione tale che l'occhio li percepisce come se venissero da A'; cioè A si vede in A'. Così, di un oggetto ad posto dietro la lastra LL' (Fig. 252), la parte bc si vede spostata in $b'c'$.

Calcoliamo lo spostamento I_1H (Fig. 253), del raggio incidente. Dal triangolo rettangolo IHI_1 si ricava:

1) $(I_1H) = (II_1) \operatorname{sen} \widehat{HII_1}$. Ora è: $\widehat{HII_1} = \widehat{HIN} - \widehat{I_1IN} = i - r$;

sostituendo nella 1) si ha:

2) $(I_1H) = (II_1) \operatorname{sen}(i-r) = (II_1)(\operatorname{sen} i \cos r - \cos i \operatorname{sen} r)$.

Dal triangolo rettangolo INI_1 si ricava: $(II_1) = \dfrac{(IN)}{\cos r} = \dfrac{s}{\cos r}$, avendo indicato con $s = (IN)$ lo spessore della lastra. Sostituendo nella 2) si ha:

3) $(I_1H) = \dfrac{s}{\cos r}(\operatorname{sen} i \cos r - \cos i \operatorname{sen} r) = s \operatorname{sen} i - s \cos i \dfrac{\operatorname{sen} r}{\cos r}$.

Dalla legge 1) della rifrazione (§ 207) si ricava: $\operatorname{sen} r = \dfrac{\operatorname{sen} i}{n}$; esprimendo $\cos r$ in funzione di $\operatorname{sen} r$, si ha: $\cos r = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 r}$, (avendo preso per il radicale il segno $+$, perchè $\hat{r}$ è compreso tra 0° e 90°); o anche:

$\cos r = \sqrt{1 - \dfrac{\operatorname{sen}^2 i}{n^2}} = \dfrac{1}{n}\sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2 i}$. Sostituendo nella 3) si ricava:

4) $(I_1H) = s \operatorname{sen} i - s \cos i \dfrac{\operatorname{sen} i}{\sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2 i}} = s \operatorname{sen} i \left(1 - \dfrac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2 i}}\right)$.

Da essa si vede che: lo spostamento I_1H è funzione dello spessore s della lastra, dell'angolo d'incidenza i, e dell'indice di rifrazione n.

Per $i = 0$, essendo $\operatorname{sen} i = 0$, risulta $(I_1H) = 0$; il che si vede facilmente, perchè in tal caso essendo il raggio incidente nella direzione della normale, prosegue ed emerge indeviato, e quindi anche senza spostamento.

Per $i = 90°$, essendo $\operatorname{sen} i = 1$ e $\cos i = 0$, risulta $(I_1H) = s$; cioè lo spostamento è uguale allo spessore della lastra, ed acquista il valore massimo: il raggio incidente lambisce la 1ª faccia della lastra, ed emerge lambendo la 2ª faccia.

216. Relazione tra gli indici di rifrazione. — Sia n l'indice di rifrazione relativo al passaggio della luce dal mezzo in cui è immersa la lastra, al mezzo di cui è formata la lastra; sia n_1 l'indice di rifrazione relativo al passaggio inverso dalla lastra al mezzo ambiente.

Applicando la legge della rifrazione in I ed I_1 (Fig. 250), avremo:

5) $\operatorname{sen} i = n \operatorname{sen} r$; $\operatorname{sen} i_1 = n_1 \operatorname{sen} r_1$.

Essendo I_1R parallela ad AI, è: $i_1 = r$ ed $r_1 = i$. Sostituendo nella 2ª delle 5), si avrà:

6) $\operatorname{sen} i = n \operatorname{sen} r$; $\operatorname{sen} r = n_1 \operatorname{sen} i$.

Moltiplicando membro a membro e semplificando, si ricava:

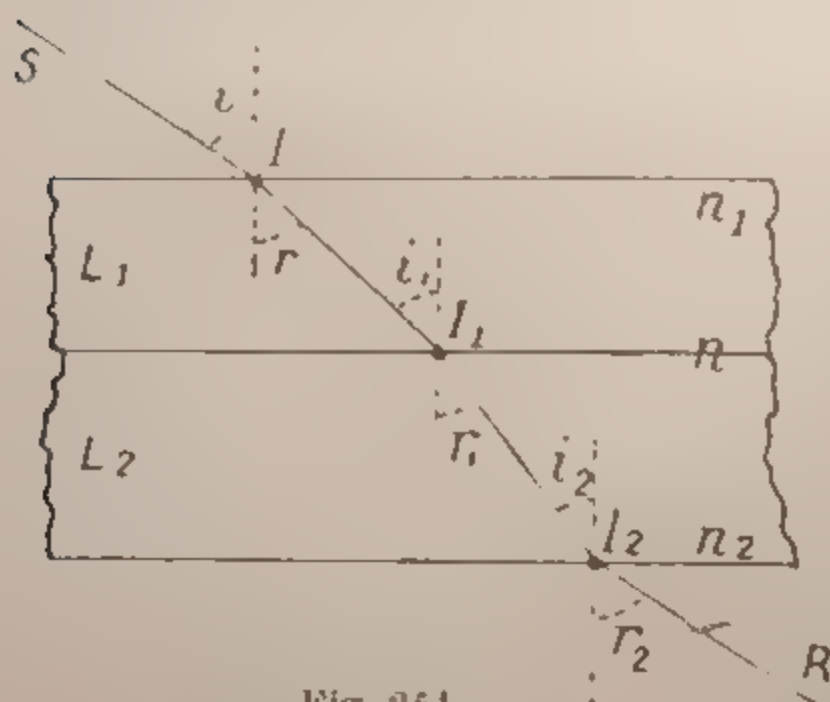



Fig. 254.

$$7) \qquad n n_1 = 1; \qquad \text{ossia:} \qquad n_1 = \frac{1}{n}.$$

Rimane così confermato che: *se n è l'indice di rifrazione relativo al passaggio da un 1° mezzo ad un 2°, è 1/n l'indice di rifrazione relativo al passaggio inverso dal 2° mezzo al 1° mezzo,* (§ 209).

Siano ora L_1 ed L_2 due lastre di sostanza diversa, aventi una faccia in comune, e immerse nel vuoto, (Fig. 254). Sia n_1 l'indice assoluto della lastra L_1, n_2 l'indice assoluto della lastra L_2, n l'indice relativo al passaggio da L_1 ad L_2. Applichiamo la legge della rifrazione nei punti I - I_1 - I_2; avremo:

$$8) \qquad \operatorname{sen} i = n_1 \operatorname{sen} r; \qquad \operatorname{sen} i_1 = n \operatorname{sen} r_1; \qquad \operatorname{sen} i_2 = \frac{1}{n_2} \operatorname{sen} r_2.$$

Anche ora s'intuisce, e l'esperienza conferma, che il raggio incidente SI ed il raggio emergente I_2R sono paralleli; quindi:

$i_1 = r$; $\quad r_1 = i_2$; $\quad r_2 = i$. Sostituendo nelle 8) si ha:

$$\operatorname{sen} i = n_1 \operatorname{sen} r; \qquad \operatorname{sen} r = n \operatorname{sen} r_1; \qquad \operatorname{sen} r_1 = \frac{1}{n_2} \operatorname{sen} i.$$

Moltiplicando membro a membro e semplificando, si ottiene:

$$1 = n \frac{n_1}{n_2}; \qquad \text{ossia:} \qquad n = \frac{n_2}{n_1}.$$

Ciò dimostra quanto si era asserito al § 209, che:

L'indice di rifrazione relativo al passaggio da un mezzo ad un altro, è uguale al rapporto tra l'indice assoluto del 2° mezzo e l'indice assoluto del 1° mezzo.

217. Prisma. — Chiamiamo prisma ottico un mezzo trasparente, limitato da due facce piane, non parallele. L'angolo di queste si chiama *angolo rifrangente* del prisma: può variare da 0° a 180°. Praticamente consideriamo il prisma limitato da una terza faccia, per quanto questa non occorra per il nostro studio.

Consideriamo una sezione normale ABC del prisma, (Fig. 255). Sia $\widehat{BAC}$ la sezione dell'angolo rifrangente ed SI un raggio incidente sulla faccia AB, nel piano della sezione considerata; passando da un mezzo meno rifrangente ad un altro più rifrangente, si avvicina alla normale NP e prenderà la direzione II'. In I' deve ritornare nel 1° mezzo, meno rifrangente, e si allontanerà dalla normale MP, uscendo nella direzione $I'R$. Il raggio pertanto subisce due deviazioni, che concordantemente

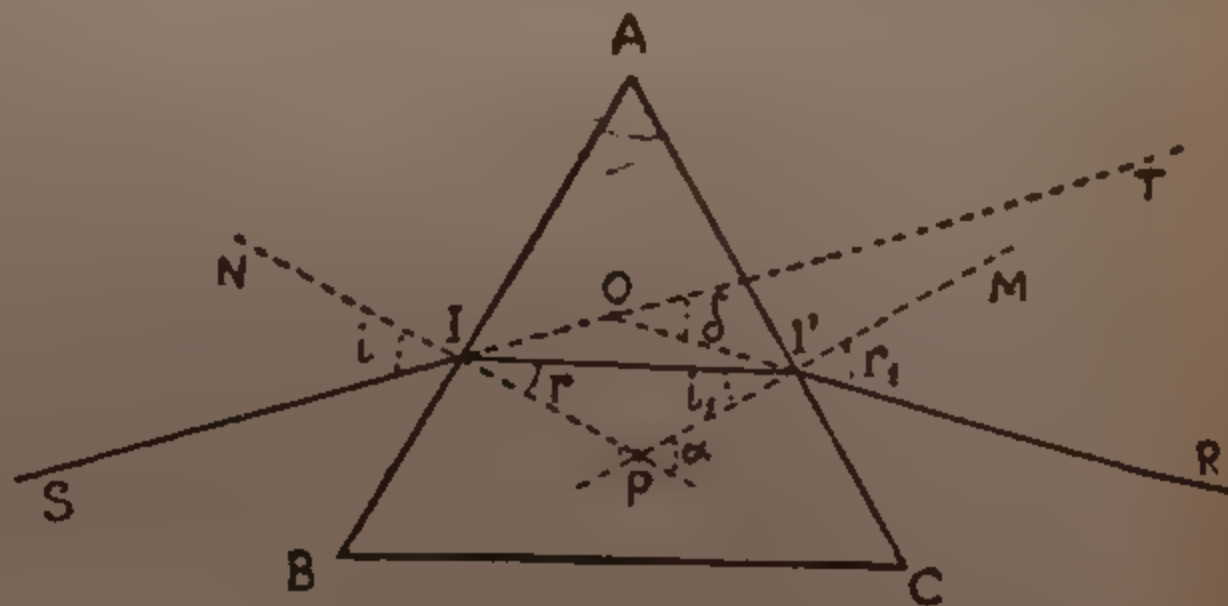



Fig. 255.

lo fanno deviare verso la base BC. Il raggio $I'R$ si chiama il *raggio emergente*; esso forma col raggio incidente un angolo $\delta = \widehat{TOR}$, che si chiama **la deviazione del prisma.**

Applicando la legge della rifrazione ai raggi incidenti SI ed II', si hanno le due relazioni:

$$9) \qquad \operatorname{sen} i = n \operatorname{sen} r ; \qquad \operatorname{sen} i_1 = \frac{1}{n} \operatorname{sen} r_1 .$$

Inoltre l'angolo α, esterno al triangolo PII', è uguale alla somma dei due angoli interni non adiacenti: $\alpha = r + i_1$, ed è anche $\alpha = \widehat{A}$ perchè entrambi supplementari all'angolo IPI', quindi:

$$10) \qquad \widehat{A} = r + i_1 .$$

Parimenti l'angolo δ esterno al triangolo IOI' è: $\delta = \widehat{OII'} + \widehat{OI'I}$.

Ma $\widehat{OII'} = \widehat{OIP} - \widehat{I'IP} = i - r$; $\widehat{OI'I} = \widehat{OI'P} - \widehat{II'P} = r_1 - i_1$; quindi sostituendo:

$$11) \qquad \delta = i - r + r_1 - i_1 ; \quad \text{o anche, per la 10)}: \quad \delta = i + r_1 - \widehat{A}.$$

L'ultima eguaglianza dice che:

La deviazione del prisma è la somma dell'angolo d'incidenza più l'angolo di emergenza, diminuita dell'angolo rifrangente.

Le 9), 10), 11) sono quattro equazioni, che permettono di eliminare le tre incognite r, i_1, r_1; rimane una relazione tra δ ed $\widehat{A}$, n, i; cioè δ è funzione delle variabili $\widehat{A}$, n, i:

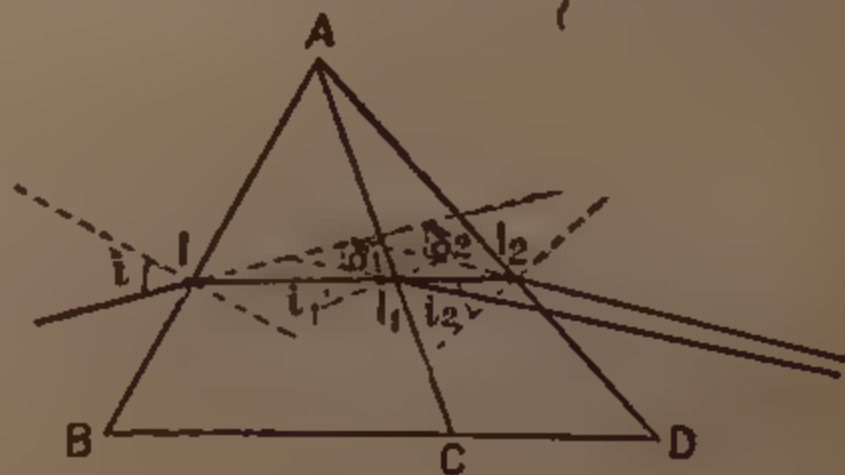
$$12) \qquad \delta = f(\widehat{A}, n, i).$$

Non ricaviamo la forma di tale funzione. L'esperienza dimostra le leggi:

218. Leggi della deviazione del prisma.

1. La deviazione aumenta col crescere dell'angolo rifrangente. Infatti se anzichè $\widehat{BAC}$ l'angolo rifrangente fosse $\widehat{BAD}$ (Fig. 256), il raggio rifratto II_2 formerebbe in I_2 un angolo d'incidenza $i_2 > i_1$, ed emergerebbe da I_2 con una deviazione maggiore che da I_1, ($\delta_2 > \delta_1$).

Fig. 256.

Per la verifica sperimentale si diriga un fascio di raggi SI su uno schermo M, su cui si forma una macchia di luce A, (Fig. 257). S'interponga sul cammino dei raggi un prisma P, con un angolo rifrangente, ad es., di 45°; si vedrà la macchia spostarsi da A a B. Si giri lo stesso prisma in modo che l'angolo rifrangente sia ora di 90° (Fig. 258); si vedrà la luce spostarsi maggiormente in C.

2. La deviazione aumenta col crescere dell'indice di rifrazione della sostanza del prisma. Infatti, se ad un prisma di dato indice di rifrazione n se ne sostituisce un altro di eguale angolo rifrangente, ma di indice mag-

giore n', vuol dire che il raggio rifratto anzichè la direzione II' prenderà una direzione più deviata II'' (Fig. 259); l'angolo d'incidenza su AC cresce

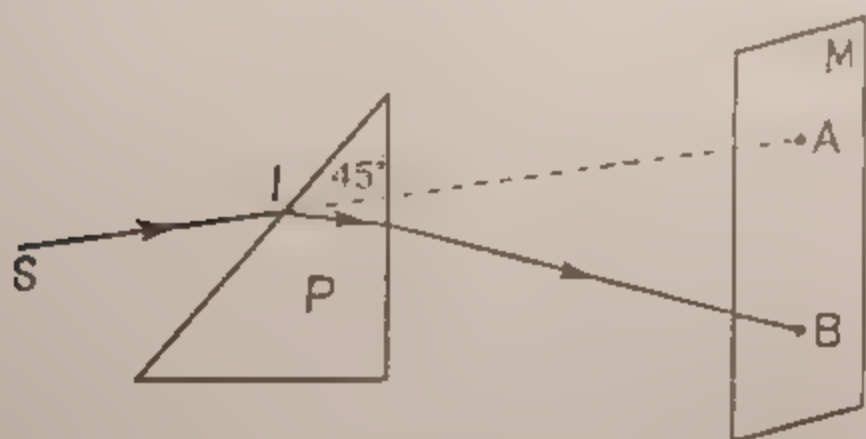



Fig. 257.

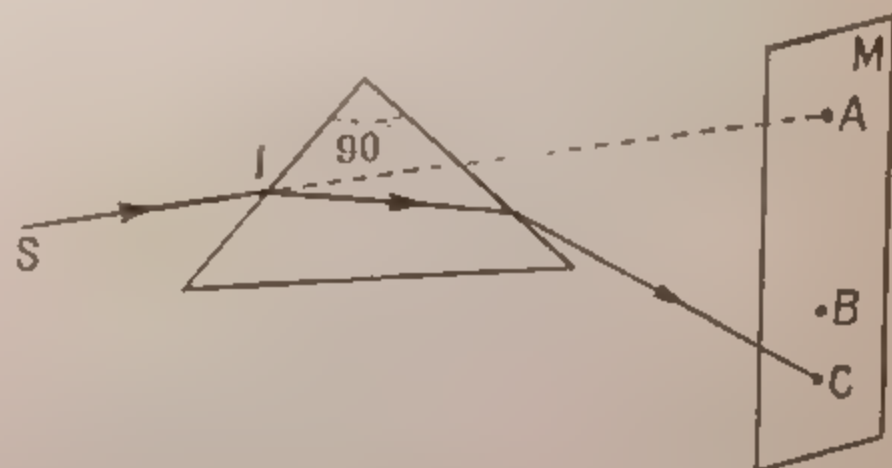



Fig. 258.

quindi col crescere di n, $(i_2 > i_1)$, e crescerà pertanto anche la deviazione all'uscita del raggio da AC.

La verifica sperimentale si fa col **poliprisma**, che è un prisma formato di più strati s_1 s_2 s_3.... di cristallo diverso (Fig. 260), cioè d'indice di rifrazione diverso; ma aventi tutti lo stesso angolo rifrangente; infatti tali strati, sovrapposti, fanno parte di uno stesso prisma. Dirigendo su una faccia un fascio di raggi paralleli, cioè con lo stesso angolo d'incidenza sulle varie sezioni, si forma sullo schermo S una serie di macchie luminose M_1 M_2 M_3.... in posizione diversa. La luce che ha attraversato le varie sezioni è stata dunque diversamente deviata.

3. Aumentando l'angolo d'incidenza, la deviazione dapprima diminuisce, acquista un valore minimo, e poi cresce.

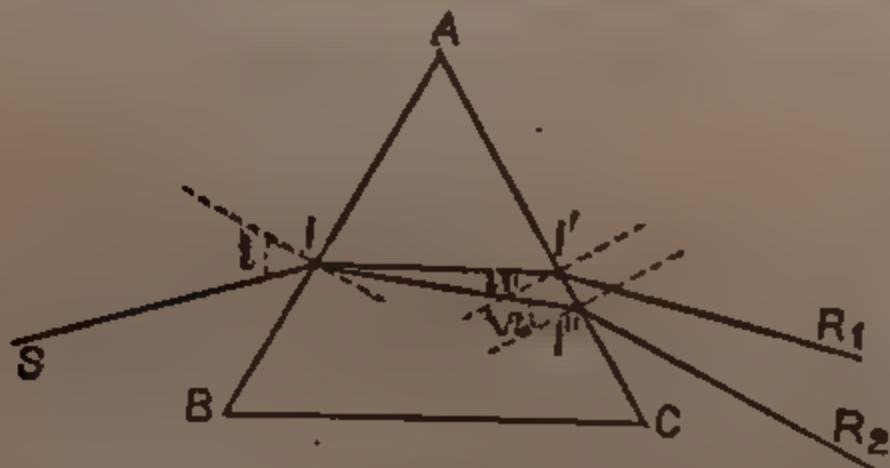
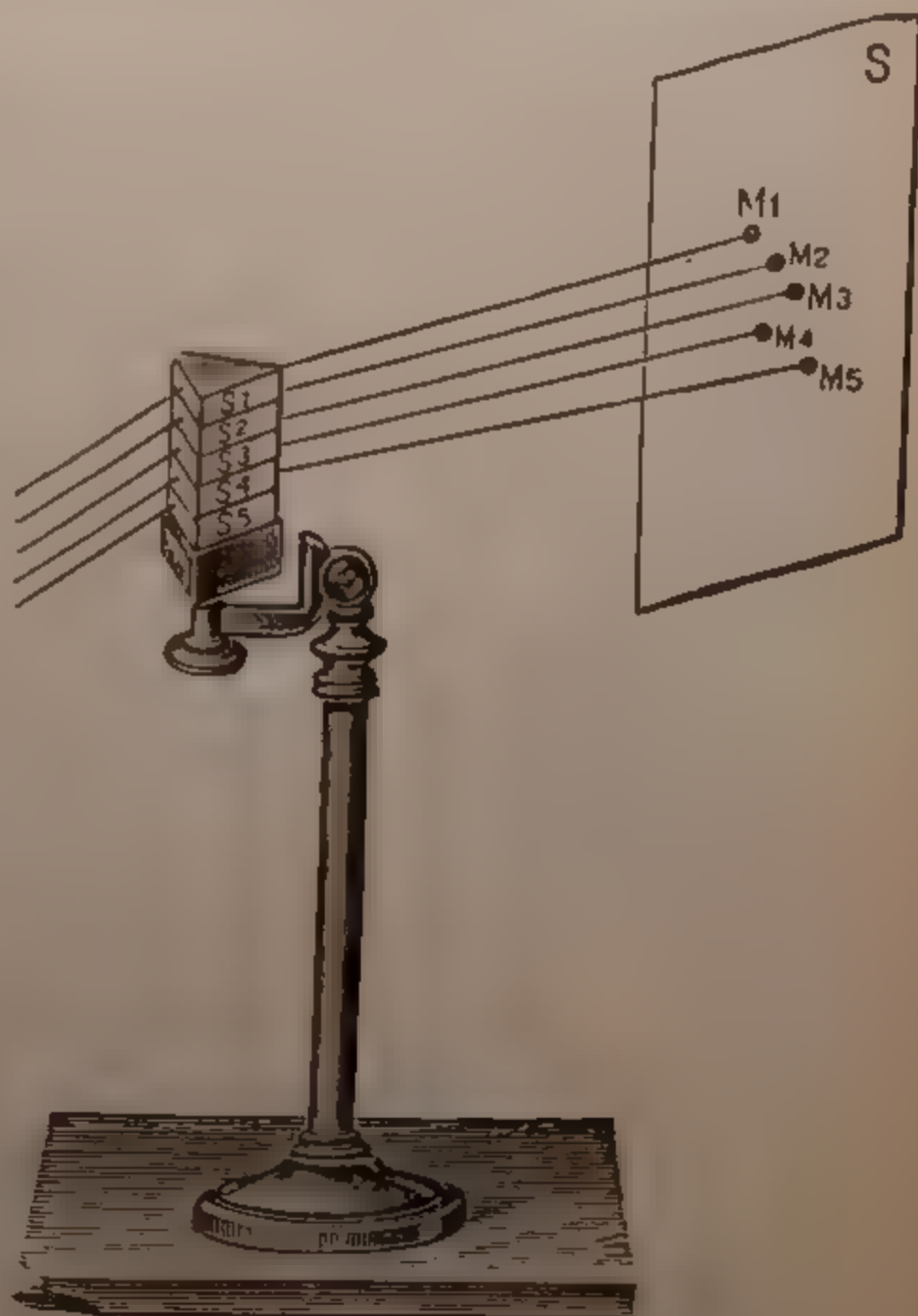



Fig. 259.

Fig. 260.

Si faccia ruotare con continuità un prisma dalla posizione della Fig. 261 ($i = 0°$), a quella della Fig. 262 ($i = 90°$); si vedrà la macchia di luce sullo schermo dapprima accostarsi ad A, raggiungere una posizione M_1 e poi ritornare ad allontanarsi. Vi è perciò per ogni prisma, un angolo di deviazione minima.

Si dimostra col calcolo, che se il prisma è alla deviazione minima, l'an-

golo d'incidenza i e quello d'emergenza r_1 (Fig. 255), sono eguali; cioè: *Il raggio incidente e quello emergente, sono egualmente inclinati sulle rispettive facce del prisma.*

219. **Misura dell'indice di rifrazione.** — Allorchè il prisma è alla deviazione minima, si è detto or ora che $i = r_1$. È quindi anche:

$r = i_1$; e allora per la 10) è:

$$\widehat{A} = 2r, \quad \text{da cui:} \quad r = \frac{\widehat{A}}{2};$$

e per la 11):

$$\delta = 2(i - r), \quad \text{da cui:}$$

$$i = \frac{\delta + 2r}{2} = \frac{\widehat{A} + \delta}{2}.$$

Fig. 261.

Fig. 262.

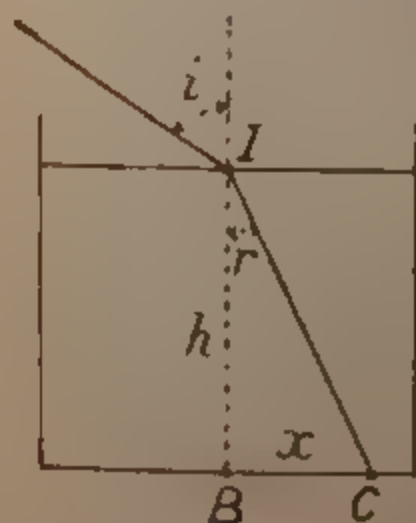
Sostituendo nella 1ª delle 9) si ricava:

$$13) \qquad n = \operatorname{sen}\frac{\widehat{A} + \delta}{2} : \operatorname{sen}\frac{\widehat{A}}{2};$$

che permette di ricavare il valore dell'indice di rifrazione n dalla misura sperimentale dell'angolo rifrangente del prisma e della deviazione minima.

220. **Problemi sulla rifrazione.**

a) **Problemi risoluti.**

1. *Un raggio luminoso incide con l'angolo di 50° 30′ sul centro della superficie dell'acqua, contenuta in un vaso della forma di un cilindro retto, sino all'altezza di cm 25. Calcolare a che distanza dal centro il raggio rifratto incontra la base del recipiente.*

Risoluzione. — Consideriamo la sezione del recipiente col piano d'incidenza (Fig. 263); sia h l'altezza dell'acqua, $x = (BC)$ la distanza richiesta. Si ha:

$$14) \qquad x = h \operatorname{tang} r.$$

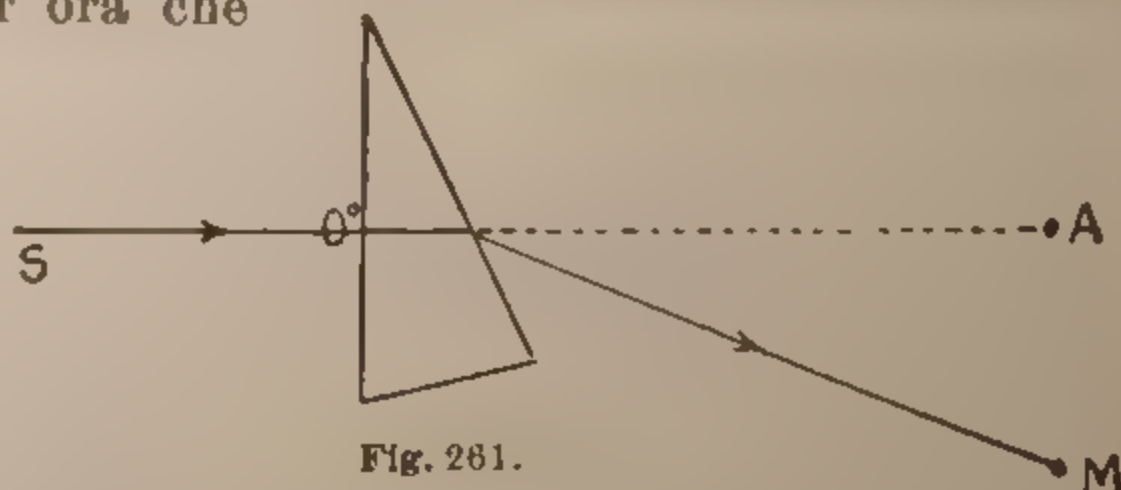
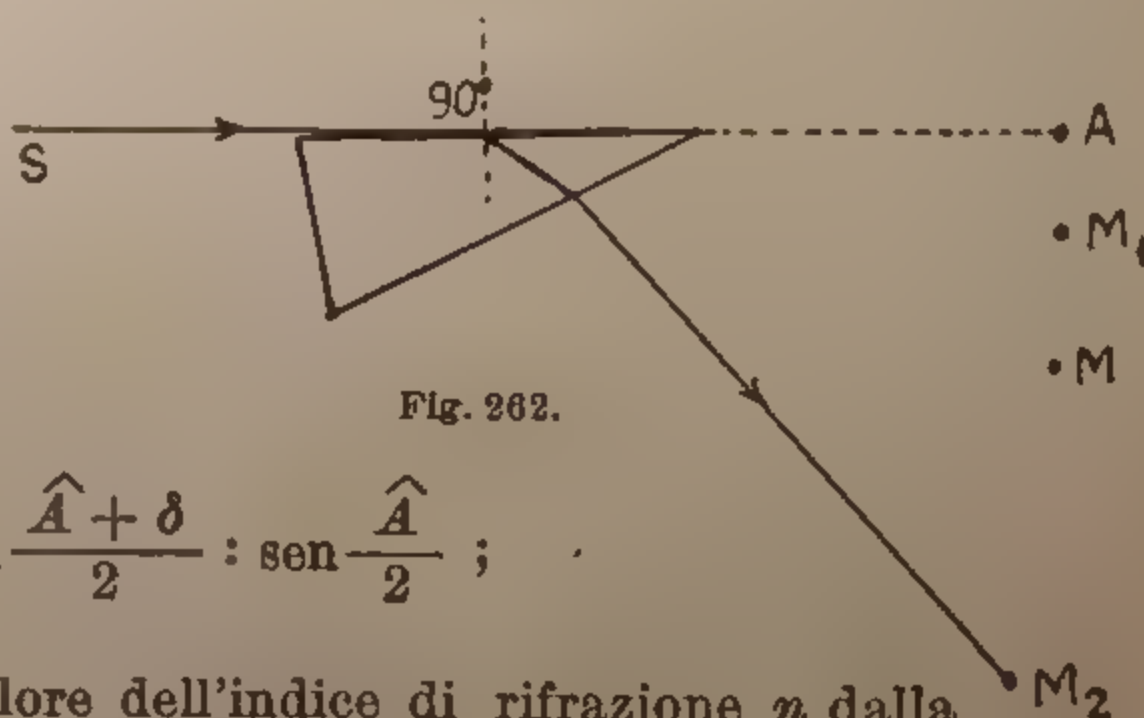
Esprimendo *tang* r per *sen* r, si ha: $\operatorname{tang} r = \dfrac{\operatorname{sen} r}{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 r}}$,

(col radicale positivo, perchè $r < 90°$).

Fig. 263.

Dalla legge della rifrazione (§ 207-1), si ricava: $\operatorname{sen} r = \dfrac{\operatorname{sen} i}{n}$,

essendo n l'indice di rifrazione dell'aria relativo all'acqua; sostituendo nella 14):

$$15) \qquad x = h\frac{\operatorname{sen} i}{n\sqrt{1 - \dfrac{\operatorname{sen}^2 i}{n^2}}} = h\frac{\operatorname{sen} i}{\sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2 i}} = \frac{h \operatorname{sen} i}{\sqrt{(n + \operatorname{sen} i)(n - \operatorname{sen} i)}}.$$

I dati del problema sono: $h = cm\ 25$; $i = 50^\circ 30'$; $n = 1{,}334$ (§ 209); dalle tavole logaritmiche si ricava: $\text{sen } 50^\circ 30' = 0{,}77162$; quindi:

$$n + \text{sen } i = 1{,}334 + \text{sen } 50^\circ 30' = 2{,}10562$$
$$n - \text{sen } i = 1{,}334 - \text{sen } 50^\circ 30' = 0{,}56238 \,.$$

Sostituendo nella 15):

$$x = cm \frac{25 \times 0{,}77162}{\sqrt{2{,}10562 \times 0{,}56238}} = \text{cm } 17{,}73 \text{ circa.}$$

2. *Sopra una faccia di un prisma di flint, il cui angolo rifrangente è di 60°, cade un raggio luminoso con un'incidenza di 45°. Calcolare l'angolo di emergenza e la deviazione.*

Risoluzione. — Le 9), 10), 11) del § 217, coi dati del problema: $\hat{i} = 45^\circ$; $n = 1{,}630$ (§ 209); $\hat{A} = 60^\circ$; diventano:

$$\text{sen } 45^\circ = 1{,}630 \text{ sen } r \,; \quad \text{sen } r_1 = 1{,}630 \text{ sen } i_1 \,; \quad 60^\circ = r + i_1 \,; \quad \delta = 45^\circ - r + r_1 - i_1 \,.$$

Dalla prima di esse si ricava:

$$\text{sen } r = \frac{\text{sen } 45^\circ}{1{,}630} = \frac{0{,}70711}{1{,}630} = 0{,}43381 \,; \qquad \text{da cui:} \qquad r = 25^\circ 42' 35''.$$

Dalla terza allora si ha: $i_1 = 60^\circ - r = 34^\circ 17' 25''$; e dalla seconda: $\text{sen } r_1 = 1{,}630 \times \text{sen } 34^\circ 17' 25'' = 1{,}630 \times 0{,}56334 = 0{,}91824$; da cui:

$r_1 = 55^\circ 56' 7''$. E infine dalla quarta equazione:

$$\delta = 45^\circ - 25^\circ 42' 35'' + 55^\circ 56' 7'' - 34^\circ 17' 25'' = 40^\circ 56' 7''.$$

Riepilogando, gli angoli richiesti sono:

$$r_1 = 55^\circ 56' 7'' \qquad \delta = 40^\circ 56' 7''.$$

b) Problemi da risolvere.

1. Calcolare l'angolo limite per un raggio luminoso che passa dal flint all'acqua.

2. Un raggio incidente fisso, facente un angolo di 45° colla verticale, penetra dall'aria in uno strato d'acqua di 5 *cm* di spessore, sovrastante un bagno di mercurio. La luce si riflette sul mercurio ed esce dall'acqua secondo una retta *a*. Quale deve essere lo spessore d'uno strato di solfuro di carbonio, sostituito all'acqua, perchè il raggio emergente sia sulla stessa retta *a*?

3. Un raggio di luce passa dall'aria nell'alcool; calcolare il massimo angolo di rifrazione.

4. Un raggio luminoso cade su una faccia di una lastra di crown, spessa *cm* 2, con un'incidenza di 45°. Calcolare lo spostamento del raggio emergente.

5. Da un punto luminoso parte un cono di raggi, di apertura 2φ, che incide su una faccia di una lastra di vetro, di spessore s ed indice di rifrazione n; l'asse del cono è perpendicolare alla faccia. Determinare la posizione del vertice del cono dei raggi emergenti.

6. Un raggio di luce colpisce normalmente uno schermo piano in un punto A; si interponga un prisma di flint il cui angolo rifrangente è di 45°, su cui il raggio forma un'incidenza di 30°; la macchia si sposta da A a B. Calcolare tale spostamento se lo schermo è a *m* 2 dal prisma.

7. L'angolo rifrangente di un prisma è di 60°; la deviazione minima si ottiene per un angolo d'incidenza di 60°. Calcolare l'indice di rifrazione della sostanza di cui è formato il prisma.

Dispersione della luce.

?1. **Scomposizione della luce bianca.** — Tutte quante le considerazioni precedenti presuppongono che il raggio luminoso sia di un solo colore; cioè un raggio di *luce semplice* o **monocromatica**.

Se invece su di un prisma cade un raggio SI di luce bianca, come è quella solare (Fig. 264), esso non solo devia; ma si scompone in *infiniti* raggi diversamente colorati, tra cui Newton [1] ne contò sette principali:

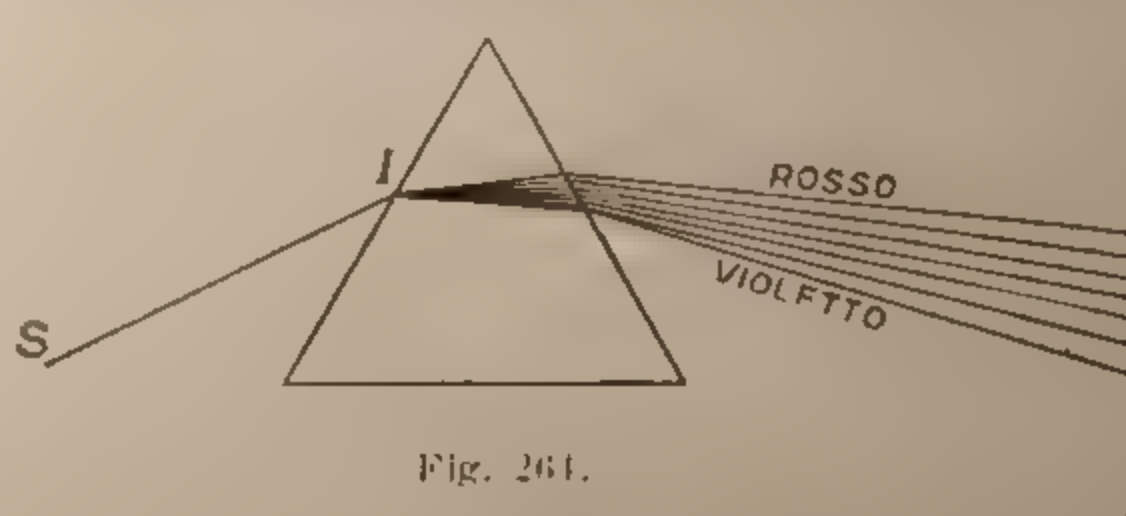



Fig. 264.

rosso, aranciato, giallo, verde, azzurro, indaco, violetto.

Raccogliendo tali raggi su uno schermo, come indica la Fig. 265, si forma una striscia [2] variamente colorata, dal rosso R al violetto V, che si chiama lo *spettro solare*; riprodotta con approssimazione nella Fig. 266.

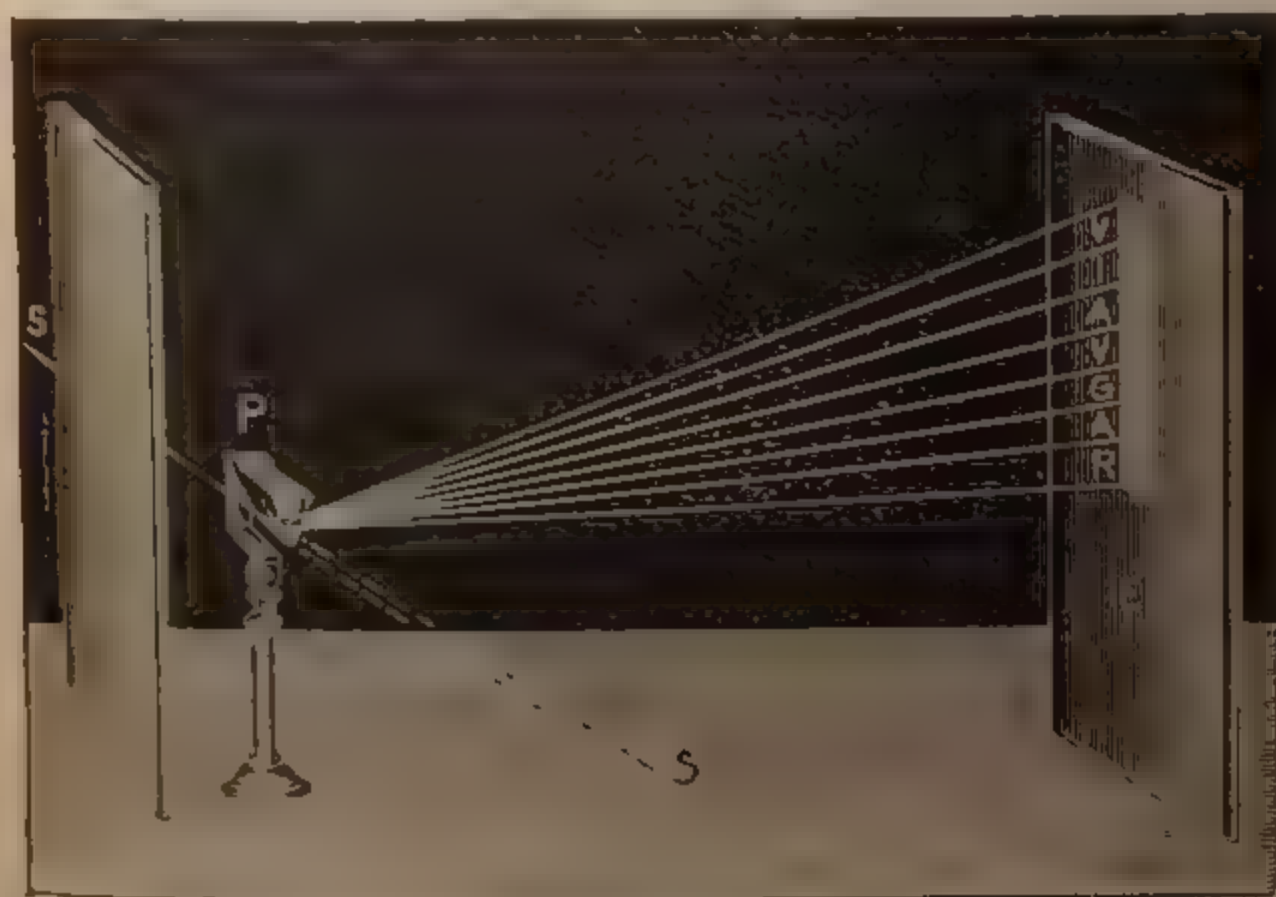



Fig. 265.

Questo fenomeno si chiama la **dispersione della luce**. La sua spiegazione sta nel fatto, che la luce bianca è *composta* di tutti i suddetti raggi colorati dello spettro. Questi sono diversamente deviati dal prisma; cioè l'indice di rifrazione del prisma e quindi la deviazione di esso, dipendono dalla natura del raggio colorato; i raggi rossi sono i meno deviati ed i violetti i più deviati; i varî raggi perciò si separano gli uni

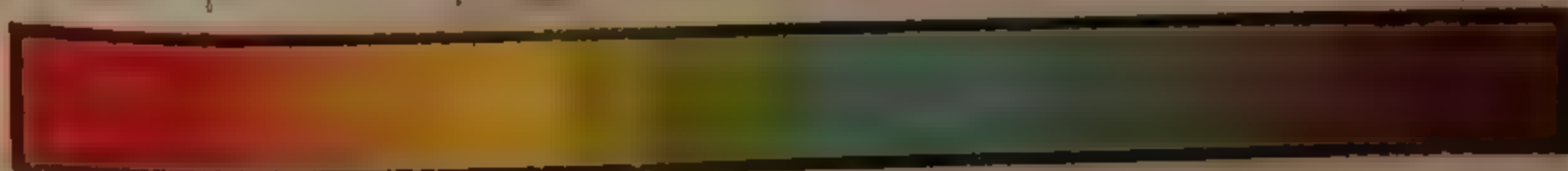



Fig. 266.

(1) Newton Isacco, fra i più grandi scienziati dell'umanità; n. a Whoolsthorpe il 5 gennaio 1642, m. a Kensington il 31 marzo 1727.

(2) Per l'esperienza si fa uso di un fascio di luce solare, che attraversa una sottile fenditura, parallela agli spigoli laterali del prisma.

Una riprova di ciò si ha con la *ricomposizione* o sintesi della luce; se i raggi colorati che escono dal prisma si raccolgono su una *lente* (Fig. 267), essa (come studieremo presto) li concentra, li raccoglie in uno stesso punto, ove si vede la luce bianca.

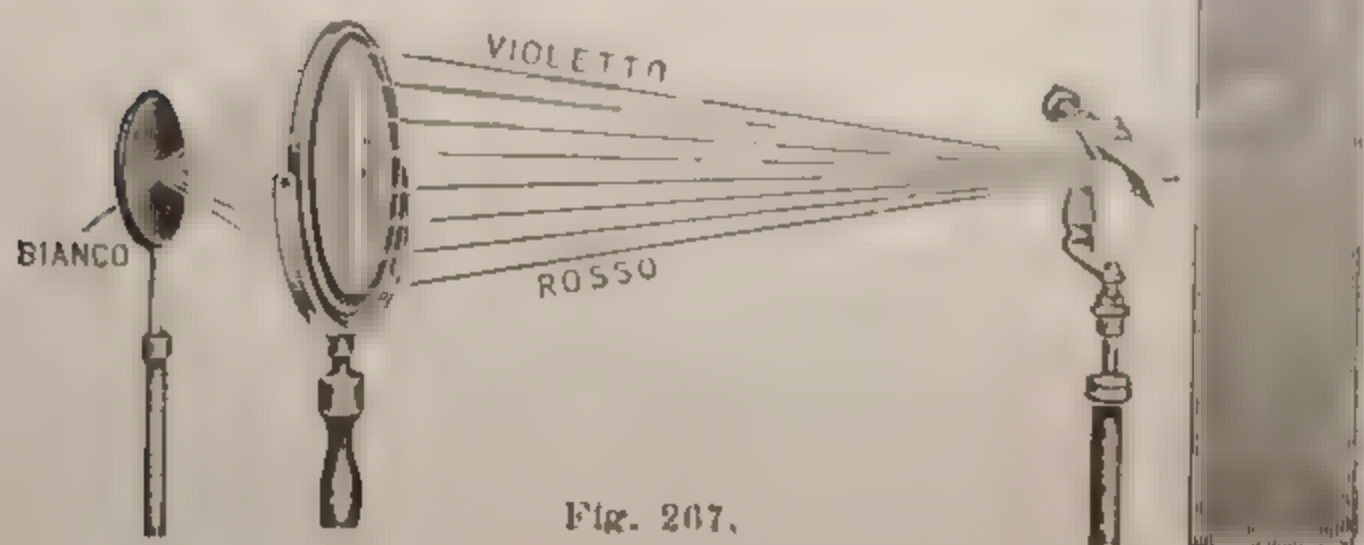



Fig. 267.

Un'altra esperienza è quella del disco di Newton. Su un disco di cartone *D*, rappresentato separatamente in *E* (Fig. 268), si dipingono varî settori coi colori dello spettro solare; indi si fa girare rapidamente questo disco attorno al suo asse. Per la persistenza delle immagini sulla retina (§ 242), i varî colori si fondono insieme in una sensazione unica, che è di *luce bianca*; cioè il disco si scorge con una tinta uniforme e bianca.

Fig. 268.

222. **Arcobaleno.** — Ora abbiamo gli elementi per spiegare l'arcobaleno, che è certamente uno dei più belli fenomeni della Natura.

Dopo la pioggia, se si affaccia il Sole e questo è basso all'orizzonte, guardando nel cielo *col Sole alle spalle*, si scorge un grande arco luminoso, coi colori dello spettro solare, col rosso all'esterno e il violetto all'interno, (Fig. 269).

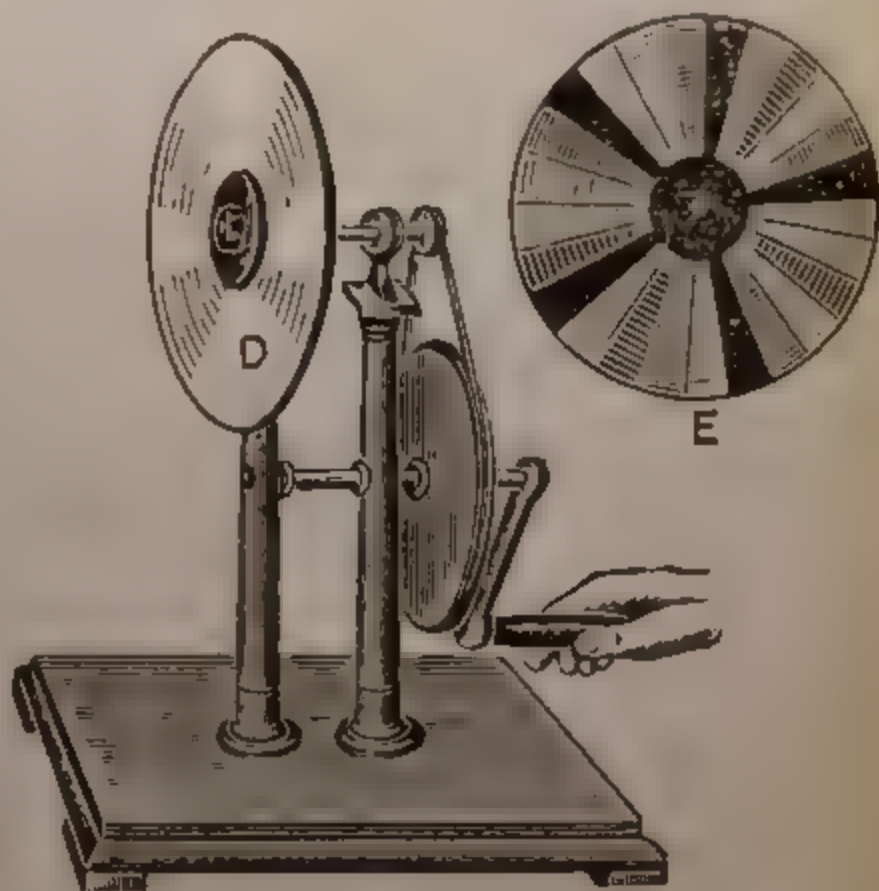
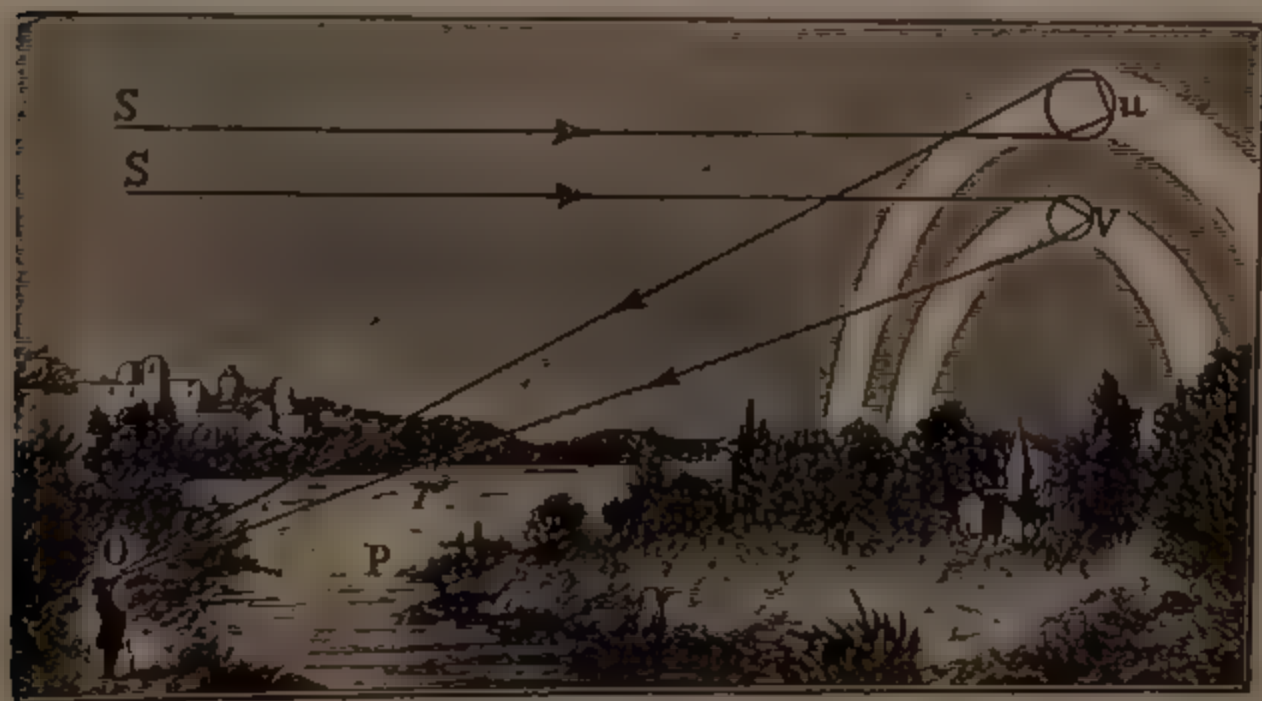



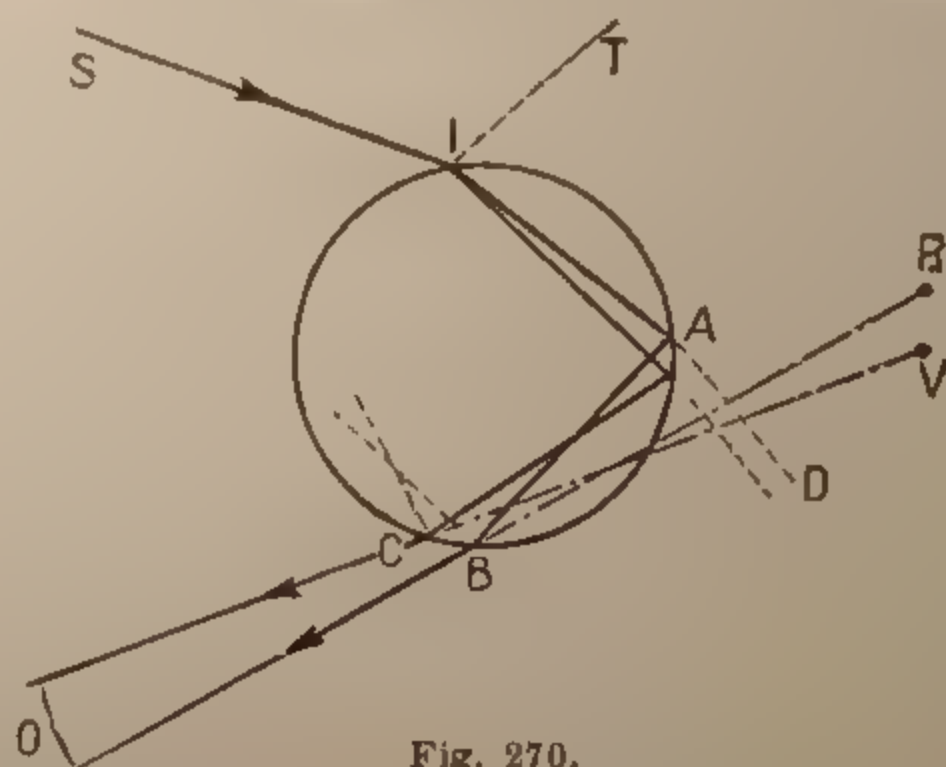
Fig. 269.

La spiegazione del fenomeno è la seguente, dovuta a Descartes: Dopo la pioggia rimangono sospese nell'aria minutissime goccioline d'acqua; consideriamone una che rappresentiamo in sezione nella Fig. 270, molto ingrandita. Un fascio di raggi solari *SI* che colpisce la goccia nella parte superiore, entrando, in piccola parte si riflette secondo *IT*; in massima parte entra nella goccia e devia

nella direzione IA; in A in piccola parte si rifrange secondo AD ed esce dalla goccia; in gran parte si riflette secondo AB; in B in parte si rifrange ed esce nella direzione BO. Un osservatore in O riceverà questo raggio come se pervenisse dal punto R.

Ma in I oltre alla deviazione avviene la scomposizione della luce bianca nei suoi colori: dalla goccia quindi escono vari raggi colorati da BO rosso a CO violetto; l'osservatore vedrà perciò un punto rosso R *sopra* e un punto violetto V *sotto*; ed in mezzo i colori intermedi.

Fig. 270.

Nella goccia però entrano varî altri raggi paralleli ad SI, che colpiscono la goccia con diversa incidenza; essi emergono in infinite direzioni; e sparpagliati, in modo che l'occhio non ha una sufficiente impressione dei colori; esso percepisce più intensamente quei raggi che sono vicini alla deviazione minima. Il calcolo dimostra che tali raggi efficaci sono quelli il cui angolo con OR, cioè coi raggi rossi, è di $42^o\ 18'$ e con OV', cioè coi raggi violetti, è di $40^o\ 23'$.

Parimenti l'occhio riceverà i medesimi raggi colorati da tutte le gocce che sono su di un cono di vertice O, e di cui OR è una generatrice; quindi vedrà i colori per tutto un arco contenuto su tale cono; cioè vedrà l'arcobaleno.

Qualche volta si vede un secondo arcobaleno, esterno al primo, dovuto a raggi che cadono nella parte inferiore di una goccia U (Fig. 269) e subiscono una doppia riflessione nell'interno di essa.

A riprova della spiegazione suddetta, notiamo che si può osservare un arcobaleno limitato, tutte le volte che il Sole batte sulle goccioline d'acqua che sono nei spruzzi di alcune fontane, o nelle cascate e simili.

La vivezza dei colori dell'arcobaleno, dipende dalle dimensioni delle gocce d'acqua che lo producono. I colori più vivi si hanno con gocce del diametro di 1 a 0,5 *mm* Con l'impicciolirsi delle gocce i colori sbiadiscono; se il loro diametro è minore di 0,05 *mm*, l'arcobaleno si trasforma in un arco di luce bianca vivissima.

223. **Problemi sulla dispersione.** — Problemi da risolvere.

1. Un fascio di raggi solari batte su un prisma di flint, il cui angolo rifrangente è di 60^o e con un'incidenza di 45^o. Essendo $n_1 = 1,625$ ed $n_2 = 1,671$ gl'indici di rifrazione per i raggi rosso e violetto, calcolare la lunghezza dello spettro su uno schermo a *m* 2 di distanza dal prisma.

2. Calcolare, per i valori di n dell'esercizio precedente, l'angolo limite aria-flint per i raggi rossi e violetti.

Lenti.

221. **Diottro.** — Dopo tutti i casi possibili di rifrazione attraverso mezzi limitati da superfici piane, dobbiamo ora studiare il passaggio della luce in mezzi limitati da superfici curve. Noi studieremo solo il caso in cui tali superfici siano sferiche. Il caso più semplice è quello in cui si abbiano due mezzi trasparenti illimitati, separati da una superficie sferica; tale sistema si chiama il **diottro.**

Sia MVN (Fig. 271) la sezione della calotta (con un piano diametrale che passa per il vertice V) che separa i due mezzi (ordinariamente aria e

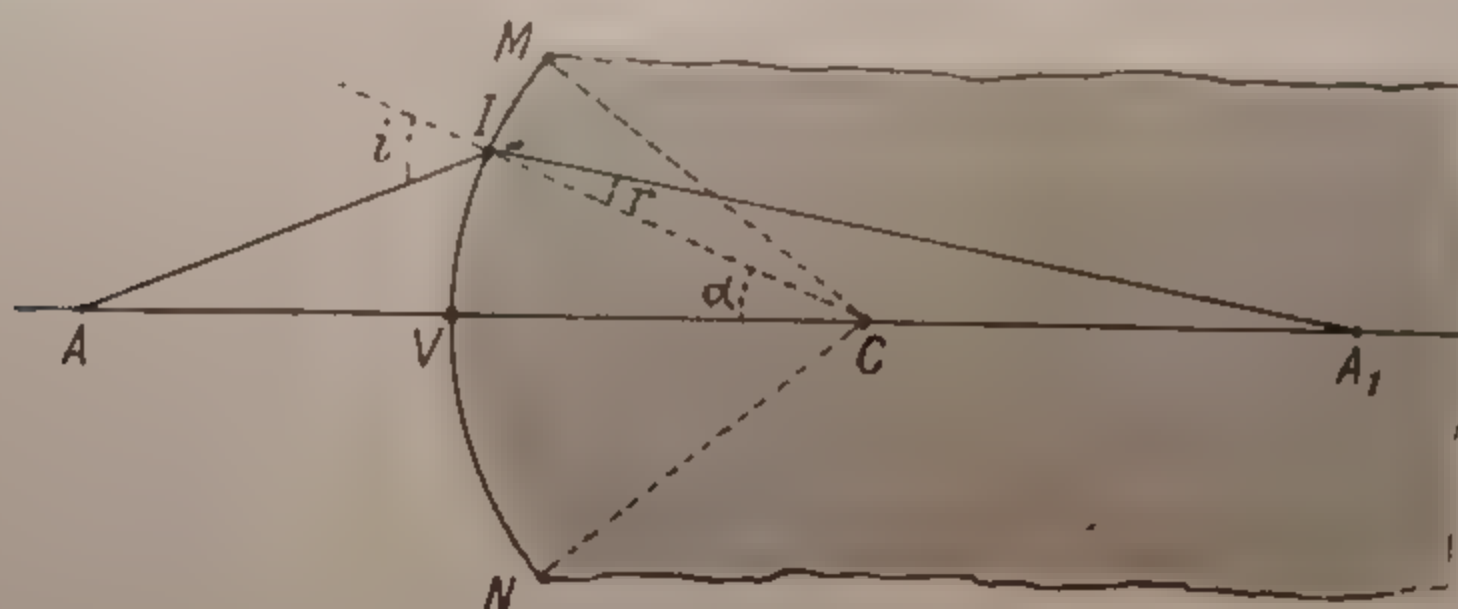



Fig. 271.

vetro). Il centro C della sfera a cui essa appartiene, si chiama il *centro di curvatura*; la retta VC che unisce il vertice con il centro di curvatura, è l'*asse ottico* del diottro; l'angolo MCN dicesi *apertura* del diottro.

Sia A un punto luminoso sull'asse ottico, nel 1º mezzo, ed AI un qualsiasi raggio incidente partente da esso, I il punto d'incidenza, IC la normale nel punto d'incidenza ed α l'angolo di essa con l'asse ottico. Il raggio, passando da un mezzo meno rifrangente (aria) ad uno più rifrangente (vetro), si avvicina alla normale. Sia IA_1 il raggio rifratto; supponiamo che incontri l'asse ottico in A_1.

Dal triangolo AIC, per il teorema dei seni, si ha:

$$\frac{(AC)}{(AI)} = \frac{\operatorname{sen} \widehat{AIC}}{\operatorname{sen} \alpha}\,;$$ ma: $\operatorname{sen} \widehat{AIC} = \operatorname{sen} i$, perchè $\widehat{AIC}$ ed i sono adiacenti e perciò supplementari, quindi sostituendo:

1) $$\frac{(AC)}{(AI)} = \frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} \alpha}.$$ Parimenti dal triangolo CIA_1, osservando che anche ora $\widehat{ICA_1}$ ed α sono supplementari, si ricava:

2) $$\frac{(A_1 I)}{(A_1 C)} = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} r}.$$ Moltiplicando le 1) 2) membro a membro, si ha:

$$\frac{(AC)\,.\,(A_1 I)}{(A_1 C)\,.\,(AI)} = \frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r}.$$ Per la legge della rifrazione, il 2º membro è uguale all'indice di rifrazione n relativo ai due mezzi, quindi·

3) $$\frac{(AC)\,.\,(A_1 I)}{(A_1 C)\,.\,(AI)} = n.$$

Dalla 3) si vede, che essendo per tutti i raggi partenti da A costanti n ed AC, mentre AI è variabile, deve essere variabile anche A_1C. Cioè gli [illegible] raggi partenti da A, dopo la rifrazione non s'incontrano nello stesso punto A_1; ma s'incontrano due a due in punti diversi, involgendo una superficie che si chiama *caustica di rifrazione* o *diacaustica*.

Se però *il diottro è di piccola apertura*, AI si può considerare costante per tutti i raggi ed uguale ad AV; anche A_1I allora è sensibilmente costante ed uguale ad A_1V, cioè tutti i raggi rifratti s'incontrano sensibilmente nello stesso punto A_1, giacente anch'esso sull'asse ottico. Infatti, tra tutti i raggi partenti da A vi è anche l'asse ottico AV, il quale cadendo sulla superficie di separazione nella direzione della normale, non subisce deviazione (§ 210) e dovrà passare anch'esso per A_1. Questo punto si chiama l'**immagine** del punto A; i due punti A ed A_1 si chiamano **punti coniugati.**

Concludendo: se il diottro è di piccola apertura, ad un fascio di raggi incidenti omocentrici (§ 175), corrisponde un fascio di raggi rifratti pure omocentrici.

Poniamo: $(AV) = p$; $(A_1V) = q_1$; $(CV) = r$; e conveniamo di considerare p positivo se si riferisce ad un segmento del 1° mezzo, q_1 ed r pure positivi, se si riferiscono a segmenti del 2° mezzo, negativi nel caso contrario. Sarà allora:

$$(AI) = (AV) = p\,; \quad (A_1I) = (A_1V) = q_1\,; \quad (AC) = (AV) + (VC) = p + r\,;$$
$$(A_1C) = (A_1V) - (CV) = q_1 - r\,.$$

Sostituendo nella 3), si ottiene:

$$4) \qquad \frac{(p+r)q_1}{(q_1-r)p} = n\,; \qquad \text{sviluppando e riducendo a forma intera:}$$

$$pq_1 + rq_1 = n(pq_1 - pr); \qquad \text{dividendo ambo i membri per } pq_1r:$$

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{p} = n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{q_1}\right); \qquad \text{da cui:}$$

$$5) \qquad \frac{1}{p} + \frac{n}{q_1} = (n-1)\,\frac{1}{r}\,.$$

Questa formula permette per un dato diottro (cioè noti n ed r) di trovare il valore di q_1, cioè la posizione di A_1, per una data posizione di A.

225. **Lenti.** — Si chiama lente un mezzo trasparente limitato da superfici curve, di cui una può essere piana. Noi studieremo solo le lenti sferiche; cioè quelle di cui le facce curve sono porzioni di una superficie sferica. Esse sono di due categorie: convergenti o divergenti, a seconda che convergono in un punto, o divergono, un fascio di raggi paralleli. Ciascuna di queste categorie si suddivide in tre specie, delle quali diamo le sezioni ed i nomi (Fig. 272):

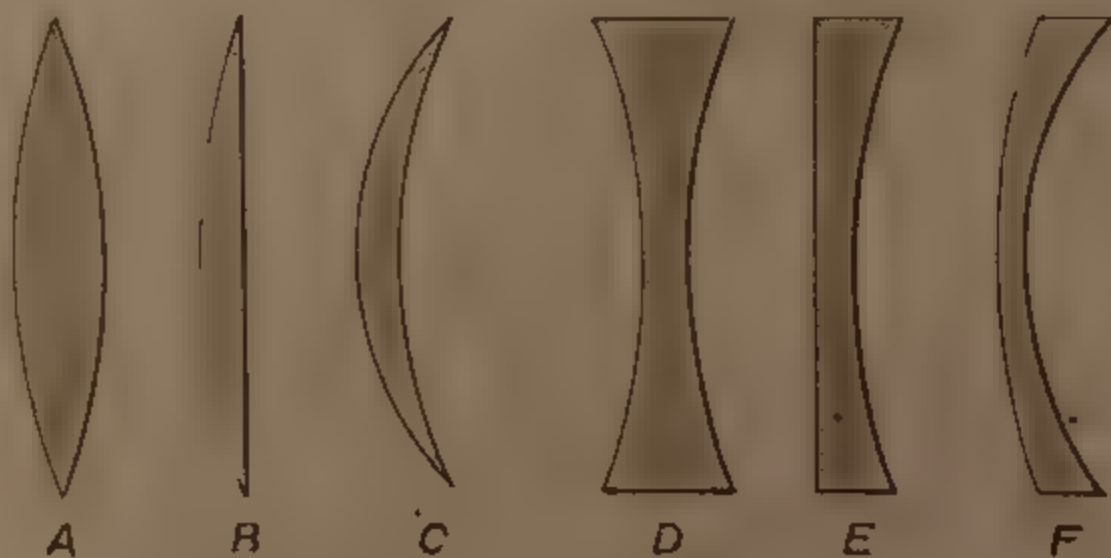



Fig. 272.

lenti convergenti	A	biconvessa
	B	piano-convessa
	C	menisco convergente
lenti divergenti	D	biconcava
	E	piano-concava
	F	menisco divergente.

Carattere comune alle lenti convergenti è di essere più grosse al centro e più sottili alla periferia; per le divergenti è l'opposto.

226. **Lenti convergenti.** — Studiamo la lente biconvessa; i risultati trovati s'intendono estesi alle altre due.

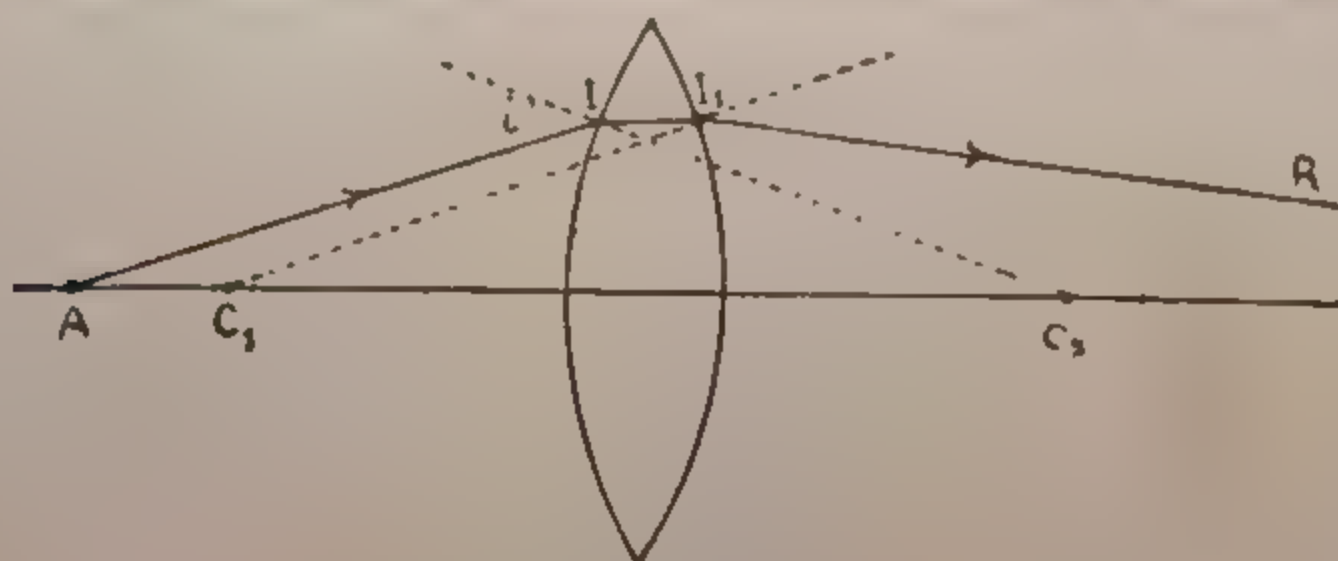



Fig. 273.

Siano C_1 e C_2 (Fig. 273) i centri delle due superfici sferiche che limitano la lente; la retta che li congiunge si chiama **asse ottico.**

Sia A un punto dell'asse ottico, ed AI uno dei raggi partenti da esso; in I passando da un mezzo meno ad uno più rifrangente, si avvicina alla normale IC_2, che è la congiungente I col centro C_2 della prima sfera. Il raggio prosegue indeviato sino al punto I_1; dove passando da un mezzo più ad uno meno rifrangente, si allontana dalla normale I_1C_1; esso emerge infine nella direzione I_1R. Il raggio ha così subito due deviazioni: una dentro ed una fuori della lente. Nello studio elementare che noi facciamo, vogliamo trascurare la deviazione dentro la lente; cioè consideriamo la lente *sottilissima*, in modo che I ed I_1 siano sensibilmente lo stesso punto.

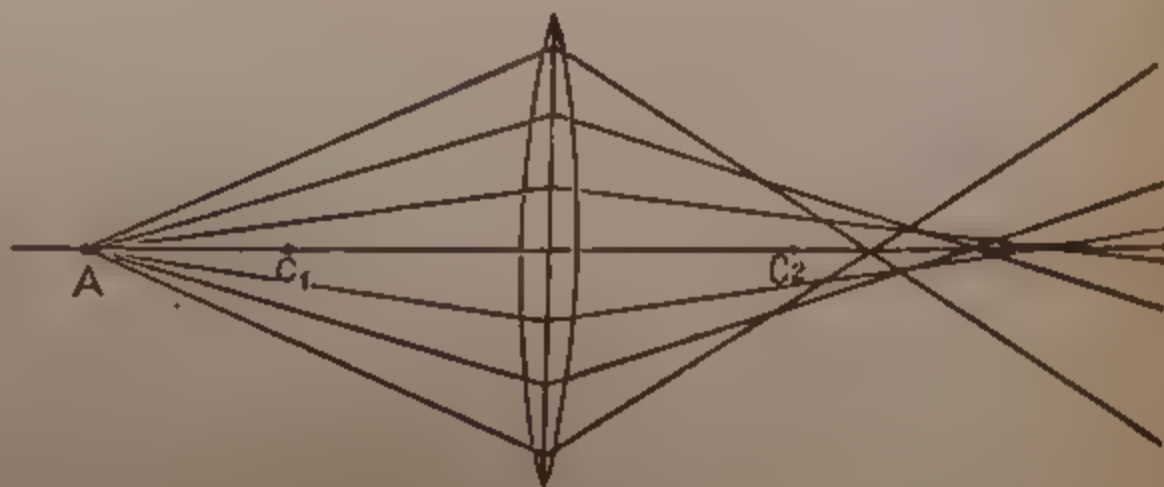
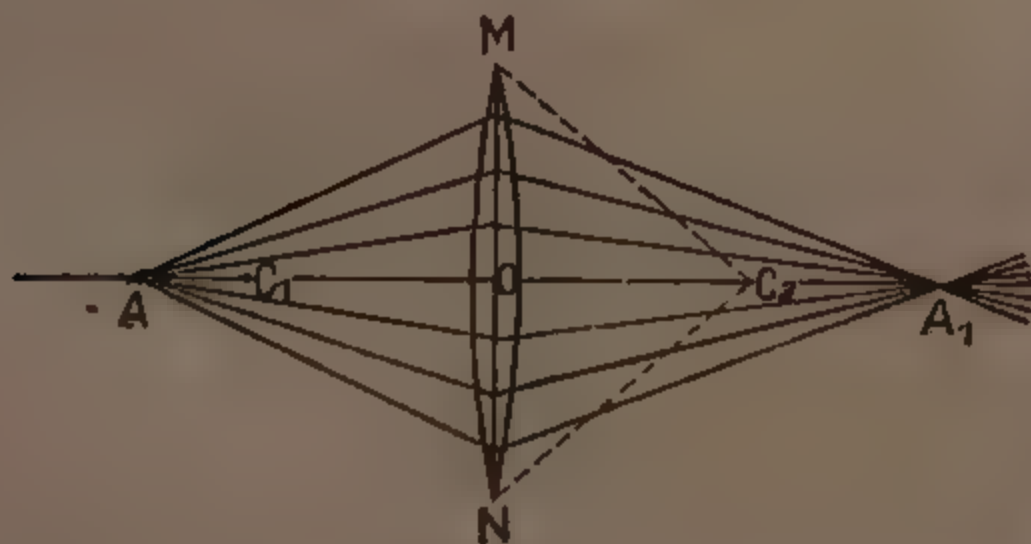



Fig. 274.

Fig. 275.

Consideriamo allora tutti i raggi partenti da un punto A (Fig. 274); essi, uscendo dalla lente, non s'incontrano tutti nello stesso punto; ma s'incontrano due a due in punti diversi, involgendo una superficie, che si chiama anche ora *caustica di rifrazione* o *diacaustica.*

Se però *la lente è di piccola apertura*, cioè l'angolo MC_2N (Fig. 275) è piccolo, i raggi partenti da un punto A dell'asse ottico sono deviati dalla lente in modo da riunirsi sensibilmente nello stesso punto A_1, situato anche esso sull'asse ottico; infatti, tra i raggi partenti da A vi è anche l'asse ottico AO, il quale incontrando la lente sulle due facce secondo la normale, non subisce deviazione, e dovrà passare anch'esso per A_1. Questo punto si chiama l'immagine di A; A ed A_1 si chiamano anche **punti coniugati.**

Ponendo $(AO)=p$; $(A_1O)=q$; $(C_1O)=r$; $(C_2O)=r_1$ (1), ed essendo n l'indice di rifrazione relativo ai due mezzi in cui si propagano i raggi luminosi, si dimostra che fra tali quantità esiste la relazione:

$$6) \qquad \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r_1}\right).$$

Infatti, la 6) si può ricavare applicando due volte la formula 5) del diottro; ponendo mente che nel 2° passaggio del raggio luminoso dal mezzo più rifrangente (vetro) al mezzo primitivo (aria), è $^1/_n$ l'indice di rifrazione, che al posto di p si deve porre q_1 cambiando di segno, e che il raggio r_1 della 2ª superficie è pure negativo.

Cioè, valendo ancora la 5) per il 1° passaggio dall'aria alla lente, si deve scrivere per il 2° passaggio dalla lente all'aria, essendo q la distanza dell'immagine A_1 dalla 2ª faccia della lente:

$$-\frac{1}{q_1}+\frac{1}{nq}=\left(\frac{1}{n}-1\right)\frac{1}{-r_1};$$

che si può scrivere, moltiplicando ambo i membri per n, e mutando il segno ad ambo i termini della frazione del 2° membro:

$$7) \qquad -\frac{n}{q_1}+\frac{1}{q}=\frac{n-1}{r_1}.$$ Sommando membro a membro la 5) e la 7)

si ha: $$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r_1}\right);$$ che è la 6) che si voleva ricavare.

La formula 6) può servire a determinare q per un dato valore di p; cioè dato un punto luminoso sull'asse ottico, se ne determina la posizione dell'immagine.

227. **Fuoco.** — La 6) vale per qualunque valore di p; quindi vale anche per $p=\infty$, cioè se i raggi arrivano alla lente parallelamente all'asse ottico. Sostituendo questo valore di p nella 6), e ricordando che $\frac{1}{\infty}=0$, chiamando con f il valore particolare di q che corrisponde a questo caso, si avrà:

$$8) \qquad \frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r_1}\right).$$

Essendo $n>1$, risulta $f>0$; cioè i raggi rifratti s'incontrano in un punto F, sull'asse ottico dall'altra parte della lente, che si chiama **fuoco principale**, (Fig. 276).

Si può eseguire una verifica sperimentale, dirigendo su una lente L' (Fig. 277) un fascio di raggi solari, che si ritengono praticamente paralleli;

(1) Avendo supposto la lente sottilissima, tali distanze si intendono misurate dal piano $[MN]$, a cui schematicamente si riduce la lente.

essi, uscendo dalla lente, [illegible] stesso punto F, come può scorgersi per l'illuminazione del pulviscolo. Mettendo in F uno schermo, vi si scorgerà un punto luminosissimo, realmente esistente; cioè il fuoco principale nella lente convergente è *reale*.

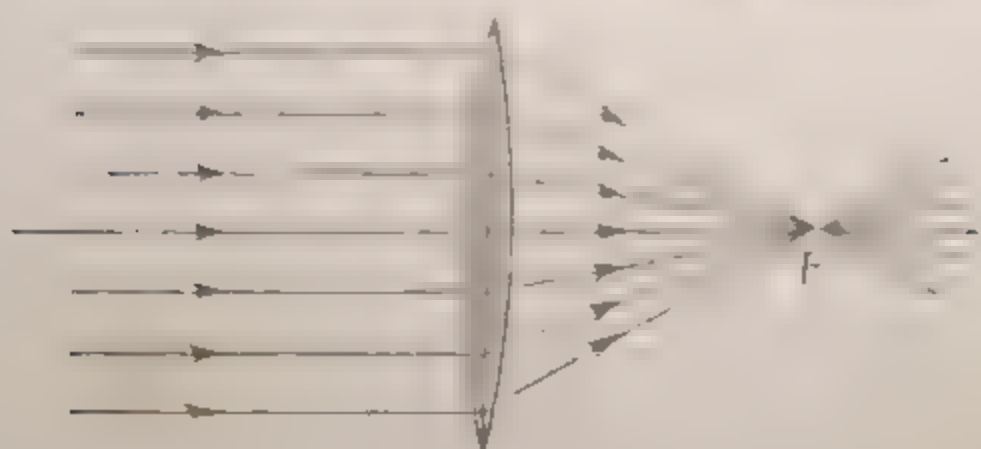



Fig. 276.

Vi è un altro fuoco principale F_1, definito analogamente come il punto d'incontro dei raggi rifratti, che provengono da un fascio di raggi paralleli all'asse ottico, ma dall'altra parte della lente.

Se i raggi paralleli provengono dal Sole, nel fuoco s'incontrano oltre che i raggi luminosi anche quelli calorifici, e vi è concentrazione di calore; ponendo in quel punto un fuscellino di legno, esso s'infiamma. La Fig. 278 mostra come si può tagliare un filo in una bottiglia, tappata e sigillata, senza togliere il tappo. Basta concentrare sul filo i raggi del Sole con una lente convergente. L'esperimento riesce meglio se il filo è nero, e naturalmente occorre che il Sole sia vivo ed il vetro chiaro.

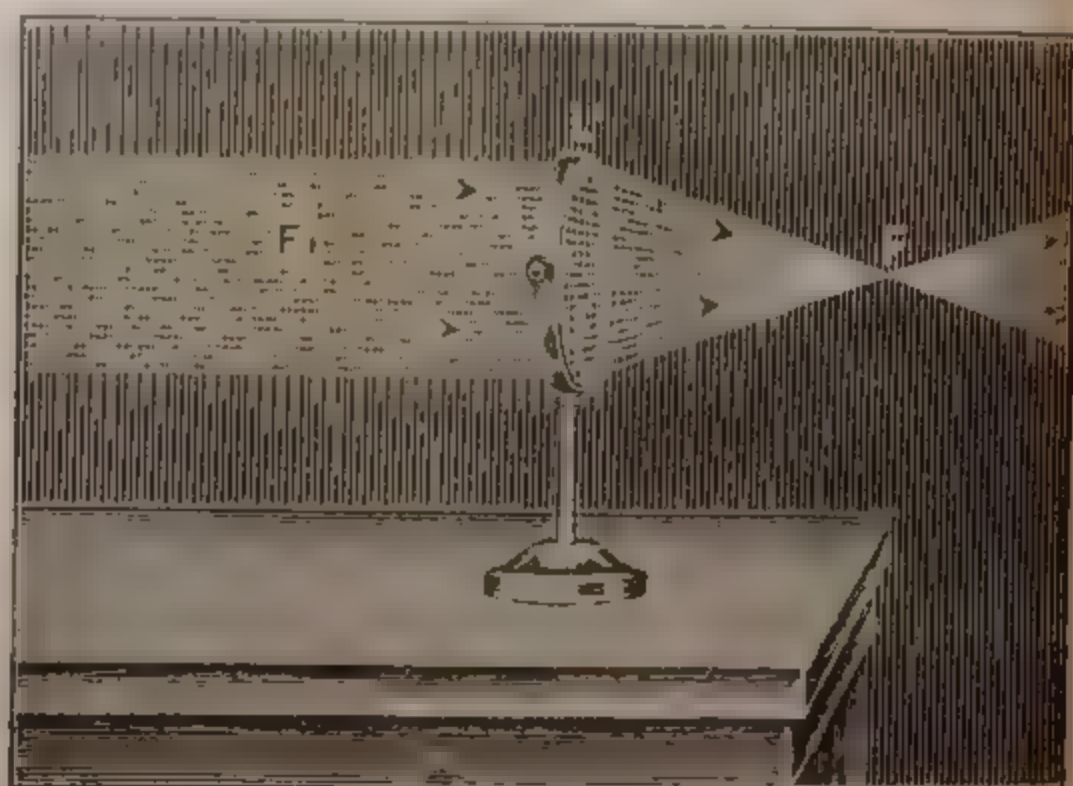



Fig. 277.

I due fuochi principali sono equidistanti dalla lente, qualunque sia la forma di questa; anche cioè nella lente piano-convessa e nel menisco. Essi non sono, come nello specchio concavo, a metà del raggio, come si ricava anche dalla 8); infatti la loro posizione oltre che dalla curvatura delle facce della lente, dipende dal valore di n. I centri delle sfere che limitano la lente, possono essere a diversa distanza, ed uno di essi può essere infinitamente lontano, se una delle facce è piana; mentre i fuochi sono sempre equidistanti dalla lente

Fig. 278.

La distanza del fuoco dalla lente si chiama la distanza focale, e l'abbiamo indicata con f; essa

è l'elemento più importante della lente e serve a determinarla. Cioè, per [illegible] una lente, basta darne la distanza focale.

[illegible]8. **Punti coniugati.** — Sostituendo nella 6) al 2° membro il valore equivalente della 8), si ottiene:

$$9) \qquad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

che si chiama la **formula dei punti coniugati,** la quale anche ora dice che: *la somma delle inverse delle distanze del punto luminoso e della sua immagine dalla lente, è uguale all'inversa della distanza focale.* Essa serve, come per gli specchi concavi, a trovare la posizione dell'immagine, allorchè sia assegnata la posizione del punto luminoso. Per questo, basta sostituire a p ed f i valori numerici dati, e risolvere rispetto a q l'equazione di 1° grado che se ne ricava. Il valore che si trova per q riportato sull'asse ottico, dall'altra parte della lente se è positivo, e dalla stessa parte se è negativo, determina la posizione dell'immagine.

Es. *Dove si trova l'immagine di un punto posto a* m *0,45 da una lente convergente, la cui distanza focale è di* m *0,30?*

È in questo caso: $f =$ cm 30; $p =$ cm 45; quindi per la 9):

$$\frac{1}{45} + \frac{1}{q} = \frac{1}{30}; \quad \text{cioè:} \quad \frac{1}{q} = \frac{1}{30} - \frac{1}{45} = \frac{1}{90}, \quad \text{quindi:}$$

$$\mathbf{q = cm\ 90.}$$

L'immagine è a 90 *cm* dalla lente, dall'altra parte.

Facendo variare la posizione del punto luminoso, dall'infinito alla lente, si trovano con la 9) le posizioni corrispondenti dell'immagine. I risultati sono analoghi a quelli trovati per gli specchi concavi (§ 198), quando invece del centro di curvatura si considerino due punti M ed M_1 posti al *doppio della distanza focale* (Fig. 279); cioè tali che:

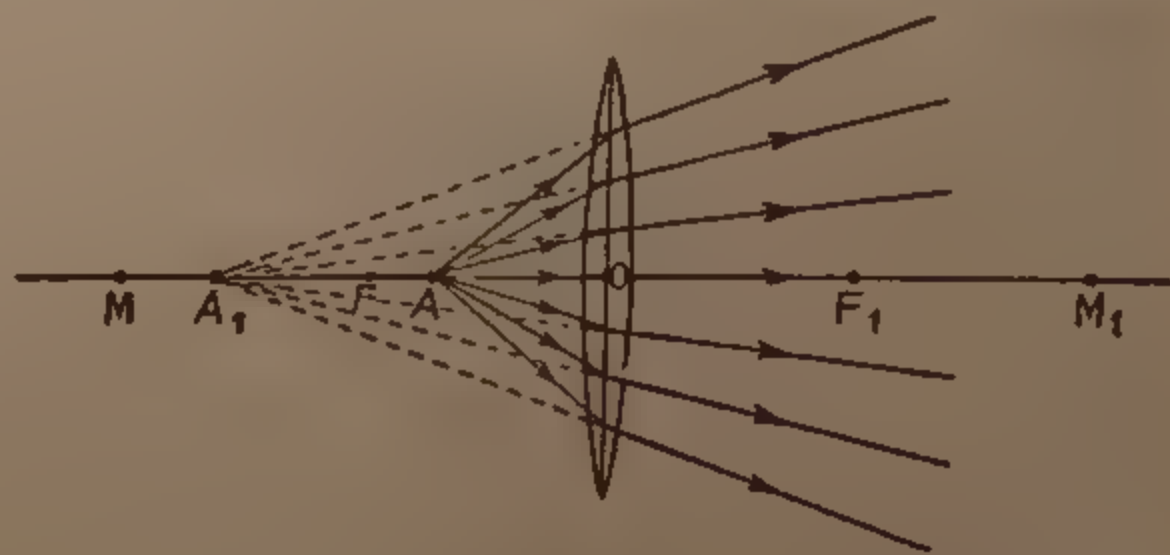
$$MO = M_1O = 2FO;$$

si hanno i seguenti casi:

Fig. 279.

1. *Se il punto luminoso è all'infinito, la sua immagine è sul fuoco.* Si deduce dalla definizione del fuoco.

2. *Se il punto luminoso è tra l'infinito ed il doppio della distanza focale, l'immagine è,* dall'altra parte, *tra il fuoco ed il doppio della distanza focale.*

3. *Se il punto luminoso è nel doppio della distanza focale* (da una parte della lente), *l'immagine è anch'essa al doppio della distanza focale* (dall'altra parte).

4. *Se il punto luminoso è tra il doppio della distanza focale ed il fuoco l'immagine è tra il doppio della distanza focale e l'infinito* (caso inverso del 2°)

In tutti questi casi l'immagine è reale, perchè formata dall'incontro effettivo dei raggi rifratti.

5. *Se il punto luminoso è nel fuoco, la sua immagine è all'infinito;* (cioè, se i raggi partono dal fuoco, escono dalla lente paralleli all'asse ottico; caso inverso del 1°).

6. *Se il punto luminoso è tra il fuoco e la lente, l'immagine è virtuale, dalla stessa parte del punto luminoso.* Cioè, in questo caso i raggi rifratti escono divergenti, e non s'incontrano che i loro prolungamenti, (Fig. 279).

Notiamo anche ora che ad una variazione con continuità della posizione del punto luminoso dall'infinito alla lente, corrisponde una variazione con continuità della posizione della immagine: dal fuoco a $+\infty$, da $+\infty$ a $-\infty$ senza salto, e da $-\infty$ alla lente.

229. **Formula di Newton.** — Anche per la lente si può trasformare la formula 9) dei punti coniugati, come abbiamo fatto nel § 199, esprimendo p e q in funzione delle distanze del punto luminoso e dell'immagine, rispettivamente dal 1° e dal 2° fuoco principale. Chiamando a e b tali distanze, ne risulta anche ora la **formula di Newton:**

$$10)\qquad ab = f^2;$$

che si enuncia ancora come allora:

La distanza focale è media proporzionale tra le distanze del punto luminoso e della sua immagine dai rispettivi fuochi principali.

Questa formula conduce anche ora ad una costruzione grafica dell'immagine di un punto luminoso posto sul l'asse principale, analoga a quella della Fig. 216; osservando però che l'immagine di A non è il punto A_1, ma il simmetrico A_2 di questo rispetto al punto O, (Fig. 280).

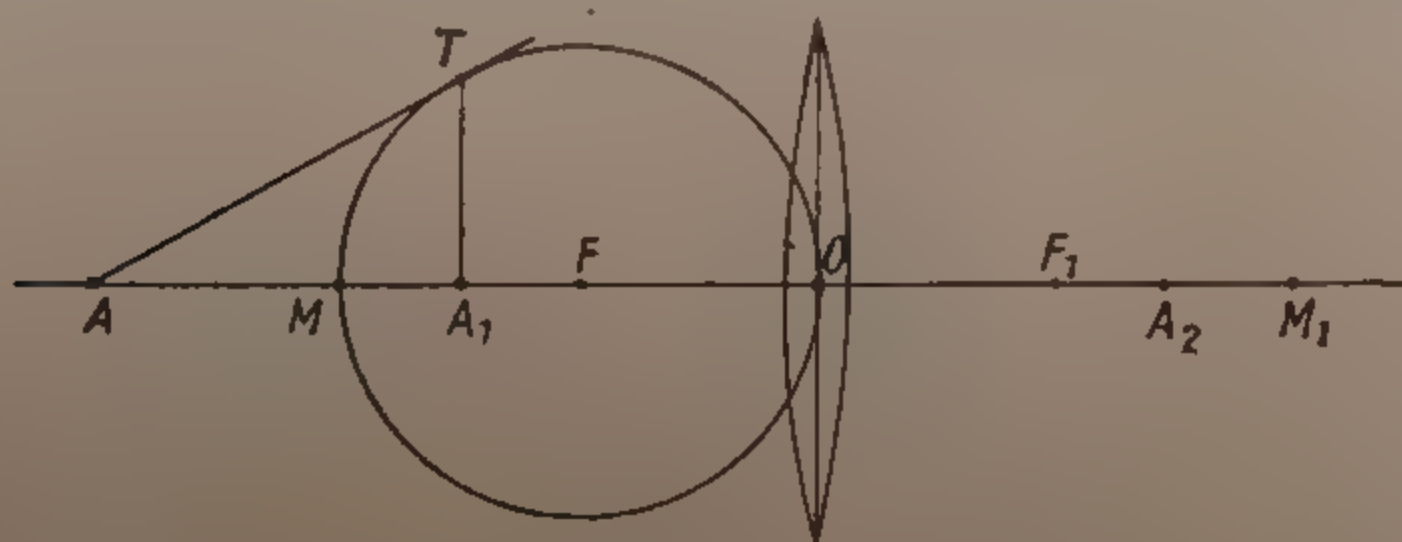



Fig. 280.

230. **Centro ottico - Assi secondari - Piani focali.** — Siano C e C_1 i centri di curvatura delle due facce sferiche di una lente, (Fig. 281). Condotta CA a piacere, tracciamo C_1B parallela a CA; i piani tangenti in A e B, perpendicolari alle parallele CA, C_1B, sono tra loro paralleli. Un raggio incidente SB, che attraversando la lente passi per A, è come se attraversasse una lastra limitata dai piani tangenti in A e B; quindi (§ 215) esce secondo AR parallela ad SB. Supposta la lente sottilissima, i raggi SB ed AR appartengono alla stessa retta, che incontra l'asse ottico nel punto O. Questo punto chiamasi il **centro ottico**; e gode perciò della proprietà che: **qualunque raggio passante per esso, non subisce deviazione.**

Dai triangoli simili COA e C_1OB si ha che:

$OA : OB = CA : C_1B$; cioè, il centro ottico divide il segmento AB in parti proporzionali ai due raggi delle sfere che limitano la lente. Quindi il centro ottico coincide col punto medio del segmento PQ, solo nel caso che la lente sia biconvessa, con le due superfici di egual curvatura; se no non coincide col centro, e può essere anche fuori della lente, come nel caso del menisco. La Fig. 282 mostra la posizione del centro ottico O nei casi principali.

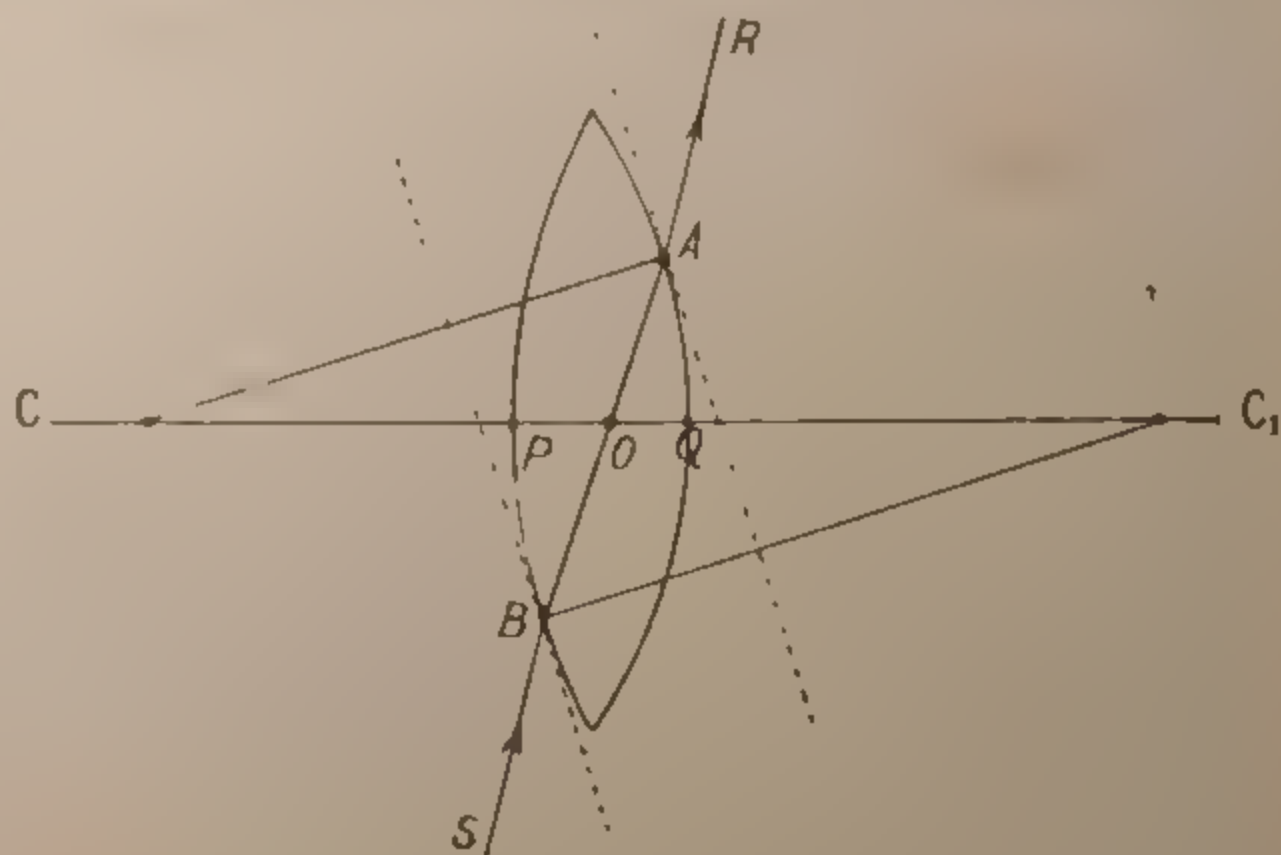



Fig. 281.

Ogni retta passante per il centro ottico si chiama **asse secondario.** Su ciascuno di questi esistono due **fuochi secondari**; definiti come luogo d'incontro dei raggi rifratti, provenienti da un fascio di raggi paralleli all'asse secondario, da una parte e dall'altra della lente. Di fuochi secondari ve n'è una doppia infinità; il loro luogo è sensibilmente formato da due piani, perpendicolari all'asse ottico, passanti per i fuochi principali; si chiamano i **piani focali.**

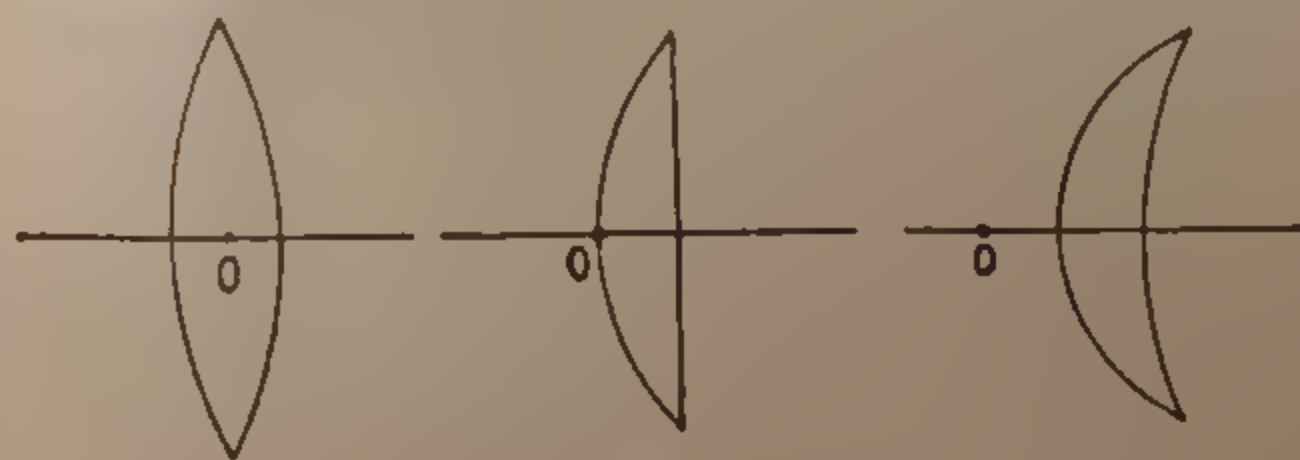



Fig. 282.

Dato un punto luminoso fuori dell'asse ottico, si conduca l'asse secondario passante per esso; se ne troverà l'immagine applicando ancora la formula 9) dei punti coniugati, e contando le distanze p, q, f su tale asse secondario.

231. **Costruzione grafica dell'immagine.** — Ma per un punto fuori dell'asse ottico, si trova preferibilmente l'immagine con una costruzione grafica. Questa è basata sul fatto che se, per definizione, l'immagine è il punto d'incontro di *tutti* i raggi rifratti, per determinarla bastano *due* soli raggi; e precisamente ne sceglieremo due di cui è nota la direzione in cui si rifrangono, senza bisogno di applicare le leggi della rifrazione.

Ecco la costruzione che si applica in ogni caso. In tutte le figure seguenti supporremo la lente ridotta schematicamente ad un piano perpendicolare all'asse ottico e contenente il centro ottico, (nota del § 226).

Sia A il punto luminoso dato (Fig. 283); si conduce da esso il raggio AI parallelo all'asse ottico, che si rifrange passando per il fuoco F_1; si conduce

poi da A il raggio AO passante per il centro ottico, che prosegue indeviato;

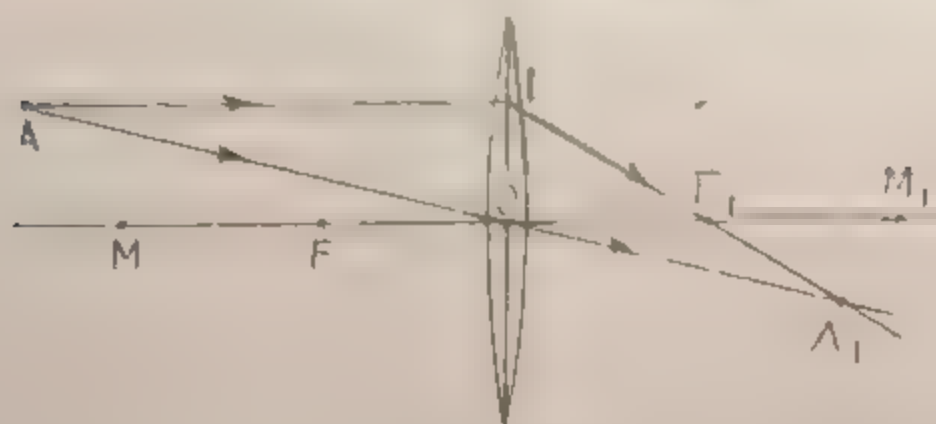
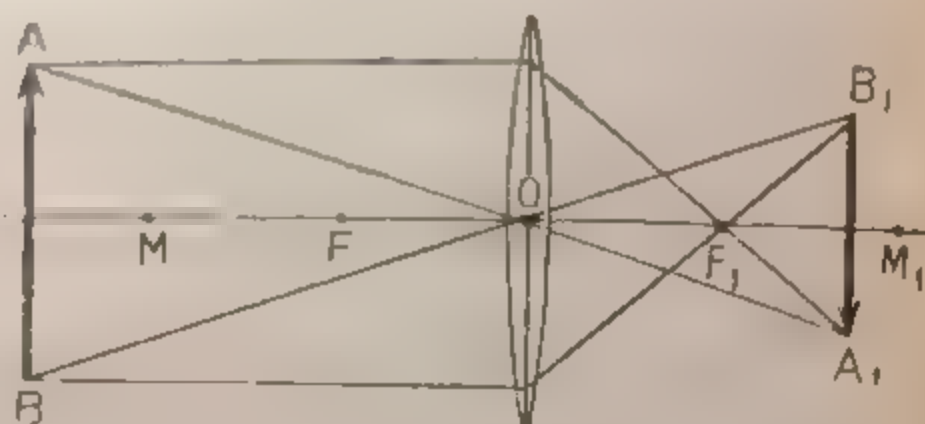



Fig. 283. Fig. 284.

i due raggi rifratti s'incontrano in un punto A_1, che è l'immagine cercata.

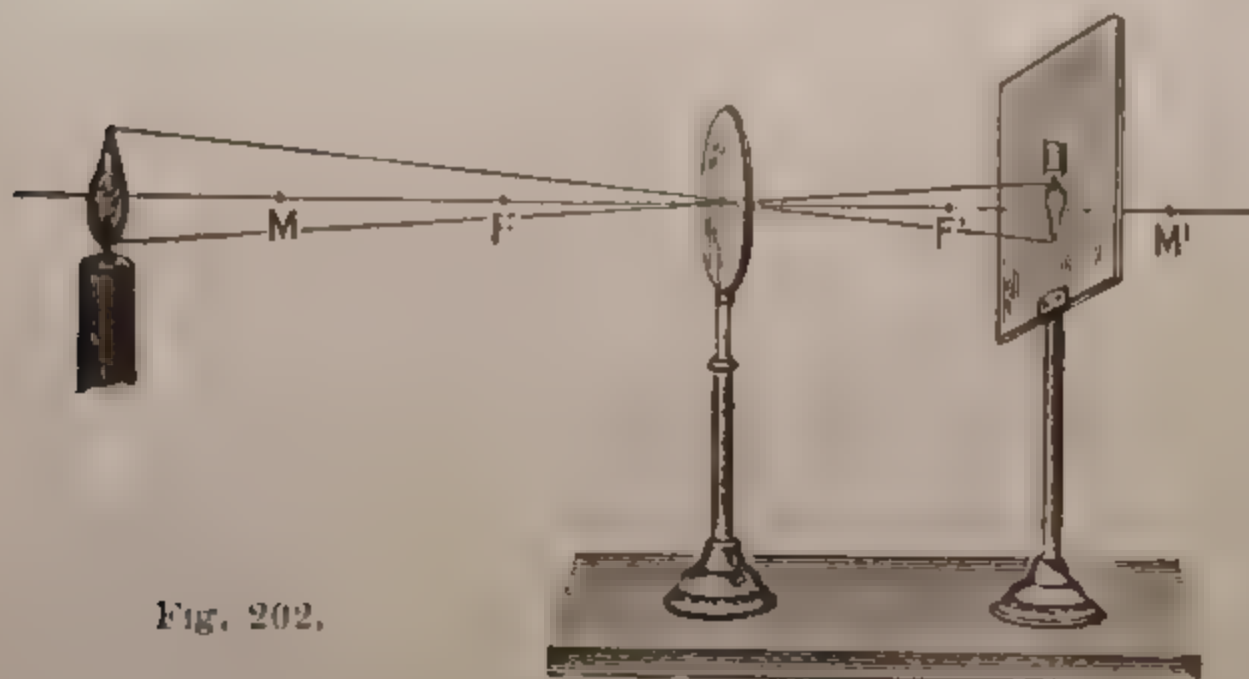



Fig. 202.

Applichiamo questa costruzione nei diversi casi, per trovare l'immagine di un oggetto; questo lo rappresenteremo al solito con una freccia AB, e troveremo solo le immagini A_1B_1 degli estremi. Ecco i casi principali; si tenga presente anche ora quanto si è detto nella Nota del § 201:

1. *Se l'oggetto è tra l'infinito ed il doppio della distanza focale, l'immagine è tra il fuoco ed il doppio della distanza focale, dall'altra parte della lente; ed è reale, capovolta, impiccolita* (Fig. 284); la verifica sperimentale è rappresentata nella Fig. 285.

Fig. 286.

2. *Se l'oggetto è al doppio della distanza focale, anche l'immagine è al doppio della distanza focale,*

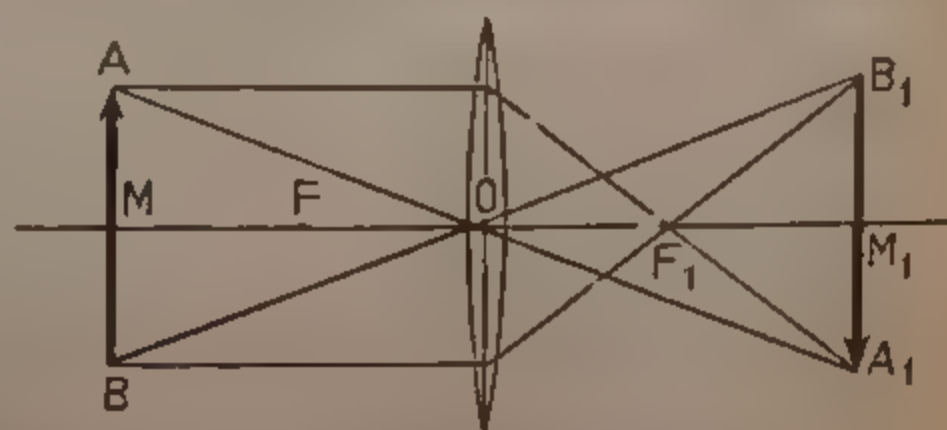



Fig. 287.

[illegible] parte della lente ed è reale, capovolta, della stessa grandezza, (Fig. [illegible], la verifica sperimentale come in Fig. [illegible]).

3. Se l'oggetto è tra il doppio della distanza focale ed il fuoco, l'immagine è tra il doppio della distanza focale e l'infinito; ed è reale, capovolta e ingrandita, (Fig. 288, e la verifica sperimentale come in Fig. 289).

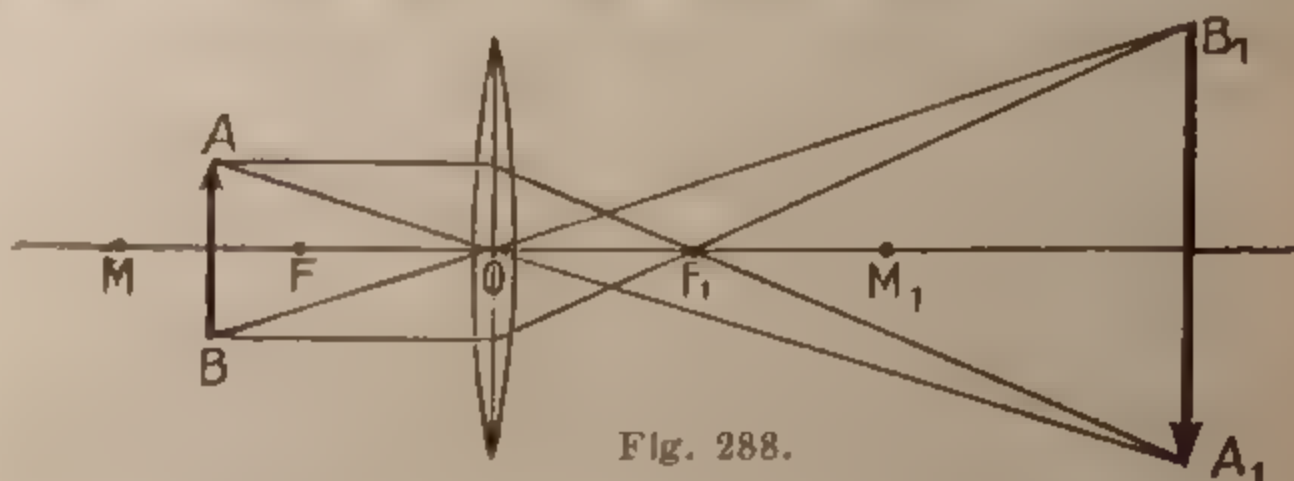
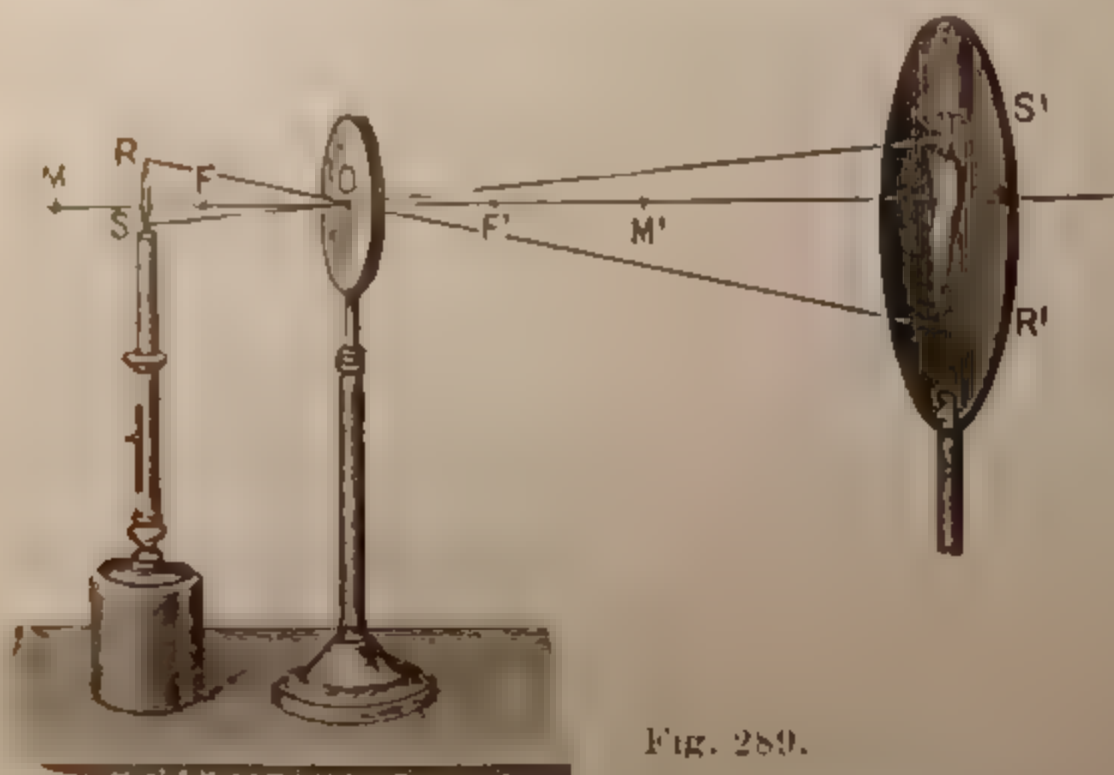
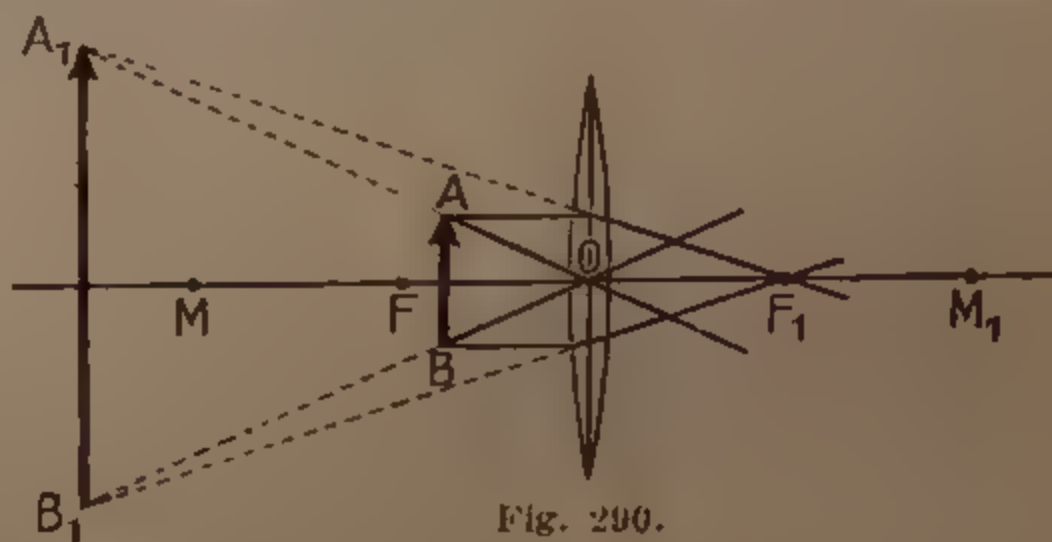



Fig. 288.

4. Se l'oggetto è nel piano focale, l'immagine è all'infinito, infinitamente grande.

5. Se l'oggetto è tra il fuoco e la lente, l'immagine è dalla stessa parte, tra l'oggetto e l'infinito; ed è virtuale, diritta, ingrandita, (Fig. 290). Per la verifica sperimentale si noti, che essendo l'immagine virtuale, non può raccogliersi su uno schermo, ma è solo visibile con l'occhio, (Fig. 291).

Fig. 289.

232. **Ingrandimento.** — Si definisce anche ora, come per lo specchio concavo (§ 202); **ingrandimento** *è il rapporto tra la grandezza* [1] *dell'immagine e quella dell'oggetto.* Cioè, chiamando G l'ingrandimento:

$$11) \quad G = \frac{(A_1 B_1)}{(A B)}.$$

Fig. 290.

Per la similitudine dei triangoli OAB e OA_1B_1 (Fig. 292) è:

$$12) \qquad \frac{(A_1 B_1)}{(A B)} = \frac{(O Q)}{(O P)} - \frac{q}{p}.$$

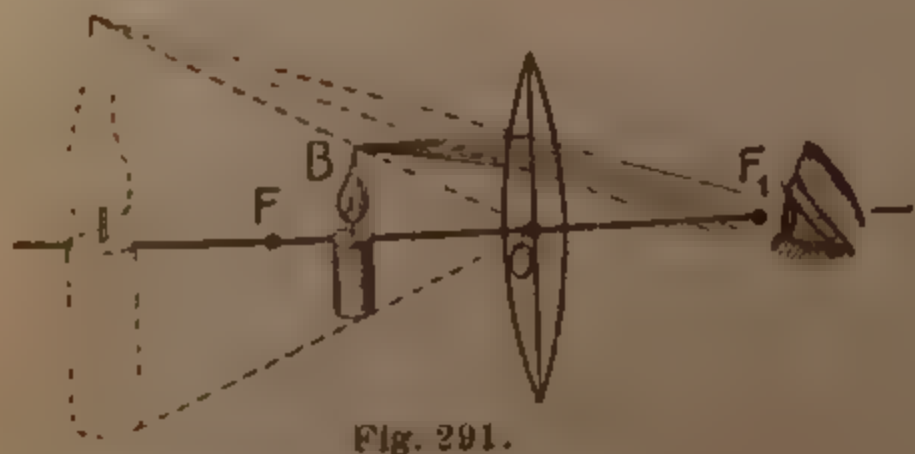



Fig. 291.

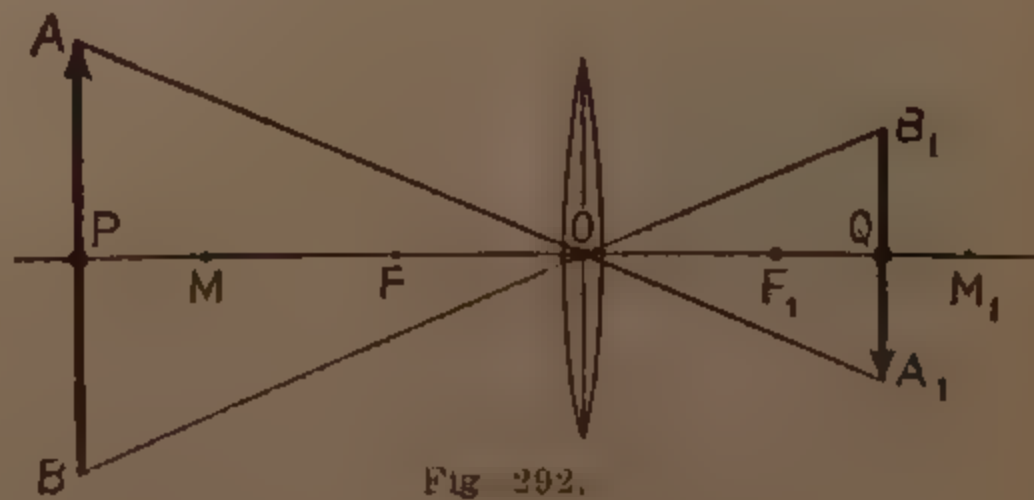



Fig. 292.

(1) Vedi nota al § 202.

Quindi anche per la lente, (come per lo specchio concavo, § 202):

La grandezza dell'immagine e quella dell'oggetto stanno fra loro come le rispettive distanze dalla lente.

Con lo stesso procedimento con cui si è ricavata la 9) del § 202, si troverà anche ora che:

$$13) \qquad G = \frac{q}{p} = \frac{f}{p - f}.$$

Es. *Quanto è grande l'immagine di un albero, alto* m *15, posto a* m *25 da una lente convergente, la cui distanza focale è di* cm *25?*

Chiamando x l'altezza dell'immagine, sarà per la 13):

$$\frac{x}{15} = \frac{0,25}{25 - 0,25} = \frac{0,25}{24,75}; \qquad \text{da cui:} \qquad x = m\,\frac{15 \times 0,25}{24,75} = \text{cm } 15,15.$$

233. **Lenti divergenti.** — Studiamo solo la lente **biconcava**; i risultati ottenuti valgono per le altre due.

I centri di curvatura C e C_1, l'asse ottico, il centro ottico O, l'asse secondario, si definiscono come per la lente biconvessa.

Sia A un punto luminoso dell'asse ottico; un raggio AI partente da A (Fig. 293), subisce due deviazioni; una volta entrando in I nella lente si avvicina alla normale CI, l'altra volta uscendo da I_1 dalla lente, si allontana dalla normale I_1C_1. Se la lente è *sottilissima*, si trascura la deviazione II_1.

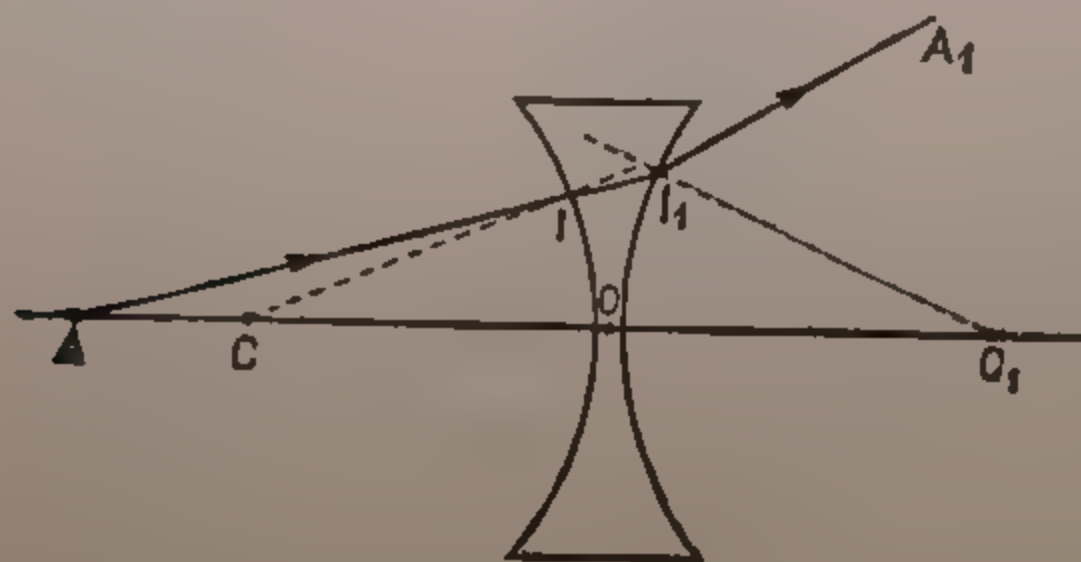



Fig. 293.

Tutti i raggi che partono da un punto luminoso A (Fig. 294), escono dalla lente formando un fascio di raggi divergenti, che non s'incontrano; ma *se la lente è di piccola apertura*, s'incontrano i loro

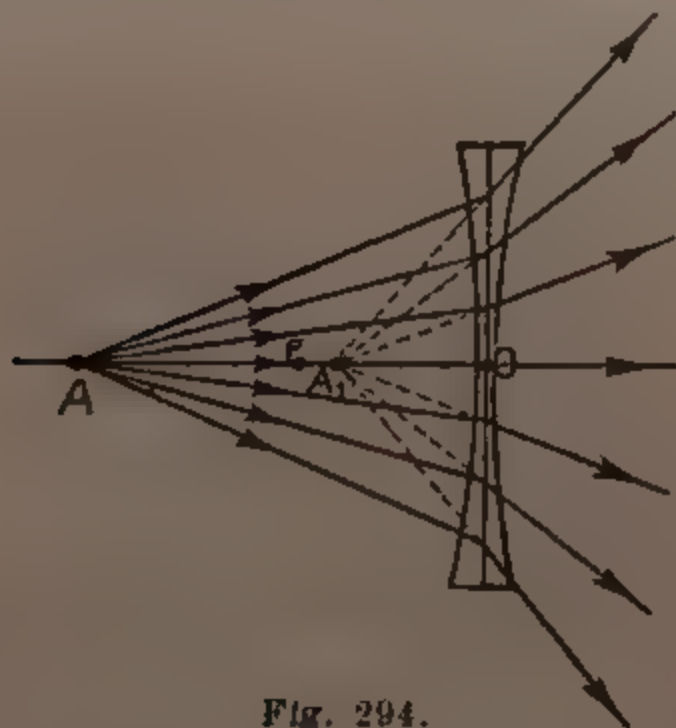
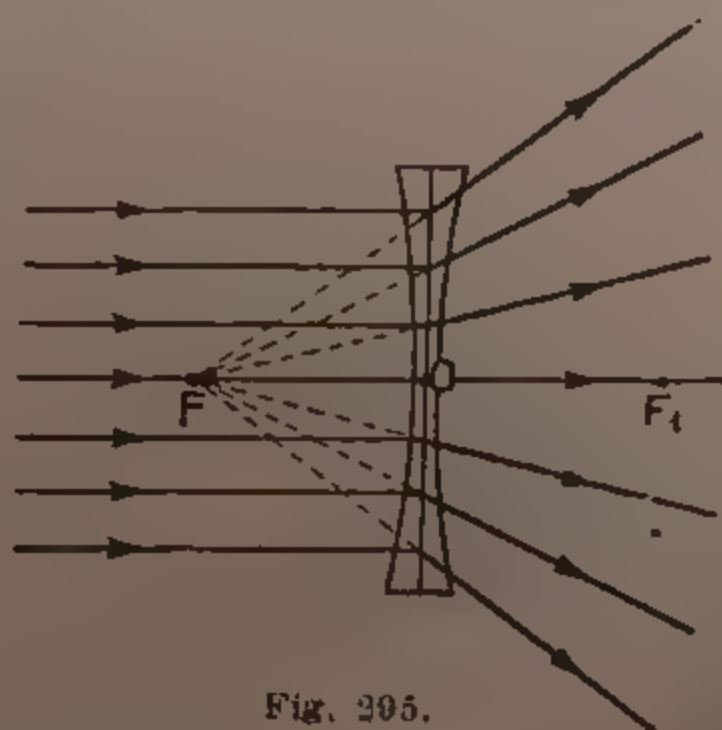



Fig. 294. Fig. 295.

prolungamenti in un punto A_1, dalla stessa parte di A, che si chiama l'immagine o punto coniugato di A. Quest'immagine è quindi virtuale.

Se il punto A è all'infinito, cioè se i raggi arrivano paralleli all'asse ottico (Fig. 295), si rifrangono ancora in un fascio di raggi divergenti, i cui prolungamenti s'incontrano in un punto F, che si chiama **fuoco principale**, ed è virtuale.

Vi è un secondo fuoco principale F_1 definito in modo analogo, allorchè i raggi paralleli provengono dall'altra parte della lente; F ed F_1 sono equidistanti dalla lente.

Consideriamo incidenti nello stesso punto I due raggi BI ed AI (Fig. 296), di cui il primo parallelo all'asse ottico; se questo esce divergente nella dire-

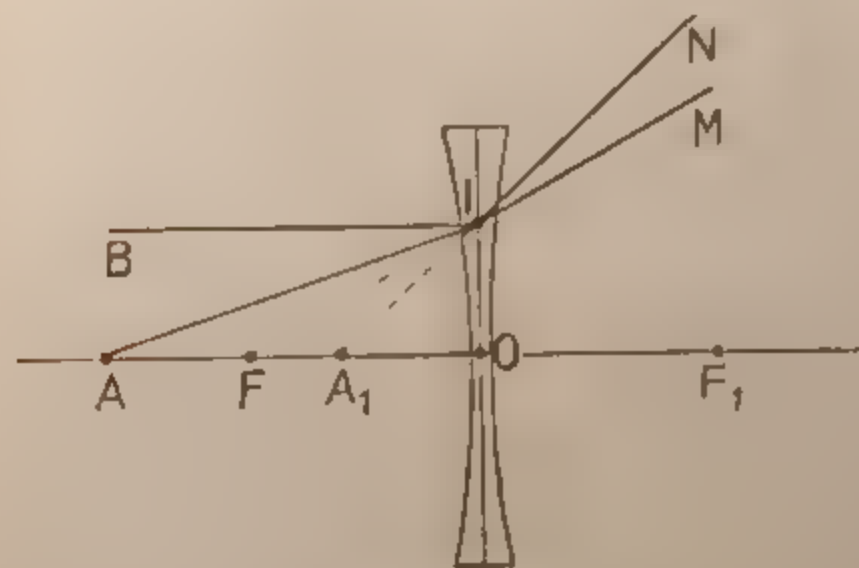
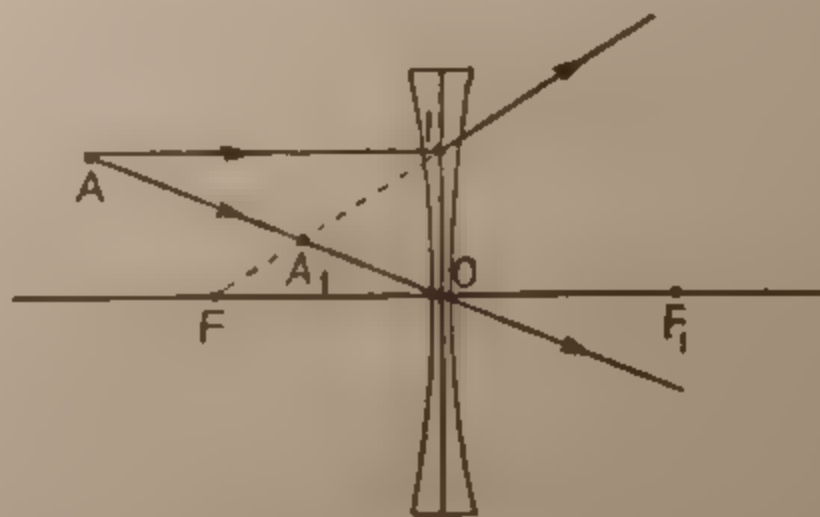



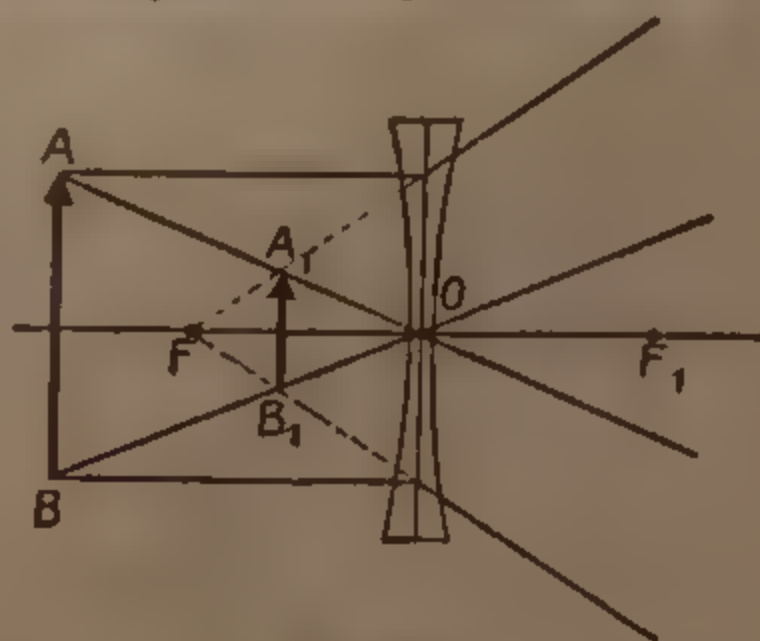
Fig. 296. Fig. 297.

zione IM, a maggior ragione sarà più divergente il raggio rifratto IN di AI che è già esso stesso divergente. Cioè il prolungamento di NI incontrerà l'asse ottico in un punto A_1, più vicino alla lente che F. Dunque:

Ovunque sia il punto luminoso, la sua immagine è sempre virtuale, tra il fuoco e la lente.

Chiamando p la distanza del punto luminoso dalla lente, q la distanza della sua immagine dalla lente e f la distanza focale, fra queste quantità si può ricavare una relazione analoga alla 9) del § 228; con l'osservazione che ora q ed f sono sempre negativi. Cioè si ha la **formula dei punti coniugati:**

Fig. 298.

$$14) \qquad \frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f},$$

che permette al solito di trovare la posizione dell'immagine, assegnata la posizione del punto luminoso.

Se il punto luminoso è fuori dell'asse ottico, ne troviamo senz'altro l'immagine con la seguente costruzione grafica: Sia A il punto (Fig. 297); si considera da esso il raggio AI parallelo all'asse ottico, che si rifrange in modo che *il suo prolungamento* passi per il fuoco F; si considera poi il raggio AO che passa per il centro ottico e che prosegue indeviato; i due raggi rifratti non s'incontrano, ma s'incontrano i loro prolungamenti in un punto A_1 che è l'immagine cercata.

Se si vuole l'immagine di un oggetto AB (Fig. 299), si trova l'immagine A_1B_1 dei suoi estremi; si ha che:

Ovunque sia l'oggetto, la sua immagine è sempre virtuale, diritta, impiccolita, tra il fuoco e la lente.

La Fig. 299 ne mostra la verifica sperimentale.

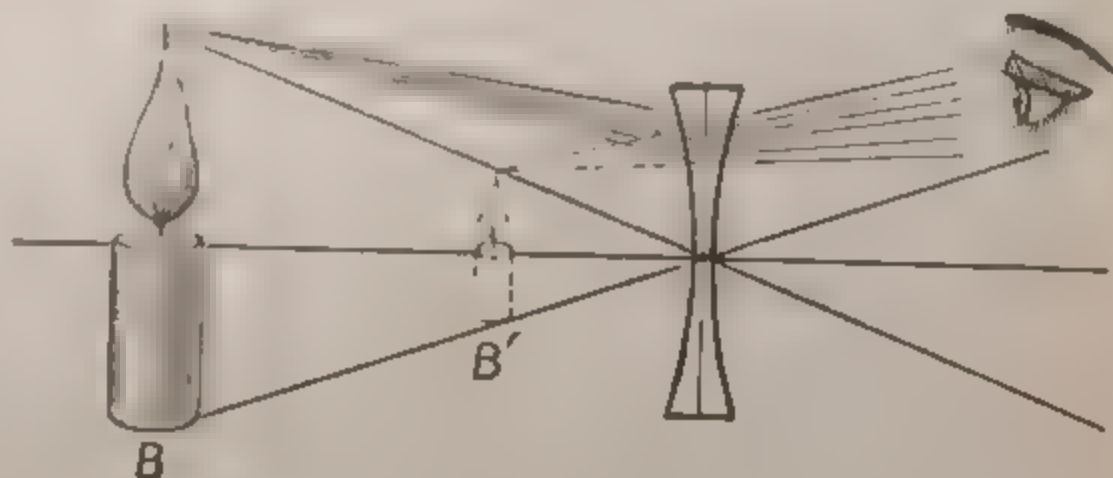



Fig. 299.

234. **Applicazioni delle lenti - Fari.** — Le lenti si applicano specialmente negli strumenti ottici, di cui parleremo in un capitolo a parte. Ora citiamo i **fari**, che servono ad inviare lontano sul mare un fascio di raggi luminosi, a scopo di segnalazione.

Per questo s'impiega una lente convergente nelle condizioni del N. 5 del § 228; cioè si pone una sorgente luminosa al fuoco della lente, in modo che da questa viene proiettato lontano un fascio di raggi paralleli. Ma ricordiamo che i risultati studiati valgono per lenti di piccola apertura; con una lente ordinaria quindi non si potrebbe utilizzare che una piccola parte dei raggi partenti dalla sorgente luminosa.

Per evitare tale inconveniente, si fa uso di una **lente a scaglioni** (Fig. 300); essa è formata da una lente centrale C piano-convessa, di piccola apertura, circondata da un sistema di anelli piano-convessi AB.. concentrici, le cui curvature sono scelte in modo, che i raggi partenti dal fuoco escano poi parallelamente all'asse ottico di tutto il sistema. Essa è stata inventata da Fresnel [1] nel secolo scorso.

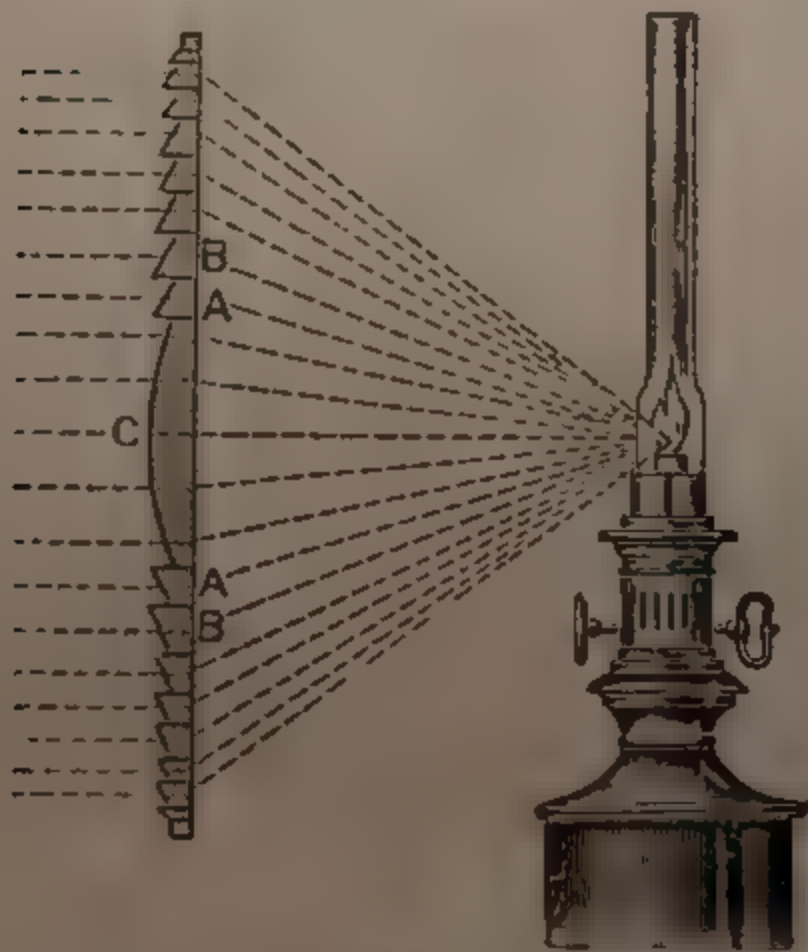



Fig. 300.

Come sorgente luminosa si adopera una lampada a petrolio per i piccoli fari, o ad acetilene per quelli più importanti; talvolta meglio l'arco voltaico elettrico (Vol. 3°, § 181). Tutto il sistema ottico è girevole attorno ad un asse verticale, per mezzo di un movimento d'orologeria, in modo da dirigere il fascio di luce successivamente in tutti i punti dell'orizzonte; da lontano così la luce si scorge a lampi successivi; la durata di ciascun lampo, e il tempo con cui si susseguono, varia da faro a faro, e serve a distinguerli uno dall'altro.

La Fig. 301 mostra il sistema ottico di un faro moderno.

Una lente convergente del diametro di qualche centimetro può adoperarsi per accendere il fuoco; concentrando con essa i raggi solari su un pezzo di carta o su un fuscello di legno.

---

(1) Vedasi nota al § 269.

[illegible] Problemi sulle lenti.

a) Problemi risoluti.

1. *A cm 75 da una lente convergente di* cm *50 di distanza focale, si pone un segmento di* cm *20 d'altezza, perpendicolare all'asse ottico; calcolare la posizione dell'immagine e la grandezza.*

Risoluzione. — Per la posizione dell'immagine, adopereremo la formula 9) dei punti coniugati, in cui $p =$ cm 75 ed $f =$ cm 50, si otterrà:

$$\frac{1}{75} + \frac{1}{q} = \frac{1}{50}; \quad \text{da cui:}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{150}, \quad \text{e:} \quad \mathbf{q = cm\ 150.}$$

Per trovare la grandezza dell'immagine adopereremo la formula 12) dell'ingrandimento, con $p = 75$, $q = 150$. Chiamando G l'ingrandimento, sarà:

$$G = \frac{150}{75} = 2; \quad \text{cioè la}$$

grandezza dell'immagine è doppia di quella dell'oggetto; essa quindi è alta: **cm 40.**

2. *Alla distanza* p = cm *30 da una lente convergente è posto un oggetto di altezza* l = cm *5. Da parte opposta della lente è collocato uno specchio concavo, avente l'asse principale in comune con la lente, alla distanza* d = cm *48 da questa. Le distanze focali della lente e dello specchio sono rispettivamente* $f_1 =$ cm *15, ed* $f_2 =$ cm *10. Determinare gli elementi dell'immagine finale formata dal sistema.*

Fig. 301.

Risoluzione. — Rispetto alla lente l'oggetto è posto al doppio della distanza focale; perciò se ne forma dall'altra parte, tra la lente e lo specchio, un'immagine reale, capovolta, di egual grandezza ($l_1 =$ cm 5), al doppio della distanza focale, cioè a distanza dallo specchio:

$$p_1 = \text{cm}\ (48 - 30) = \text{cm}\ 18\,.$$

Quest'immagine funziona da oggetto rispetto allo specchio, ed è posta rispetto a questo tra il fuoco ed il centro di curvatura. Se ne forma una nuova immagine reale, capovolta rispetto alla prima e quindi diritta rispetto all'oggetto, alla distanza q_1 dallo specchio, tale che (§ 198 - 6):

$$q_1 = \frac{p_1 f_2}{p_1 - f_2} = cm\ \frac{18 \times 10}{18 - 10} = cm\ 22{,}5\,; \quad \text{cioè distante dalla lente:}$$

$p_2 = cm\ (48 - 22{,}5) = cm\ 25{,}5.$ La sua grandezza l_2 è tale che:

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{q_1}{p_1}; \quad \text{cioè:} \quad l_2 = \frac{l_1 q_1}{p_1} = cm\ \frac{5 \times 22{,}5}{18} = cm\ 6{,}25.$$

Questa seconda immagine funziona da oggetto nuovamente rispetto alla lente; rispetto a cui trovasi tra il fuoco ed il doppio della distanza focale. Se ne ha perciò una terza immagine reale, ingrandita, capovolta rispetto alla seconda e quindi rispetto all'oggetto, alla distanza q_3 tale che:

$$q_3 = \frac{p_3 f_1}{p_3 - f_1} = cm \frac{25,5 \times 15}{25,5 - 15} = cm\ 36,43;$$

e quindi prima dell'oggetto dato, a distanza da questo di *cm* (36,43 − 30) = cm 6,43. La grandezza l_3 di quest'ultima immagine è tale che:

$$\frac{l_3}{l_2} = \frac{q_3}{p_3}; \qquad \text{cioè:} \qquad l_3 = \frac{l_2 q_3}{p_3} = cm \frac{6,25 \times 36,43}{25,5} = cm\ 8,95.$$

Risposta. — Il sistema dato fornisce un'immagine reale, prima dell'oggetto, a *cm* 6,43 da questo, reale, capovolta, alta *cm* 8,95.

b) Problemi da risolvere.

1. Una lente biconvessa di flint ha le due facce col medesimo raggio di *cm* 80. Calcolare la distanza tra il foco dei raggi rossi e quello dei raggi violetti.

(Per i valori di n vedi § 223 - Es. 1).

2. Quale dev'essere la distanza focale di una lente convergente, perchè una persona di *m* 1,70 d'altezza, posta davanti alla lente, formi un'immagine di *cm* 15, a 12 *cm* dalla lente; e a che distanza deve essere posta tale persona?

3. Si vuole ottenere, con una lente biconvessa di *cm* 12 di distanza focale, un'immagine 8 volte più grande dell'oggetto; a quale distanza dalla lente devono esser posti l'oggetto e lo schermo?

4. A *cm* 75 da una lente convergente di *cm* 10 di distanza focale, è posto un oggetto luminoso di 40 *cm* di altezza. Dall'altra parte della lente, a 25 *cm* di distanza, è posto uno specchio piano, perpendicolare all'asse ottico, il quale rinvia alla lente i raggi ricevuti da questa. Determinare posizione e grandezza della nuova immagine formatasi.

5. Nel piano focale di una lente convergente, la cui distanza focale è f, è posto un oggetto; dopo la prima lente ne è posta un'altra eguale, il cui asse ottico coincide con quello della prima, alla distanza d. Determinare com'è l'immagine dopo la seconda lente, e qual'è la distanza di essa dall'oggetto.

6. Due lenti convergenti, con l'asse ottico comune, di eguale distanza focale f, hanno i centri ottici alla distanza $2f$. Determinare le condizioni dell'immagine di un oggetto, posto alla distanza p da una delle lenti, esternamente al segmento che congiunge i due centri ottici.

7. Si vuole che una lente convergente, la cui distanza focale è f, formi l'immagine (reale) di un oggetto, su uno schermo posto alla distanza d da esso. A qual distanza dall'oggetto, tra questo e lo schermo, dovrà collocarsi la lente?

Caso particolare: f = cm 15; d = m 2,50.

8. Una lente divergente di 10 *cm* di distanza focale, riceve un fascio cilindrico di raggi, di 3 *cm* di diametro. A quale distanza dalla lente si deve collocare uno schermo, per osservarvi un cerchio di luce di 30 *cm* di diametro?

9. Una lente convergente ed una divergente sono centrate sul medesimo asse ottico, ed hanno un fuoco in comune; la loro distanza focale è f; nel piano focale comune è posto un oggetto di altezza d. Determinare gli elementi delle immagini formate dal sistema.

Acromatismo.

[illegible] **Acromatismo nei prismi.** — Ricordiamo (§ 221) che se un raggio di luce bianca attraversa un prisma, è contemporaneamente deviato e disperso nei suoi colori (Fig. 302). Abbiamo visto che la causa del fenomeno è dovuta alla diversa deviazione dei varî raggi colorati: la deviazione δ_v del raggio violetto è la massima; quella δ_r del raggio rosso è la minima. L'angolo Δ, del raggio rosso col violetto, eguale (sensibilmente) alla differenza $\delta_v - \delta_r$, definisce *la dispersione* del prisma.

Fig. 302.

Fu proposto il problema di far deviare, con prismi, la luce bianca, senza scomporla. Newton negò una soluzione di questo problema, dicendo che la dispersione della luce è conseguenza della diversa deviazione dei raggi colorati, e cioè deviazione e dispersione sono causa ed effetto; non si può quindi annullare l'effetto senza annullare insieme la causa.

Si possono annullare insieme dispersione e deviazione, ponendo un secondo prisma eguale ed *opposto* al primo, come mostra la Fig. 303; essi insieme costituiscono una lastra (§ 215), la quale nè devia nè disperde la luce. Dalla Fig. 303 sembrerebbe che la luce uscente dal secondo prisma fosse ancora scomposta, poichè da un raggio incidente SI è generato un fascio di raggi paralleli I_2R_2, I_3R_3, variamente colorati. Ma si pensi che non possiamo limitarci a considerare la rifrazione di *un solo* raggio SI; sul prisma dovremo inviare un fascio di raggi paralleli. Su una direzione qualsiasi I_2R_2 si sovrappongono allora i varî raggi diversamente colorati provenienti da diversi raggi SI, $S'I'$.... del fascio incidente, e vi si ricompone nuovamente la luce bianca. Ciò anche si comprende per il fatto che i raggi rossi e i violetti essendo paralleli, formano un angolo nullo; cioè la dispersione è nulla.

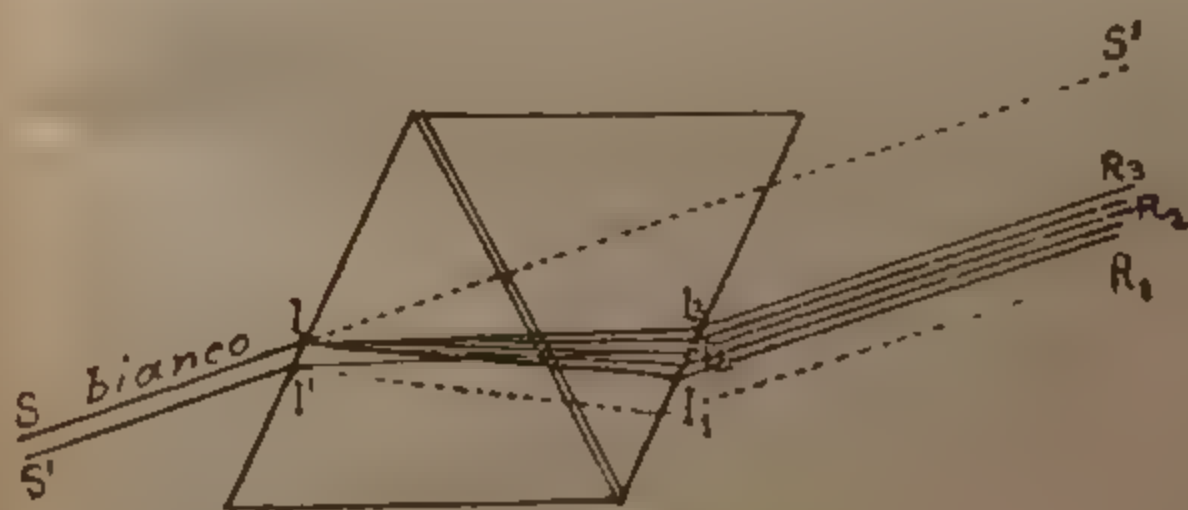



Fig. 303.

Ma Newton s'ingannava; Dolland (nel 1775) riuscì a risolvere il problema, basandosi sul fatto che, per le diverse sostanze trasparenti, *la dispersione non è proporzionale alla deviazione;* cioè un prisma può deviare i raggi più di un altro, pur disperdendoli meno.

Costruiamo allora due prismi, uno C di vetro crown [1] e l'altro F di vetro flint [1] (Fig. 304) e facciamoli con gli angoli rifrangenti tali, che ab-

(1) Il *crown* è un vetro leggero, a base di silicato di potassio, che ha poca dispersione. Il vetro *flint* è il comune cristallo, vetro pesante, a base di silicato di piombo, che disperde molto la luce.

biano eguale dispersione. Per ottenere questo, data la piccola dispersione del crown, bisogna costruire questo prisma con angolo rifrangente notevolmente maggiore del prisma di flint; in tal modo il *prisma di crown avrà una deviazione maggiore, circa doppia, di quella del prisma di flint.*

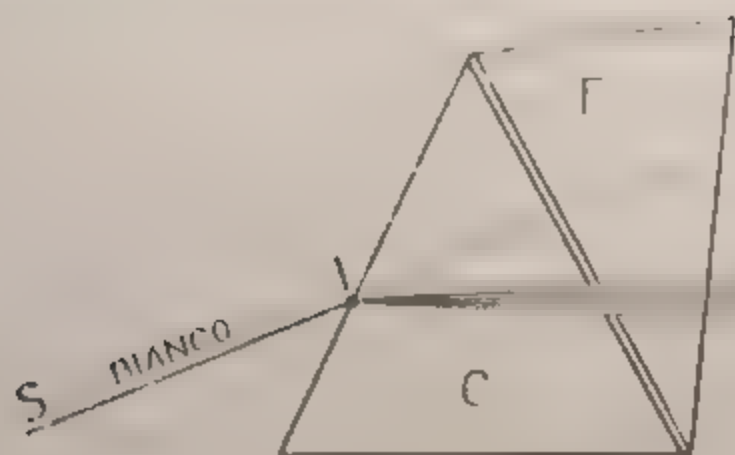
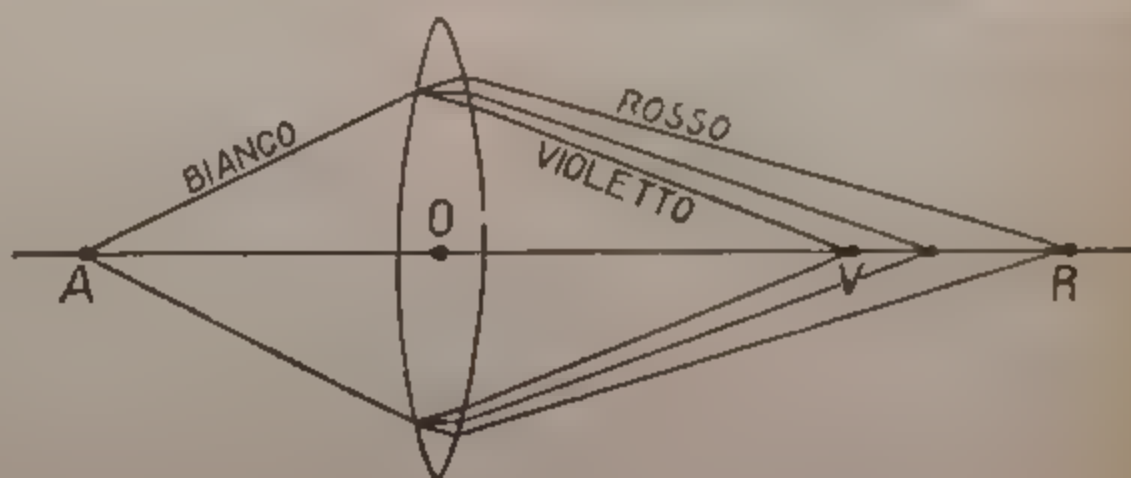



Fig. 304.

Ponendo questi due prismi opposti, come è indicato in Fig. 304, la dispersione e la deviazione risultante saranno la differenza di quelle di ciascun prisma; quindi la dispersione si annulla, mentre la deviazione, pur riducendosi circa alla metà, non si annulla. Si ottiene così l'effetto richiesto. Un tal sistema si chiama **prisma acromatico.**

Si può costruire un sistema di prismi con l'effetto opposto, di annullare la deviazione, senza annullare la dispersione; un tal sistema forma il cosidetto **prisma di Amici** (1).

Fig. 305.

237. **Acromatismo nelle lenti.** — Il problema dell'acromatismo ha una importanza assai maggiore per le lenti.

Sia una lente convergente O, (Fig. 305). I raggi di luce bianca partenti da un punto luminoso A, deviano e si scompongono passando per la lente O; tutti i raggi rossi si riuniranno in un punto R, i violetti in un punto V, e gli altri colori in punti intermedî. Un punto A non ha più dunque per immagine un altro punto. Ciò produce un difetto nella formazione delle immagini degli oggetti, chiamato **aberrazione cromatica**, per il quale le immagini risultano contornate da bordi colorati, che nuocciono alla nitidezza di esse.

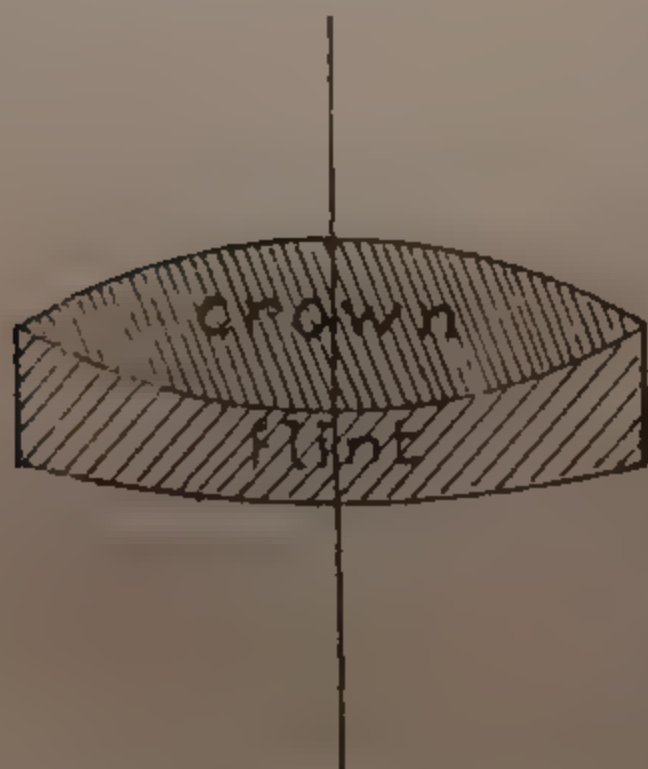



Fig. 306.

Si corregge questo difetto in modo analogo che nei prismi, mettendo insieme una lente biconvessa di crown ed un menisco divergente di flint, (Fig. 306). Il sistema è meno convergente, cioè ha una distanza focale maggiore, che se si adoperasse la sola lente biconvessa; ma è ancora convergente, e fornisce immagini esenti da bordi colorati. Tale lente si chiama **lente acromatica**; le curvature delle sue facce si determinano col calcolo. Ne vedremo in seguito l'applicazione in molti strumenti d'ottica.

---

(1) Amici Giovan Battista, ottico, astronomo, naturalista; n. a Modena nel 1786, m. a Firenze nel 1868.

La visione.

58. **Occhio.** — L'*occhio* è l'organo della vista. Esso è costituito da un bulbo quasi sferico, formato da una membrana esterna coriacea, opaca, bianca, chiamata la **sclerotica** (Fig. 307); la quale anteriormente diventa più convessa e trasparente, e forma la **cornea.** Dietro a questa vi è una membrana, diversamente colorata nei varî individui, che si chiama l'**iride;** essa nel centro ha un foro, chiamato la **pupilla.** L'iride è contrattile, cioè la pupilla ha dimensione variabile; conserva la forma circolare nell'uomo e in altri animali; mentre si restringe in forma lineare in qualche altro caso, come nel gatto. La variazione della pupilla dipende dalla luminosità dell'oggetto che si guarda; la pupilla si restringe quando l'oggetto è fortemente illuminato, affinchè la troppa luce non offenda la vista.

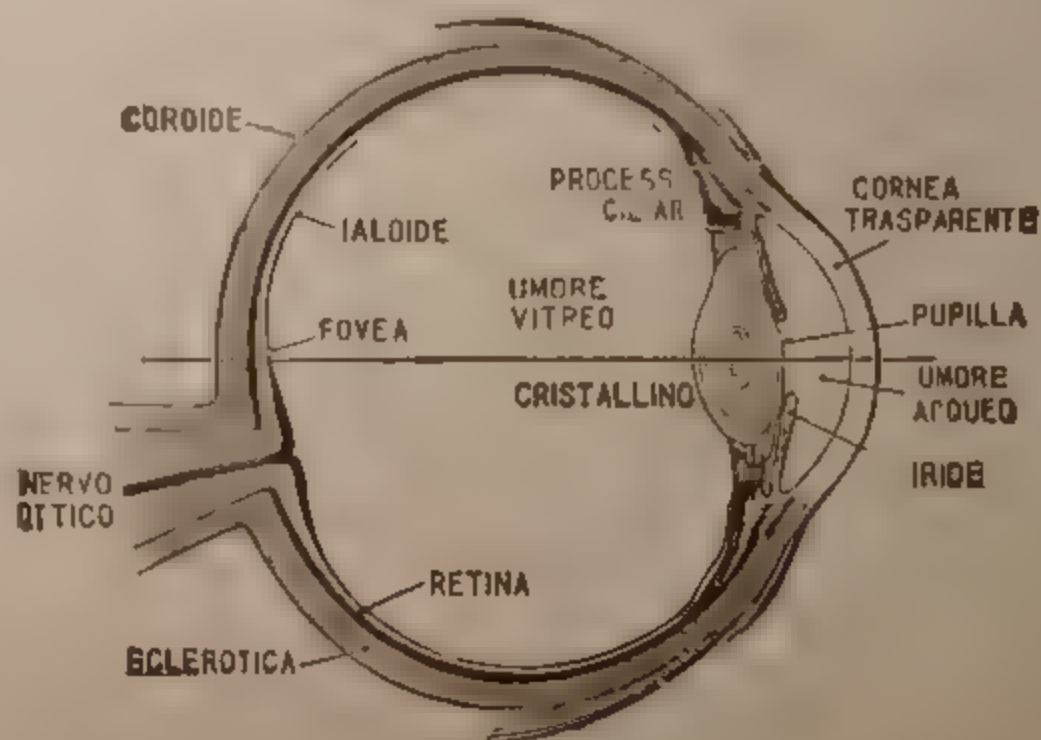



Fig. 307.

Dietro la pupilla vi è una specie di lente biconvessa, chiamata il **cristallino,** formata da un nucleo più rigido, circondato da strati più molli e quindi deformabili; è più convessa nella faccia posteriore. Il cristallino è sostenuto da numerosi muscoletti contrattili, chiamati i **processi ciliari.** Nell'interno aderisce alla sclerotica una membrana nera, chiamata la **coroide;** essa ha lo stesso ufficio del nero che si dà dentro gli strumenti di ottica, cioè di evitare la diffusione della luce, che produrrebbe l'abbagliamento dell'immagine. La coroide negli albini è incolora; perciò costoro vedono male di giorno; mentre vedono di sera meglio che di giorno, allorchè essendo diminuita la luce è pure diminuito l'abbagliamento dell'immagine.

Sulla coroide si stende la **retina,** che è la parte sensibile dell'occhio; essa è un'espansione del **nervo ottico** ed è formata da microscopiche fibre filiformi a guisa di piccolissime punte o *conetti*; è di un bel rosso porpora nell'uomo vivente, e di altro colore in altri animali; ma si scolora con la morte. La parte più sensibile della retina è la parte centrale, più gialla, detta **macula lutea,** nel cui centro vi è una fossetta chiamata la **fovea;** mentre all'estremità del nervo ottico vi è un punto insensibile, detto **punto cieco o di Mariotte.** Sulla retina e sulla parte posteriore del cristallino aderisce una membrana sottile e trasparente, detta **ialoide,** che fa da involucro ad un liquido gelatinoso, chiamato **umore vitreo;** mentre nella **camera anteriore** tra il cristallino e la cornea, vi è un altro liquido più fluido, detto **umore acqueo.**

L'occhio pertanto è costituito da diversi mezzi trasparenti: l'umore acqueo, il cristallino, l'umore vitreo, limitati da superfici curve, aventi i centri sulla medesima retta, che è l'asse ottico dell'occhio; ma il complesso è equivalente ad una lente convergente il cui centro ottico è a *mm* 15 circa avanti la retina.

239. **Formazione dell'immagine.** — Gli oggetti che guardiamo sono a distanza rilevante, cioè al di là del doppio della distanza focale dell'occhio. La loro immagine è perciò sempre reale, capovolta, impiccolita, (§ 231 - 1). Condizione perchè l'oggetto guardato si veda nitidamente è che *la sua immagine si formi sulla retina.* Ciò è facilmente verificabile con l'esperienza; prendendo l'occhio di un bue e togliendo cautamente la sclerotica nella parte posteriore, senza rompere la retina, ponendo poi una candela accesa avanti ad esso, se ne vede disegnata dietro nitidamente la piccola immagine capovolta. Non sappiamo spiegare come da tale immagine sulla retina, avvenga la percezione normale dell'oggetto, diritto, nella sua grandezza e posizione reale, fuori dell'occhio.

La sensibilità dell'occhio è enorme; esso percepisce la luce di una candela posta a 27 *km* di distanza, (con tempo sereno); in tali condizioni il flusso luminoso che penetra nella pupilla equivale alla potenza di appena 13×10^{-17} *watt*, (Vol. I, § 150); l'equivalente di tale energia in calore richiederebbe miliardi di anni per riscaldare di 1 grado 1 grammo d'acqua.

240. **Accomodamento della vista.** — Abbiamo veduto (§ 231) che in una lente convergente variando la distanza dell'oggetto, varia anche la distanza dell'immagine; pertanto nell'occhio le immagini dei varî oggetti, posti a diversa distanza da esso, non dovrebbero formarsi tutte sulla retina; e noi non dovremmo vedere nitidamente a tutte le distanze. Invece l'occhio normale vede nettamente da una distanza minima, che si chiama il **punto prossimo** o *distanza della visione distinta*, a una distanza massima che si chiama il **punto remoto.** Nell'occhio normale il punto prossimo è a 25 *cm* di distanza, e il punto remoto all'infinito, poichè scorgiamo nitidamente le stelle.

Questa facoltà dell'occhio si chiama l'**accomodamento**; essa dipende principalmente da una continua, inconsciente, deformazione del cristallino, compiuta dai processi ciliari, che, come s'è detto, sono muscoli contrattili. Allo stato di riposo l'occhio è accomodato per guardare all'infinito; in tali condizioni, p. es., si trova durante il sonno o quando siamo distratti. Per guardare da vicino facciamo, senza accorgercene, uno sforzo per il quale il cristallino diventa più convesso, cioè più convergente; l'immagine che sarebbe andata più lontana, è ricondotta sulla retina. Ciò è in parte aiutato dal fatto, che si allunga contemporaneamente un poco tutto il bulbo dell'occhio, onde la retina si allontana alquanto.

Fig. 308.

A riprova di ciò si ha che mettendo sul bulbo dell'occhio qualche goccia di atropina, questa è assorbita e paralizza i muscoli dell'occhio; l'iride si rilascia e la pupilla si dilata sino al suo massimo diametro, mentre il cristallino si immobilizza e non può più accomodarsi per vedere da vicino.

Ma se ne può fare una dimostrazione sperimentale più diretta, ponendo avanti all'occhio di una persona una candela accesa. Si scorgono in corrispondenza della pupilla tre piccole immagini della fiamma: una *A* (Fig. 308, con ingrandimento) virtuale, diritta, impiccolita, dovuta alla riflessione della luce sulla cornea, che funziona da specchio convesso; un'altra *B*,

[illegible] virtuale, diritta, impiccolita, dovuta alla riflessione sulla faccia anteriore del cristallino, che funziona anch'esso da specchio convesso; e infine una terza immagine C, reale, capovolta, impiccolita, dovuta alla riflessione sulla faccia posteriore del cristallino, che funziona da specchio concavo. Facendo fissare con l'occhio dapprima un oggetto lontano e poi un altro vicino, si vede che le immagini A e C non si modificano sensibilmente, mentre l'immagine B diventa più piccola. Ciò perchè la faccia anteriore del cristallino è diventata più convessa; mentre le curvature della cornea e della faccia posteriore del cristallino, sono rimaste sensibilmente costanti.

241. **Difetti della vista.** — Con la vecchiaia i processi ciliari s'indeboliscono, mentre il cristallino diventa più rigido e poco deformabile; così l'accomodamento va perdendosi e l'occhio rimane capace di vedere solo alla massima distanza. I vecchi difatti vedono meglio da lontano che da vicino.

Questo difetto, poichè è acquisito con la vecchiaia, si chiama perciò **presbitia.** Si può correggere ponendo avanti agli occhi *lenti convergenti,* che suppliscono appunto alla deficienza di convergenza del cristallino, allorchè si guarda da vicino. I vecchi quindi mettono gli occhiali quando devono leggere, e li tolgono per vedere da lontano.

Ma vi sono altri difetti dell'accomodamento, congeniti dalla nascita, per difettosa conformazione dell'occhio.

La miopia o brachimetropia è un difetto per il quale l'occhio vede bene da vicino, anche a pochi centimetri di distanza, ma vede confuso da lontano. Cioè il punto prossimo si avvicina a pochi centimetri; ma anche il punto remoto è a piccola distanza.

Questo difetto è dovuto ad eccesso di convergenza dell'occhio; per cui le immagini degli oggetti lontani si formano al di qua della retina, e su questa sono quindi *sfocate* e confuse.

Si corregge tale difetto con l'uso di lenti divergenti: i raggi provenienti da un punto A lontano (Fig. 309), passando per la lente L sono resi più divergenti, ed entrano nell'occhio O come se provenissero da un punto A_1 più vicino, entro i limiti della visione distinta del miope. Questi adunque deve mettere gli occhiali per vedere da lontano, e li toglie per leggere.

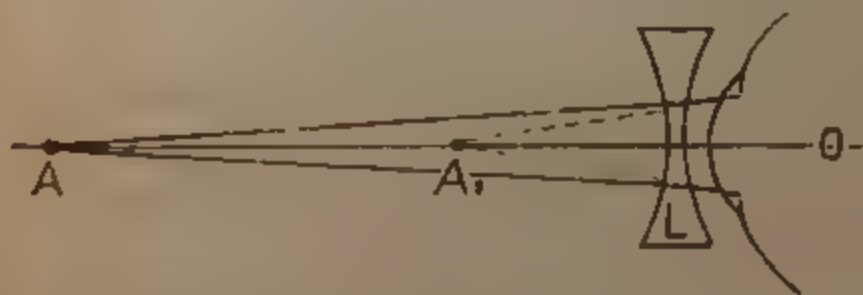
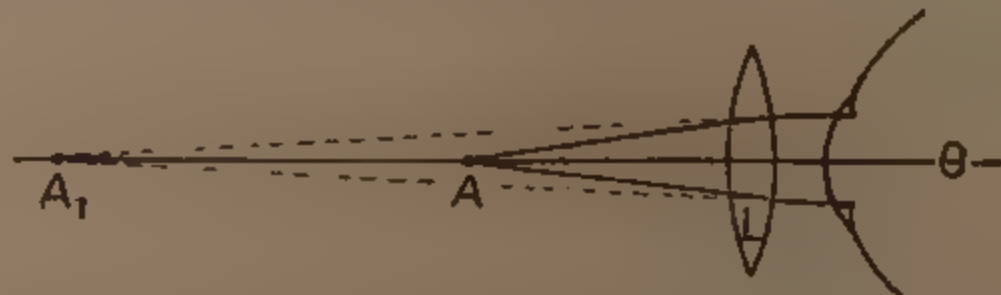



Fig. 309. Fig. 310.

L'ipermetropia è il difetto opposto, per il quale l'occhio è poco convergente, e le immagini si formano al di là della retina. Esso è un difetto simile alla presbitia, ma che si riscontra anche nei giovani; con questa differenza che, essendo integra la facoltà dell'accomodamento, l'ipermetropico riesce a vedere distintamente da lontano, facendo lo stesso sforzo di accomodamento che l'occhio normale fa per vedere da vicino; ma non riesce a vedere bene da vicino.

Si corregge l'ipermetropia con l'uso di lenti convergenti. I raggi provenienti da un punto vicino A (Fig. 310), passando per la lente L escono meno divergenti, ed entrano nell'occhio O come se provenissero da un punto A_1 più lontano, a una distanza a cui l'ipermetropico vede distintamente.

Questi difetti possono essere naturalmente più o meno pronunziati; per correggerli quindi occorrono nei vari casi lenti di diversa distanza focale; o, come si dice, di *grado* o *numero* diverso. Questo numero esprime usualmente la distanza focale in pollici francesi [1]; così, lente per miope di grado 10 vuol dire: lente divergente di 10 × 2,7 = 27 *cm* di distanza focale. Quanto più piccolo è questo numero, tanto più grave è la miopia.

Gli oculisti invece hanno adottato come unità di misura **la diottria** [2]: 1 diottria corrisponde ad una lente di *cm* 100 di distanza focale; 2 diottrie ad una lente di *cm* $^{100}/_2$ = *cm* 50 di distanza focale; ed in generale n diottrie ad una lente di *cm* $^{100}/_n$ di distanza focale.

Così, ad es., la lente suddetta di grado 10 corrisponde a $^{100}/_{27}$ = 4 diottrie circa. Quanto più piccolo è questo numero, tanto meno grave è il difetto.

Fig. 311.

Poichè la stessa distanza focale può riferirsi tanto ad una lente convergente che divergente, per distinguere con lo stesso numero una lente per presbite da una per miope, si adopera per la lente convergente il segno + (*distanza focale positiva*) e per la divergente il segno — (*distanza focale negativa*).

L'astigmatismo è un difetto più grave: le superfici che limitano i mezzi rifrangenti dell'occhio, e specialmente la cornea, non sono superfici di rotazione; cioè la loro curvatura è diversa nei diversi piani condotti per l'asse ottico dell'occhio. Variando la curvatura varia anche la convergenza; quindi di tutti i raggi partenti da un punto luminoso, quelli giacenti, ad es., in un piano verticale, incontrano l'occhio con una data curvatura, in modo da essere riuniti in un punto, ad es., sulla retina; quelli invece giacenti in un piano orizzontale incontrano l'occhio con una curvatura diversa, e convergono in un punto diverso dal primo; cioè i raggi provenienti dal punto luminoso, attraversando l'occhio, convergono in punti diversi, secondo il piano in cui giacciono. La conclusione è che ad un punto luminoso non corrisponde come immagine un altro punto; e quindi non si vede nettamente ad alcuna distanza.

Questo difetto, più o meno, si riscontra in ogni occhio. Per convincersene, basta guardare la Fig. 311 con un occhio solo; non la si vedrà nettamente

(1) *Un pollice francese* = *mm* 27,07.

(2) La *diottria* fu adottata nel Congresso medico internazionale di Bruxelles del 1875.

in tutte le direzioni; ma vi saranno due settori opposti secondo cui gli archi appariranno più confusi.

Si corregge questo difetto per mezzo di lenti che modificano la convergenza dei raggi in un piano (passante per l'asse ottico) più che in un altro; tali sono le **lenti cilindriche**, cioè limitate da facce appartenenti a superfici cilindriche. Esse non modificano la direzione dei raggi giacenti in un piano che contiene gli assi (paralleli) delle due facce cilindriche; mentre modificano al massimo grado la convergenza dei raggi che giacciono in un piano perpendicolare a tali assi. La Fig. 312 mostra come viene modificata l'immagine con una lente cilindrica.

Fig. 312.

Nella scelta di queste lenti occorre definire non solo la curvatura delle facce, ma anche la direzione dell'asse del cilindro rispetto alla congiungente i centri delle due pupille.

Fig. 313.

Fig. 314.

Daltonismo o **acromatopsia**, è un difetto per il quale si percepiscono falsati alcuni colori; manca, di solito la percezione del rosso, anche se esso è unito ad altri colori, per formare un colore composto. Questo difetto, per fortuna assai raro, dipende da mancanza di sensibilità di alcune fibre della retina, e quindi non si può correggere in alcun modo.

Si suppone cioè, che la percezione dei varî colori dipenda dall'esistenza nella retina di tre ordini diversi di fibre: uno sensibile (con approssimazione) al rosso, uno al giallo, uno all'azzurro (§ 302). Essi sono detti i *colori fondamentali*; dalla fusione in varia misura di essi, nascono tutti gli altri colori intermedi dello spettro solare.

Vi sono altri difetti, derivanti da altre cause, e che spesso ci inducono ad una falsa percezione degli oggetti; cioè il nostro occhio è soggetto a numerose *illusioni ottiche*. Per citare qualche esempio, osserviamo la Fig. 313; quale dei due segmenti è più lungo: AB oppure CD? Verificate col compasso. Osserviamo ora la Fig. 314: come sembrano le linee AB, CD, EF, GH? Provate a vedere come sono, servendovi della riga.

242. **Persistenza delle immagini sulla retina.** — Tutte le nostre sensazioni si formano e si cancellano con un piccolo ritardo. Così, se un oggetto scompare istantaneamente avanti all'occhio, la sua immagine persiste ancora un istante sulla retina: cioè *continuiamo a vederlo ancora per circa un decimo di secondo dopo la sua scomparsa.*

Per questa ragione un oggetto luminoso, ad es. un tizzone acceso, in rapido movimento, ci appare come una striscia luminosa continua; infatti quando vediamo l'oggetto in fine della sua traiettoria, lo vediamo ancora in tutti i punti precedenti che l'oggetto ha percorso entro un decimo di secondo; per la stessa ragione dal finestrino di un vagone ferroviario in moto, vediamo confondersi la campagna vicina. Parimenti una luce a rapide intermittenze ci appare continua, come avviene per le comuni lampadine elettriche, e per la luce dei tubi luminosi oggi adoperati per pubblicità. Facendo muovere rapidamente avanti agli occhi un dito, illuminato da uno di questi tubi, si vede la sua immagine contemporaneamente in diverse posizioni, ognuna nell'attimo in cui il dito è rischiarato da un lampo della luce del tubo; in modo che ci sembra di vedere contemporaneamente parecchi diti.

243. **Percezione del movimento.** — La visione più netta di un oggetto (piccolo, da assimilarsi a un punto) avviene quando la sua immagine si forma nella fovea; negli altri punti la retina ha sensibilità minore, e tanto minore quanto più si allontanano dalla fovea. Ciò sembra doversi attribuire al fatto, che attorno alla fovea i conetti della retina (§ 238) sono più fitti, mentre essi vanno diradandosi man mano che si allontanano dalla fovea; la sensibilità e nitidezza della visione, dipenderebbe dal numero di tali conetti per mm^2. La percezione nitida degli oggetti che ci circondano deriva dalla grande mobilità dell'occhio, per cui possiamo portare rapidamente lo sguardo da un punto all'altro attorno a noi.

Per vedere un oggetto in moto, l'occhio deve perciò muoversi, per seguire l'oggetto, in modo che l'immagine di esso si mantenga sulla fovea.

Ma *mentre si muove, l'occhio è cieco.* Infatti guardiamo prima l'occhio sinistro e poi l'occhio destro della nostra immagine in uno specchio; noi non vediamo muoversi in essa i nostri occhi, che pur si sono mossi; ciò perchè durante il movimento, non vedono.

Ne deriva questa contraddizione: per vedere un oggetto in moto l'occhio deve muoversi; ma durante il movimento non vede; pure noi vediamo l'oggetto in moto. La contraddizione è solo apparente; l'occhio non si muove con continuità, ma a scatti rapidissimi e brevissimi, (molte decine al secondo) fermandosi ad ogni scatto un attimo, durante il quale vede l'oggetto come se fosse fermo; dunque:

Di un oggetto in moto l'occhio percepisce una serie di immagini successive, ciascuna per un momento come se l'oggetto fosse fermo.

Per la persistenza delle immagini sulla retina, le successive immagini si fondono in una percezione continua del movimento, senza interruzioni.

[illegible] **Cinematografo.** — Alla condizione precedente dobbiamo soddisfare, per riprodurre il movimento con fotografie, come avviene nel **cinematografo** (1). Si ha una **pellicola**, a forma di lungo nastro (**film**), su cui sono una accanto all'altra numerose fotografie, prese con una macchina speciale, in numero di circa 20 al minuto secondo, riproducenti le diverse e successive posizioni di un oggetto in movimento. La Fig. 315 rappresenta al naturale un pezzo di tale pellicola. Queste fotografie con un apparecchio di proiezione (§ 250) si proiettano, molto ingrandite, su uno schermo, una dopo l'altra; facendo svolgere la pellicola con speciale meccanismo, non con moto uniforme, ma a scatti; in modo che ciascuna immagine sia ferma per il breve tempo

Fig. 315.

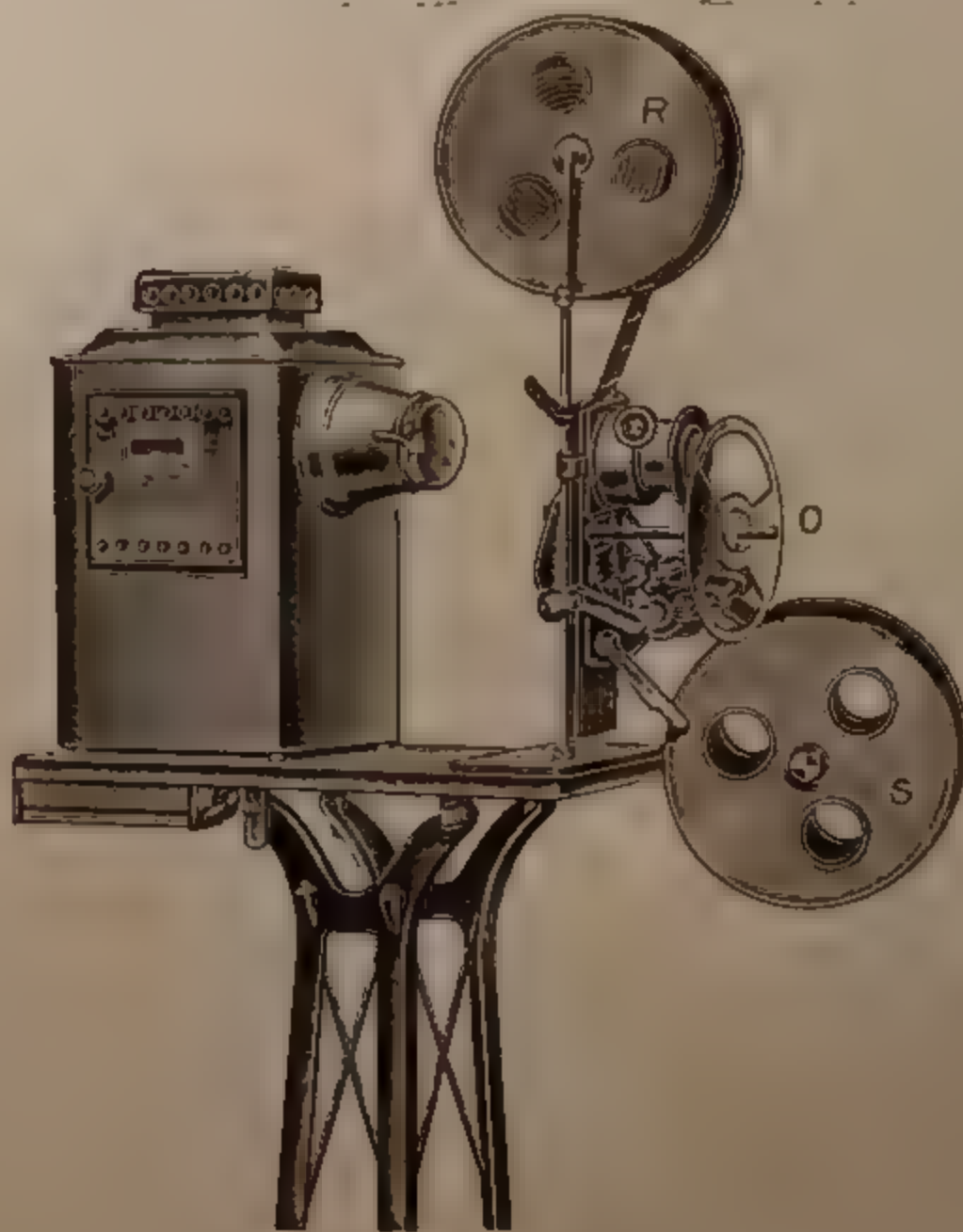



Fig. 316.

in cui è proiettata sullo schermo; mentre si chiude automaticamente la proiezione, con apposito otturatore, per il tempo in cui vi è il cambio fra un'immagine e la successiva. Così l'occhio percepisce le successive fasi del movimento, che per la persistenza delle immagini sulla retina si fondono in una sensazione unica e si ha l'illusione completa del moto reale.

La Fig. 316 mostra una piccola macchina da proiezione cinematografica; la pellicola si svolge dal rotolo R e si avvolge sul rotolo S; l'otturatore è rappresentato in O. Del **cinema sonoro** daremo un cenno nel Vol. 3°.

(1) L'invenzione del cinematografo fu fatta dal celebre inventore americano Edison, sul finire del secolo scorso, e divulgata dai fratelli Lumière, francesi, nel 1895, ai quali è dovuta l'applicazione della lampada di proiezione all'apparecchio dell'Edison.

245. **Visuale. Grandezza apparente. Acuità visiva.** — **Visuale** di un punto è la congiungente il centro ottico dell'occhio con tal punto.

Un oggetto AB (Fig. 317) è veduto compreso fra le due visuali OA ed OB che passano per i suoi estremi.

L'angolo $A\hat{O}B$ si chiama angolo visuale, e determina la **grandezza apparente** dell'oggetto. Cioè noi vediamo egualmente grandi oggetti AB, A_1B_1, A_2B_2.... di diversa grandezza, ma posti a diversa distanza, purchè abbiamo tutti lo stesso angolo visuale.

Perchè due punti luminosi si possano percepire distinti, occorre che le loro immagini si formino in due conetti (§ 238) diversi della retina; siccome la distanza di due di questi consecutivi è di circa *mm* 0,003, ne deriva che non si possono vedere distinti due punti, se la distanza delle loro immagini è minore di circa *mm* 0,002; a cui corrisponde un angolo visuale di circa 30″. Ciò prova che questi conetti sono gli ultimi elementi sensitivi della retina, e spiega come la visione sia più distinta allorchè l'immagine si forma sulla fovea, ove i conetti sono più fitti, (§ 243).

L'occhio adunque non può percepire un oggetto, se la sua grandezza apparente è minore del suddetto angolo di 30″; ciò nelle migliori condizioni, allorquando l'oggetto è bianco su fondo scuro, ed è vivamente illuminato. Nelle condizioni ordinarie la grandezza apparente non deve essere minore di 1′ o 2′, ed il valore di tale angolo misura l'**acuità visiva** dell'occhio.

Nella pratica gli oculisti valutano l'acuità visiva dalla grandezza dei caratteri che l'occhio riesce a leggere distintamente alla distanza di 5 metri. L'acuità visiva varia con l'età; è massima a 14 anni, si mantiene costante sino a circa 30 anni, indi diminuisce più rapidamente.

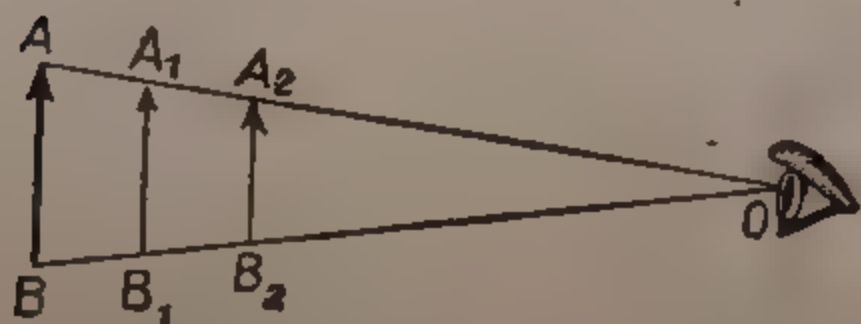



Fig. 317. Fig. 318.

246. **Percezione delle distanze.** — Da che proviene la percezione delle diverse distanze a cui vediamo i varî oggetti, pur formandosi le immagini di essi sempre sulla stessa superficie, cioè sulla retina?

La percezione delle distanze dipende dalla visione contemporanea coi due occhi; di uno stesso punto si formano due immagini, una per ciascun occhio; pur tuttavia noi percepiamo un punto solo. Ciò avviene se le due immagini si formano sulle due retine in punti disposti omologamente, o come si dice, *in punti corrispondenti*. Infatti, se mentre guardiamo i caratteri del libro, spostiamo col dito il bulbo di uno dei due occhi, vediamo subito sdoppiarsi l'immagine.

Ora, perchè di punti posti a diversa distanza si formino le immagini in punti corrispondenti, occorre disporre i due occhi in modo che le due visuali OA ed O_1A (Fig. 318) concorrano nel punto A che si guarda. L'angolo OAO_1 di queste visuali si chiama **angolo ottico**; esso diminuisce man

[illegible] il punto A si allontana: fino a diventare zero se il punto è infinitamente lontano, cioè allorchè le due visuali sono parallele. Ora, la valutazione incosciente di questo angolo è ciò che ci dà la sensazione della distanza.

Guardando con un occhio solo quindi non si possono valutare le distanze; provando a chiudere un occhio, ci sembra infatti che tutto il mondo esteriore si appiattisca in una scena in un piano solo, come in un quadro.

217. **Percezione del rilievo - Stereoscopio.** — La valutazione delle distanze dei varî punti di un oggetto, è causa della percezione del rilievo. Ma vi concorre un'altra condizione importante: le immagini dello stesso oggetto, che si formano nei due occhi, sono leggermente diverse, essendo i due occhi posti in posizione diversa rispetto all'oggetto. D'altra parte queste due immagini devono fondersi in una sola, perchè l'oggetto lo vediamo unico e non doppio:

Dalla fusione in una sola delle due immagini alquanto diverse, formate nei due occhi, nasce il rilievo.

Sicchè il rilievo dipende anch'esso dalla visione binoculare; con un occhio solo esso non si percepisce. La prova di ciò si ha nel fatto che possiamo ottenere il rilievo con immagini fotografiche, cioè giacenti in un piano, purchè si obbedisca alla condizione detta or ora.

Ciò si ottiene con lo **stereoscopio,** che appunto serve a farci vedere in rilievo fotografie o altre figure ottenute col disegno. La teoria di questo apparecchio è la seguente:

Siano O ed O' due lenti convergenti *eguali,* cioè della stessa distanza focale; esse talvolta sono due pezzi di una medesima lente. Si pongano coi centri alla distanza delle due pupille, e con gli assi ottici convergenti nello stesso punto C (Fig. 319), alla distanza della visione distinta. Siano a e b due fotografie dello stesso oggetto, ma *prese da punti diversi*; il che si può ottenere o con una macchina sola prendendo le due fotografie successivamente spostando la macchina, o meglio (trattandosi di oggetti in moto per ottenere le due fotografie nel medesimo istante) con macchine fotografiche apposite, aventi doppio obiettivo, chiamate appunto **macchine stereoscopiche.**

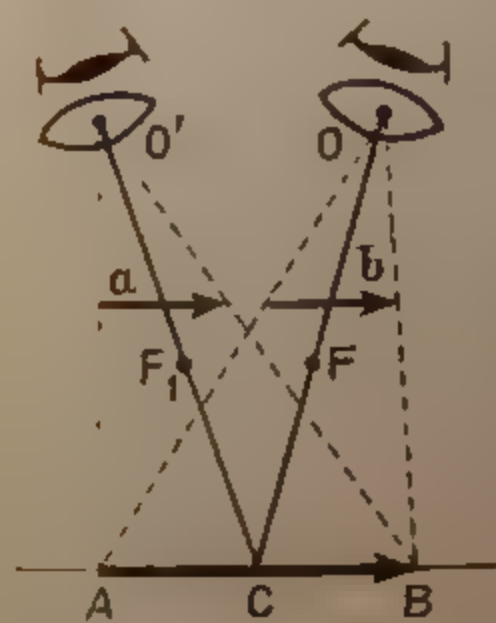
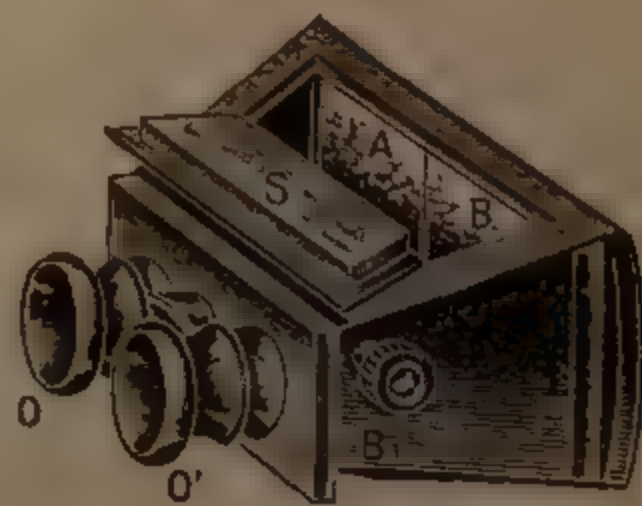



Fig. 319.

Fig. 320.

Adunque a e b non sono due copie della stessa fotografia, come può sembrare a prima vista; se ne possono scorgere le piccole differenze di prospettiva, confrontando in ciascuna di esse la posizione degli oggetti più vicini rispetto a quelli lontani formanti lo sfondo della veduta.

Tali figure sono collocate ognuna tra il fuoco F e ciascuna delle due lenti O ed O'. Di esse si formano allora immagini virtuali, ingrandite, di-

ritte (§ 231 - 5) che si sovrappongono entrambe in AB[1]. Gli occhi posti sopra le lenti O ed O' vedono in AB *una sola immagine, ma in rilievo.*

La Fig. 320 rappresenta una delle forme più comuni dello stereoscopio. Le due fotografie A e B sono poste al fondo di una scatoletta trapezoidale e s'infilano da una fenditura laterale della scatola; se sono su carta, cioè opache, vengono illuminate da uno specchietto S a cerniera, che rifletta sulle vedute la luce di una finestra o di una lampada; se sono su vetro, cioè trasparenti, sono illuminate di dietro, essendo il fondo della scatoletta di vetro smerigliato. Le due lenti sono nei tubi O ed O'; un bottone B_1 con cremagliera, avvicina più o meno le lenti alle fotografie, per *mettere a fuoco* le immagini a secondo delle diverse viste.

248. Problemi sulla visione.

a) Problema risoluto.

Qual'è l'angolo visuale di una persona alta m *1,70, posta a* m *12 di distanza?*

Risoluzione. — L'angolo a richiesto è l'angolo acuto di un triangolo rettangolo, opposto a un cateto della lunghezza di *m* 1,70, e di cui l'altro cateto è lungo *m* 12.

Si avrà perciò: $1{,}70 = 12 \operatorname{tang} a$; cioè: $\operatorname{tang} a = \frac{1{,}70}{12}$; da cui:

$\log \operatorname{tang} a = \log 1{,}70 + \operatorname{colog} 12 = \bar{1}{,}15127$; e con le tavole si ricava:

$$a = 8^{\circ}\, 3'\, 48''.$$

b) Problemi da risolvere.

1. Qual'è il grado di una lente di 6 diottrie? A quante diottrie equivale una lente della distanza focale di 20 *cm*?

2. Un presbite vede distintamente gli oggetti da *cm* 60 all'infinito. Che specie di lente, e di quante diottrie, deve egli adoperare per ottenere la visione distinta alla distanza normale, (*cm* 25)?

3. La distanza della visione distinta d'un ipermetropico è d (> *cm* 25); determinare:
   a) che occhiali deve adoperare, per riportare la visione alle condizioni normali;
   b) supposto che disponga di lenti di 2,5 diottrie, a quale distanza dall'occhio deve porle, per vedere il meglio possibile un oggetto posto a *cm* 25 di distanza.

4. Su un disco di metallo è praticata una corona di 20 fori equidistanti tra loro e dal centro del disco, attraverso uno dei quali passa un fascio di raggi paralleli, raccolti su uno schermo. Con che velocità minima deve ruotare il disco attorno al suo asse, perchè sullo schermo si osservi illuminazione continua?

5. A che distanza deve collocarsi un bastone di *m* 1,50, perchè abbia la stessa grandezza apparente di un cerino lungo *mm* 25, alla distanza della visione distinta?

6. L'angolo ottico di un punto è di 18°, la distanza tra i centri delle due pupille di una persona è di *mm* 65. A che distanza dagli occhi è il punto?

7. La distanza fra i centri delle due pupille di una persona è di *mm* 70. Qual'è l'angolo ottico di un punto posto a *mm* 113 da ciascuna pupilla?
   (Si può risolvere senza l'aiuto della Trigonometria, osservando che il segmento di 70 *mm* è, approssimativamente, la sezione aurea di quello di 113 *mm*).

---

(1) In questo, come negli altri strumenti d'ottica, riporteremo costruzioni semplificate per la formazione delle immagini. Partendo dal fatto che le immagini dovranno formarsi in posizione da noi prefissata, per raggiungere un dato scopo, per ottenere l'immagine di un punto basterà trovare l'intersezione dell'asse secondario partente da tal punto con il piano prefissato in cui deve formarsi l'immagine.

Strumenti ottici.

249. **Strumenti ottici.** — L'uso di lenti e di specchi è antichissimo. Le lenti si conoscevano molti secoli fa; si cita una lente piano-convessa di cristallo di rocca, rinvenuta a Khorsabad tra le rovine di Ninive, ed una lente di vetro scoperta in una tomba romana. Dicesi anche che Nerone, miope, allorchè assisteva ai combattimenti dei gladiatori, portava all'occhio uno smeraldo concavo a guisa di occhialino. Ma si attribuisce a Bacone [1], sei secoli e mezzo fa, la costruzione e l'uso delle prime lenti d'ingrandimento.

Si dicono **strumenti ottici** quegli apparecchi formati da mezzi rifrangenti o da specchi, che permettono di osservare gli oggetti in condizioni diverse, e naturalmente migliori, che direttamente con l'occhio.

Si distinguono in due categorie: *semplici* e *composti*. Sono semplici quelli in cui la formazione dell'immagine dipende da un solo elemento ottico (come, ad es., una sola lente o un solo specchio); sono composti quelli formati dall'unione di più elementi ottici. Tra gli strumenti ottici semplici descriveremo: l'*apparecchio di proiezione*, il *microscopio semplice* ed in seguito la *macchina fotografica* (§ 300); gli altri sono tutti composti.

250. **Apparecchio di proiezione.** — L'apparecchio di proiezione è anche l'antica *lanterna magica*, nota sin dall'antichità, poichè ne fu trovata una

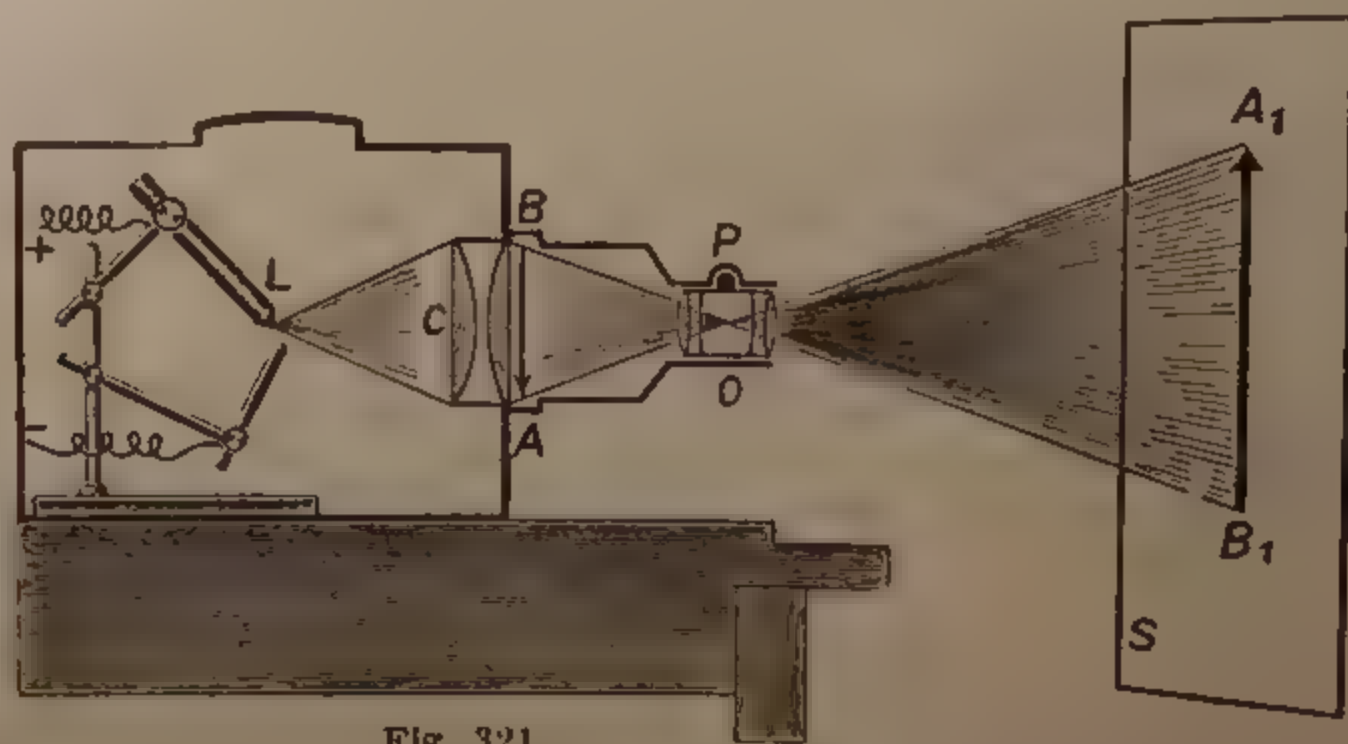



Fig. 321.

tra le rovine di Ercolano; ma fu ricostruita da padre Kircher verso il 1645. Serve per ottenere su uno schermo immagini ingrandite di piccoli oggetti.

Sia O (Fig. 321) una lente convergente, chiamata l'obiettivo; se tra il fuoco e la doppia distanza focale di essa si pone un oggetto AB, se ne ottiene un'immagine A_1B_1 capovolta, ingrandita, al di là del doppio della distanza focale, reale e quindi raccoglibile su uno schermo S, (§ 231 - 3).

Ma essendo ingrandita l'immagine risulta oscura: perchè sia ben visibile occorre che l'oggetto sia fortemente illuminato. Questo potrebbe essere un oggetto reale in rilievo, o una fotografia comune; ma un oggetto in rilievo

(1) Bacone Ruggero, inglese; n. nel 1214, m. nel 1294; da non confondersi col filosofo sir Francesco Bacone.

non è adatto perchè i diversi suoi punti si troverebbero a diversa distanza dall'obiettivo, e non potrebbero formare un'immagine sullo stesso schermo. Vi sono apparecchi di proiezione che proiettano l'immagine di una fotografia o di un disegno comune; ma in tal caso, pur illuminando fortemente l'oggetto, è sempre piccola la quantità di luce che da esso perviene allo schermo, trattandosi di luce emanata per diffusione; quindi non si possono ottenere che ingrandimenti limitati, (**proiezione episcopica**).

Comunemente l'oggetto è una fotografia (o figura disegnata a mano) trasparente, su vetro (o celluloide) (**proiezione diascopica**); essa si chiama **la diapositiva**, ed ha ordinariamente la forma di un rettangolo delle dimensioni di *cm* (8,5 × 10), ma di cui l'immagine copre solo la parte centrale, per un quadrato di *cm* 7 di lato.

L'illuminazione della diapositiva si ottiene per mezzo di una forte sorgente luminosa L, che deve essere di grande intensità, ma di piccola estensione; la lampada che soddisfa meglio a questa condizione, è quella elettrica ad arco voltaico (Vol. 3° - § 181); dànno pure buono risultato lampade mezzo watt (Vol. 3° - § 180) col filamento aggruppato in modo conveniente. Ma non tutti i raggi che partendo da L attraversano la diapositiva, potrebbero poi entrare nell'obiettivo, il cui diametro è di pochi centimetri, e sullo schermo verrebbe illuminata solo una piccola parte centrale della immagine; è necessario perciò che tutti i raggi che attraversano la diapositiva, vengano resi convergenti e concentrati nell'obiettivo.

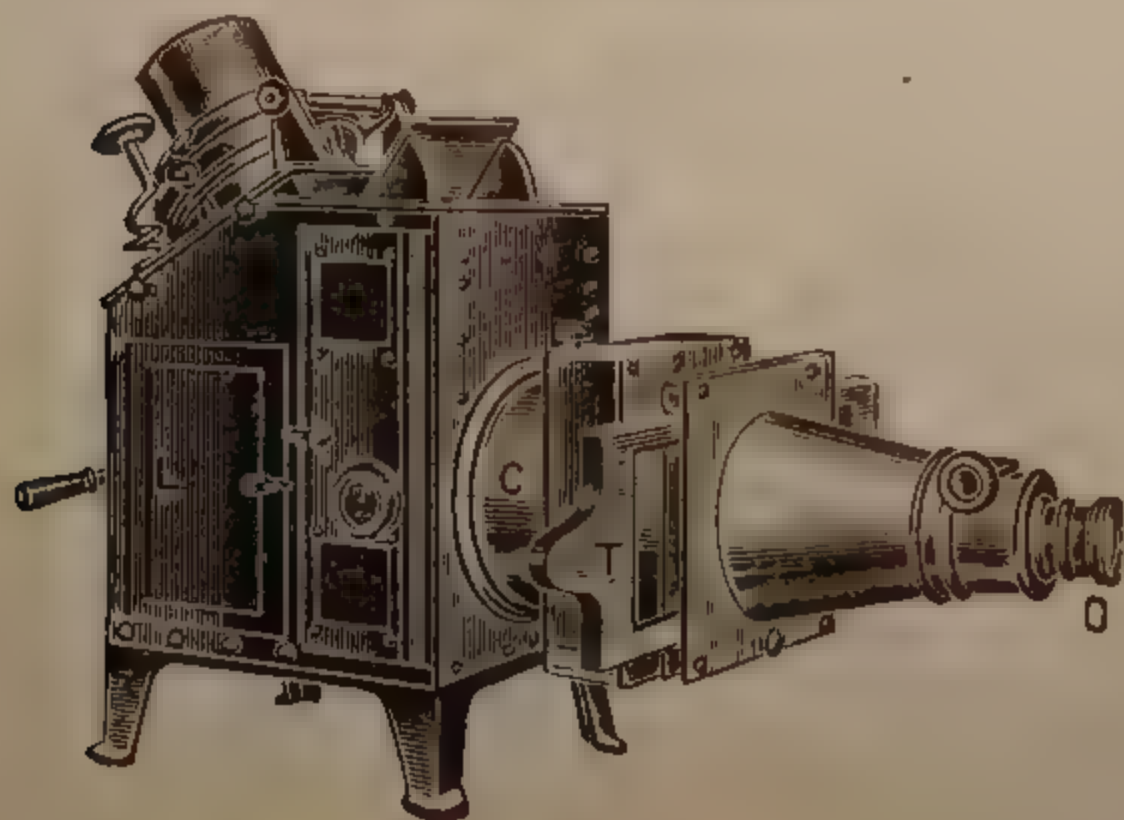



Fig. 322.

Ciò si ottiene mediante il **condensatore** C, che è un sistema fortemente convergente, formato da due lenti *piano-convesse*, disposte una accanto all'altra in modo da rivolgersi le convessità; i raggi partenti da L sono così resi convergenti, attraversano la diapositiva AB, ed entrano nell'obiettivo; l'immagine sullo schermo è ora completa. Per ottenere sullo schermo l'immagine diritta, la diapositiva si deve mettere capovolta.

In pratica, la lampada è contenuta in un'apposita lanterna L (Fig. 322); la diapositiva è portata da un telaio T scorrevole, doppio, che permette il cambio della figura nel tempo che un'altra è proiettata sullo schermo; l'obiettivo O anzichè di una sola lente è composto di più lenti, che pur equivalendo ad una sola lente convergente, fornisce immagini esenti da aberrazioni cromatiche (§ 237) e da aberrazioni di sfericità; cioè deformazioni derivanti dal non potersi adoperare lenti di piccola apertura (§ 300).

L'ingrandimento che si può ottenere con l'apparecchio di proiezione, dipende essenzialmente dall'intensità della luce di cui si dispone; i maggiori ingrandimenti si raggiungono nel cinematografo, ove una piccola fotografia di circa *cm* 2 d'altezza viene proiettata sino a *m* 4 e più, cioè con un

ingrandimento di 200 volte; ma in questo caso viene adoperata una lampada ad arco equivalente a circa 50000 candele (§ 179).

Recentemente a Berlino è stato costruito un apparecchio di proiezione, che permette la proiezione di figure sulle nubi, disponendo di una sorgente luminosa dell'intensità di 1,5 milioni di candele.

251. Microscopio semplice. — I microscopi servono per ottenere immagini ingrandite di piccoli oggetti, direttamente nell'occhio.

Il **microscopio semplice o lente d'ingrandimento** (di cui la prima costruzione si attribuisce a Bacone, sei secoli fa), è formato da una lente convergente O di piccola distanza focale, (Fig. 323). L'oggetto AB che si vuol

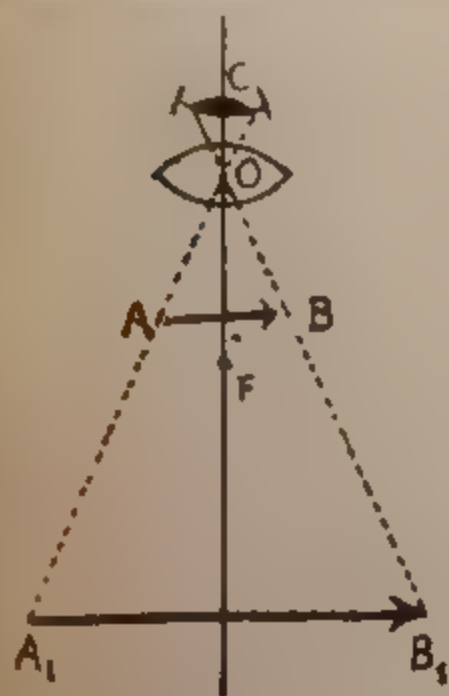



Fig. 323.

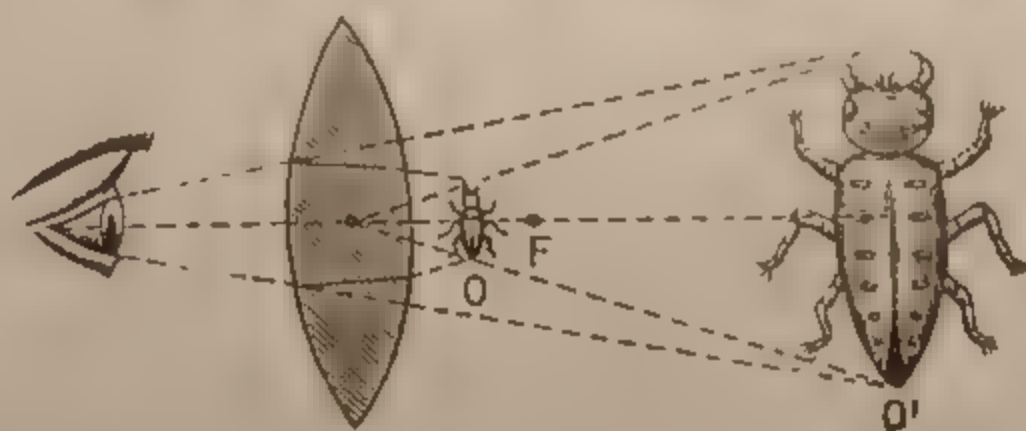



Fig. 324.

guardare, è posto tra il fuoco e la lente; se ne ottiene allora un'immagine A_1B_1 diritta, ingrandita, virtuale (§ 231 - 5), che cioè si può osservare solo guardando con l'occhio, posto in C. Questo microscopio è solo adatto per ingrandimenti non troppo forti: la Fig. 324 ne mostra l'applicazione all'osservazione di un insetto; ma altre applicazioni comuni sono quelle dei *diorama*, del *contafili* (Fig. 325), per contare i fili dei tessuti contenuti in una data larghezza, delle vedute di immagini religiose o simili contenute in piccoli oggetti per ricordo, della lente dell'orologiaio, ecc.

Fig. 325.

252. Microscopio composto. — Per ingrandimenti maggiori bisogna ricorrere al **microscopio composto,** scoperto da Zaccaria Jansen attorno al 1580. Esso è formato da una lente convergente O di piccola distanza focale, chiamata l'**obiettivo,** (Fig. 326). Tra il fuoco F di essa e la doppia distanza focale, si pone l'oggetto AB di cui si vuole l'immagine ingrandita; se ne forma un'immagine A_1B_1 reale, capovolta, ingrandita, oltre il doppio della distanza focale, dall'altra parte della lente, (§ 231 - 3). A_1B_1 a sua volta funziona da oggetto rispetto ad una seconda lente convergente O_1 detta **oculare;** essa cade tra il fuoco F_1 e la lente, che ne forma perciò una nuova immagine A_2B_2 virtuale, nuovamente ingrandita, dalla stessa parte di A_1B_1, diritta rispetto ad A_1B_1 e quindi capovolta rispetto all'oggetto AB; essa è l'immagine che si voleva ottenere e che si osserva direttamente con l'occhio posto sopra l'oculare.

Col microscopio, perciò, l'immagine osservata è capovolta; ma ciò non nuoce, poichè non si vede direttamente l'oggetto piccolissimo.

L'ingrandimento dell'apparecchio è il rapporto:

$$G = \frac{(A_2 B_2)}{(A B)} \; ; \quad \text{o anche:} \quad G = \frac{(A_2 B_2)}{(A_1 B_1)} \times \frac{(A_1 B_1)}{(A B)} .$$

Ora, il primo rapporto misura l'ingrandimento dell'oculare (§ 232), e il secondo rapporto parimenti dà l'ingrandimento dell'obiettivo; quindi nel microscopio composto:

L'ingrandimento è il prodotto (*e non la somma*) **dell'ingrandimento dell'oculare per quello dell'obiettivo.**

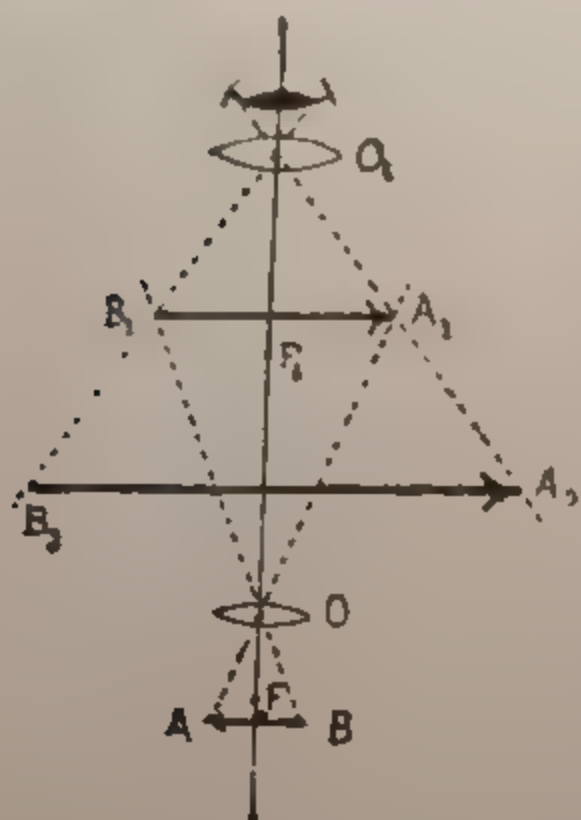



Fig. 326.

La Fig. 327 mostra come è costruito in pratica l'apparecchio: l'obiettivo O e l'oculare O' sono posti alle estremità di un tubo T di ottone, allungabile. Non sono lenti semplici; l'obiettivo è ordinariamente formato da più lenti biconvesse, di piccola distanza focale, sovrapposte una all'altra; il tutto è equivalente ad una sola lente convergente, della distanza focale di pochi millimetri. L'oculare è solitamente formato da due lenti pianoconvesse, e s'infila semplicemente all'estremità superiore del tubo T.

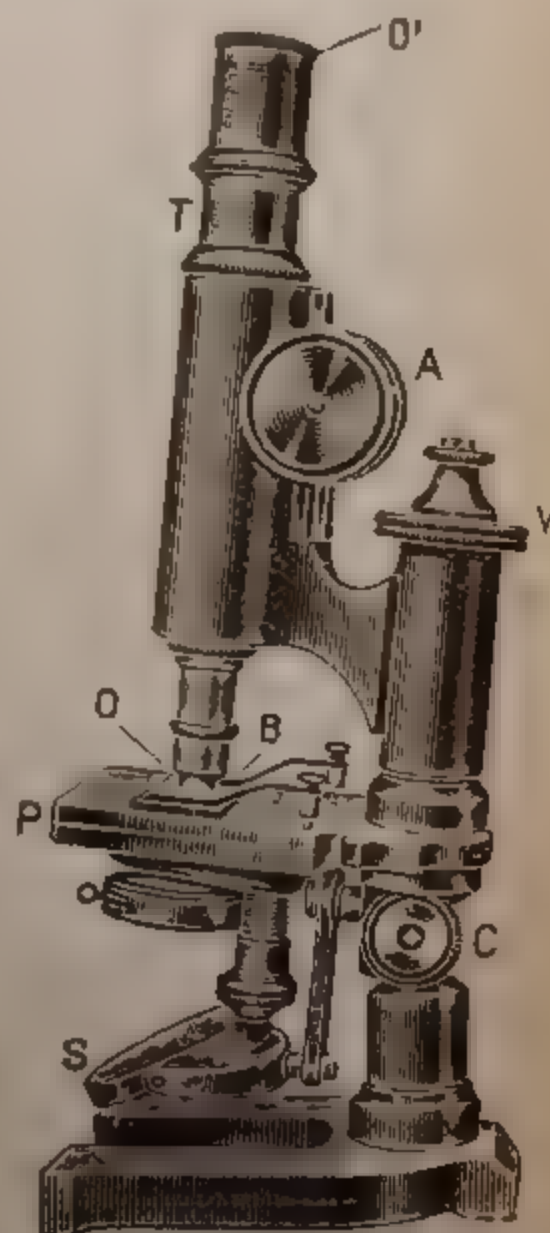



Fig. 327.

L'oggetto B è un sottile frammento di piccole dimensioni, posto fra due vetri: l'inferiore, più spesso, serve da sostegno, e si chiama il *portaoggetto*; il superiore è sottilissimo, e si chiama *coprioggetto*; i due vetri sono incollati con balsamo del Canadà, che fa da mastice trasparente, in cui è annegato l'oggetto; questo così è preservato dall'umidità e dall'aria e si conserva inalterato.

Il portaoggetto è sostenuto da una piattaforma di metallo P, forata in mezzo. Per questo foro passano i raggi luminosi provenienti da una finestra o da una lampada ordinaria, e che battendo su uno specchio concavo S, vengono concentrati sull'oggetto B, che così viene fortemente illuminato. La posizione giusta dell'oggetto rispetto all'obiettivo, si ottiene alzando o abbassando tutto il tubo $O'O$, dapprima rapidamente con la cremagliera A, poi con la vite micrometrica V, che produce spostamenti di piccola frazione di millimetro.

Obiettivo ed oculare sono cambiabili, per ottenere ingrandimenti diversi. La teoria dice che, per la conformazione del nostro occhio, non si può sorpassare un ingrandimento da 3500 a 4000 volte, a secondo del colore della luce con cui si illumina l'oggetto; in pratica si è riusciti ad ottenere ingrandimenti di circa 2500 diametri.

Per questi maggiori ingrandimenti occorre l'**obiettivo ad immersione**; cioè fra il vetro coprioggetto e la prima lente dell'obiettivo, vicinissima, è

posta una goccia d'acqua o meglio di *olio di cedro*, che ha lo stesso indice di rifrazione del vetro; così non avvengono brusche deviazioni dei raggi luminosi nel passaggio dal vetro coprioggetto all'aria e da questa al vetro dell'obiettivo, e si ottengono immagini più nitide.

Tutto l'apparecchio può ruotare intorno ad una cerniera C, in modo da dare al tubo T l'inclinazione piu adatta per osservare l'immagine stando seduti.

Il microscopio è stato la sorgente di inportanti scoperte in botanica, in zoologia, in fisiologia. Ad esso è dovuta la conoscenza di microrganismi prima ignorati, esistenti nell'aceto, nella pasta, nelle frutta secche, nel latte, nell'acqua, ecc. Esso offre anche numerose applicazioni nell'industria, e permette di riconoscere le adulterazioni e le sofisticazioni degli alimenti, la presenza del cotone, della lana, della seta, nelle stoffe, ecc. Oggi poi è di incalcolabile aiuto alla medicina, per l'esame dei micròbi patogeni, causa di molte malattie.

Di recente si è riusciti a scorgere col microscopio corpuscoli delle dimensioni di 3 a 6 millesimi di micron (1), mediante il dispositivo detto *ultramicroscopico*; ciò si ottiene illuminando l'oggetto non dal di sotto, ma lateralmente; in questo modo si vedranno i piccoli punti nella stessa maniera con cui si vede il pulviscolo dell'aria e le stelle sul fondo oscuro del cielo; cioè come punti luminosi distinti in campo oscuro, senza però distinguerne la forma. Ciò nonostante l'osservazione di questi piccolissimi corpi, avvicinantisi alle dimensioni delle molecole, ha fornito un mezzo importantissimo d'indagine, che ha permesso di risolvere parecchie questioni inerenti alla costituzione della materia.

253. **Cannocchiale astronomico.** — I **cannocchiali** servono a mostrare gli oggetti lontani più grandi e più chiari che ad occhio nudo.

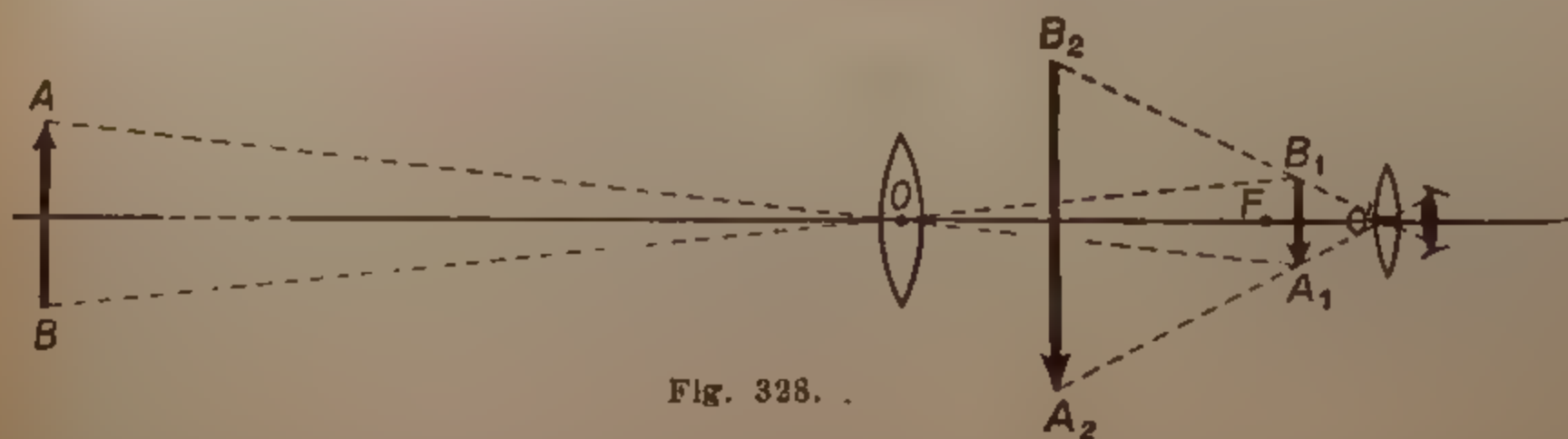



Fig. 328.

Il **cannocchiale astronomico**, inventato da Keplero nel 1611, serve per l'osservazione degli astri. Esso è formato da una lente convergente O (Fig. 328), chiamata **l'obiettivo**, rispetto a cui l'oggetto AB da guardare è praticamente all'infinito: se ne forma quindi un'immagine A_1B_1 reale, capovolta, impiccolita, quasi sul fuoco F. Questa funziona da oggetto rispetto ad un'altra lente O' pure convergente, chiamata **l'oculare**, il cui fuoco è ancora all'incirca in F; A_1B_1 si trova rispetto all'oculare tra il

(1) Un *mìcron* = 0,001 *mm*. (Vol. 1° - § 21).

fuoco e la lente; l'oculare funziona allora come un microscopio semplice e fornisce un'altra immagine $A_2 B_2$ virtuale, ingrandita, dalla stessa parte di $A_1 B_1$, diritta rispetto ad $A_1 B_1$ e quindi *capovolta rispetto all'oggetto osservato.* Questo cannocchiale perciò, formando immagini capovolte, non è adatto per l'osservazione di oggetti terrestri.

L'ingrandimento nel cannocchiale non può più definirsi il rapporto tra la grandezza dell'immagine e quella dell'oggetto; infatti diremo che un cannocchiale ingrandisce, non quando l'immagine è più grande dell'oggetto reale, il che non avverrà mai; ma quando l'immagine osservata con lo strumento è più grande di quella vista ad occhio nudo; cioè:

L'ingrandimento è il rapporto tra la grandezza apparente dell'immagine e la grandezza apparente dell'oggetto.

Ora, la grandezza apparente dell'immagine è misurata dall'angolo $A_2\widehat{O'}B_2 = A_1\widehat{O'}B_1$ (§ 245); per la grandezza apparente dell'oggetto, data la sua enorme distanza, si può considerare l'occhio posto in O anzichè in O'; essa è quindi misurata dall'angolo $A\widehat{O}B = A_1\widehat{O}B_1$; l'ingrandimento pertanto è:

$$G = \frac{(A_1\widehat{O'}B_1)}{(A_1\widehat{O}B_1)}.$$

Ora, considerando questi due angoli così piccoli che la corda $A_1 B_1$ coincida con l'arco che la sottende, su cerchi di centro O ed O' e di raggio OF ed $O'F$ (1), e che, com'è noto dalla *Geometria*, la misura di un arco è uguale al prodotto della lunghezza del raggio per l'ampiezza dell'angolo al centro (in radianti) che insiste su di esso, avremo:

$$(A_1 B_1) = (OF) \times (A_1\widehat{O}B_1) = (O'F) \times (A_1\widehat{O'}B_1); \quad \text{cioè:} \quad \frac{(A_1\widehat{O'}B_1)}{(A_1\widehat{O}B_1)} = \frac{(OF)}{(O'F)},$$

ossia:

$$1) \qquad G = \frac{(OF)}{(O'F)}; \qquad \text{quindi nel cannocchiale:}$$

L'ingrandimento è eguale al rapporto tra la distanza focale dell'obiettivo e quella dell'oculare.

Conviene perciò che l'obiettivo sia poco convergente e l'oculare invece assai convergente.

La lunghezza del cannocchiale è la distanza OO' tra le due lenti; è manifestamente:

$$2) \qquad OO' = OF + O'F; \qquad \text{cioè:}$$

La lunghezza del cannocchiale astronomico è la somma delle distanze focali dell'obiettivo e dell'oculare.

---

(1) Si ricordi che F è sensibilmente su $A_1 B_1$.

[illegible] **I grandi cannocchiali.** — Nella pratica le lenti sono alle estremità di tubi, in parti rientranti: l'obiettivo è una lente acromatica (§ 237), per avere immagini esenti da colorazioni; l'oculare è come quello del microscopio, formato cioè da due lenti piano-convesse.

Parrebbe, aumentando a piacere la convergenza dell'oculare, che con lo stesso obiettivo si possa ottenere un ingrandimento tanto forte quanto si vuole. Così non è in realtà; aumentando l'ingrandimento diminuisce la luminosità (chiamata meglio la *chiarezza*, § 180) dell'immagine. D'altra parte la chiarezza nel cannocchiale è maggiore che con la visione ad occhio nudo. Infatti guardando un punto luminoso direttamente con l'occhio, la sua immagine è formata da tutti quei raggi contenuti nel cono che ha per vertice il punto luminoso e per base la pupilla; guardando lo stesso punto col cannocchiale, l'immagine nell'occhio è dovuta a tutti i raggi contenuti nel cono che ha per vertice lo stesso punto luminoso e per circonferenza base il contorno dell'obiettivo del cannocchiale, assai maggiore della pupilla.

Fig. 329.

Ora, per norma, nel cannocchiale l'ingrandimento non dovrà sorpassare quel limite per cui l'immagine risulti meno chiara che ad occhio nudo. Quindi l'aumento dell'ingrandimento deve essere accompagnato dall'aumento del diametro dell'obiettivo; in pratica, cioè, l'ingrandimento di un cannocchiale dipende dalla possibilità di costruire lenti di grandi dimensioni.

L'obiettivo più grande fin'ora costruito, è quello dell'Osservatorio di Yerkes, presso Chicago, del diametro di *cm* 102; la lunghezza di tutto il cannocchiale è di *m* 19 e permette un ingrandimento di 3000 volte.

Questi enormi cannocchiali sono sostenuti da opportuni supporti, entro cupole girevoli, e sono comandati da motori elettrici, che ne permettono lo spostamento in qualunque direzione. La Fig. 329 rappresenta uno di questi grandi **equatoriali**, e precisamente quello dell'Osservatorio di Yerkes.

Quando però si tratta di osservazione di stelle, l'ingrandimento non ha

alcuna importanza. Una stella è praticamente un punto; per quanto forte sia l'ingrandimento, l'immagine di un punto è sempre un punto: una stella, coi più forti cannocchiali, si vede, per la forma, come ad occhio nudo.

Ciò che si guadagna col cannocchiale è la luminosità, per cui si vedono delle stelle invisibili ad occhio nudo. Le stelle visibili ad occhio nudo sono appena qualche migliaio; mentre quelle visibili (o fotografate) coi grandi cannocchiali sono più di un miliardo (Vol. 1° - § 163). Aggiungiamo che guardando il cielo con tali cannocchiali, mentre le stelle acquistano in luminosità, viceversa il fondo del cielo, per l'ingrandimento, appare più oscuro; e allora si vedranno le stelle anche di giorno.

255. **Cannocchiale terrestre.** — Per osservare gli oggetti sulla terra, è necessario ottenerne immagini diritte. Si aggiungono per ciò all'oculare del cannocchiale astronomico altre lenti, allo scopo appunto di raddrizzare l'im-

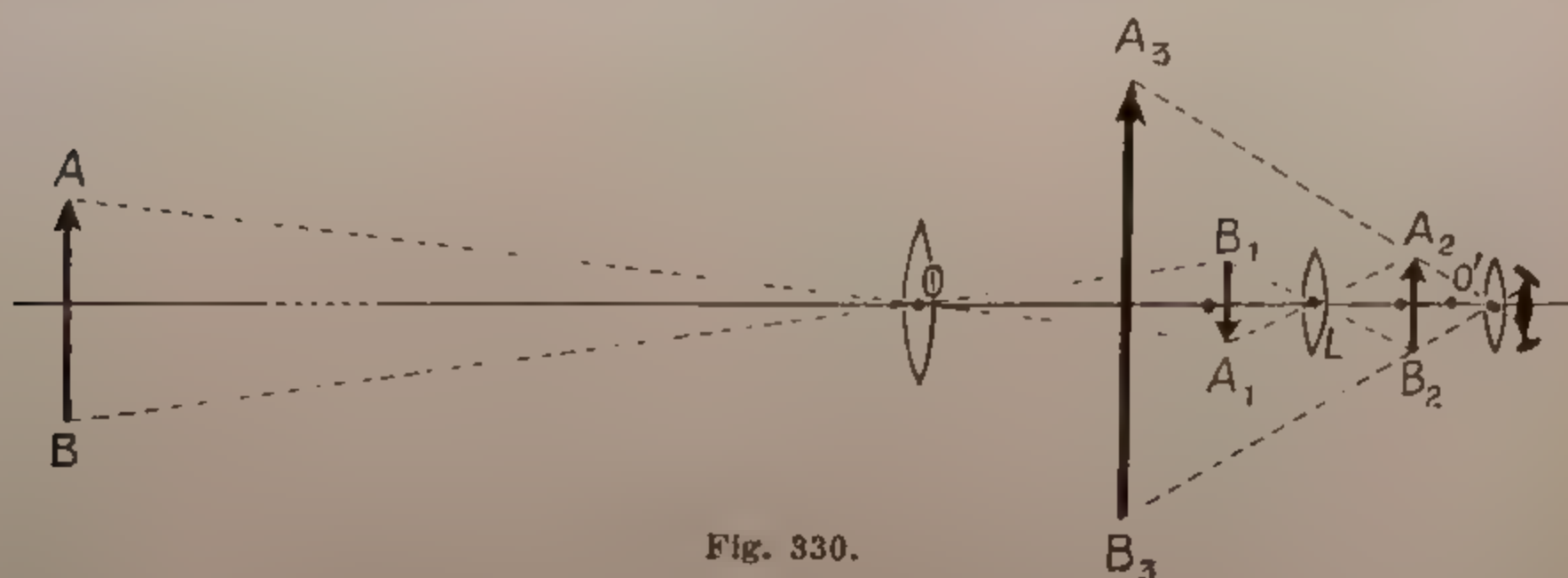



Fig. 330.

magine. Una disposizione semplice è rappresentata dalla Fig. 330; O è l'obiettivo, che anche ora dell'oggetto AB fornisce una prima immagine A_1B_1 reale, capovolta, impiccolita; essa si forma al doppio della distanza focale di una lente convergente L, che forma una nuova immagine A_2B_2, di eguale grandezza che A_1B_1, ma *raddrizzata* (§ 231 - 2); A_2B_2 cade tra il fuoco e l'oculare O' che, al solito, ne forma una immagine A_3B_3 virtuale, ingrandita, *diritta* rispetto ad A_2B_2 e quindi anche rispetto all'oggetto AB.

Fig. 331.

In pratica L è formata da due lenti convergenti vicine ed eguali; A_1B_1 è nel piano focale della prima ed A_2B_2 si forma nel piano focale della seconda. Il cannocchiale risulta più lungo di quello astronomico della distanza tra A_1B_1 e A_2B_2; inoltre siccome ogni lente aggiunta produce necessariamente diminuzione di chiarezza, a parità di dimensioni dell'obiettivo, nel cannocchiale terrestre si può raggiungere un ingrandimento di circa la metà che nell'astronomico.

Tutto il cannocchiale è formato da più parti rientranti una nell'altra, in modo che chiuso occupi poco posto, e sia facilmente trasportabile. La Fig. 331 rappresenta il cannocchiale già allungato.

256. **Cannocchiale di Galileo.** — Galileo[1], che per il primo in Italia costruì il cannocchiale (nel 1609), ottenne l'ingrandimento ed il raddrizzamento dell'immagine per mezzo di due sole lenti, applicando la disposizione seguente:

L'obiettivo O (Fig. 332) è ancora una lente convergente, che dell'oggetto lontano AB formerebbe una immagine A_1B_1, vicino al fuoco F, al solito

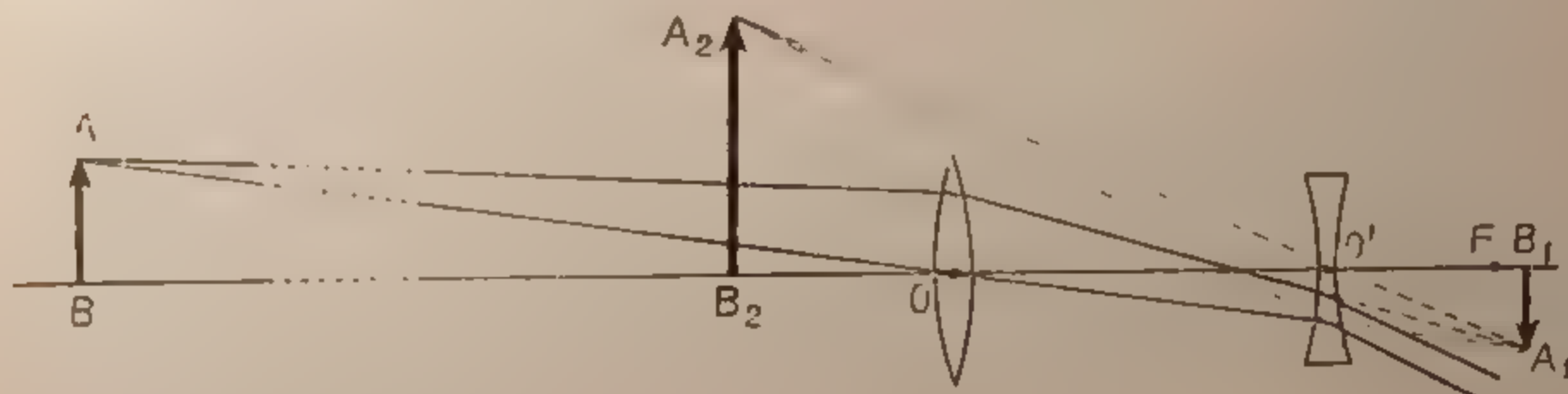



Fig. 332.

reale, capovolta, impiccolita. Ma in realtà quest'immagine non si forma, perchè prima di essa è posto l'oculare O', che è una lente *divergente*, il cui fuoco è ancora all'incirca in F; cioè di distanza focale minore di quella dell'obiettivo. Essa impedisce la convergenza in A_1 dei raggi provenienti da A; anzi fa uscire tali raggi divergenti; l'occhio posto dietro l'oculare riceve tali raggi come se provenissero da un punto A_2 dell'asse secondario A_1O'; cioè vede in A_2B_2 l'immagine virtuale, *diritta*, ingrandita.

Fig. 333.

La lunghezza OO' del cannocchiale è ora: $OO' = OF - O'F$; cioè la differenza tra la distanza focale dell'obiettivo e quella dell'oculare. Il cannocchiale riesce quindi assai corto, e può adattarsi per farne un binoccolo; infatti il **binoccolo da teatro** (Fig. 333) è formato dall'unione di due cannocchiali di Galileo.

La lente divergente però sparpaglia troppo i raggi; l'immagine cioè perde notevolmente in chiarezza: onde con questo cannocchiale non si possono ottenere forti ingrandimenti.

257. **Cannocchiale prismatico.** — Da qualche anno ha avuto molta diffusione un cannocchiale, nel quale il raddrizzamento dell'immagine si ottiene con prismi, anzichè con lenti; perciò si chiama il **cannocchiale prismatico.** Esso è stato ideato dall'italiano Porro nel 1850; ma è stato praticamente diffuso dalla Casa Zeiss di Jena, alla fine del secolo scorso.

Per comprendere il funzionamento di tal cannocchiale, ricordiamo (§ 212)

(1) Galileo Galilei, sommo scienziato, matematico e filosofo; n. a Pisa il 18 febbraio 1564; m. ad Arcetri l'8 gennaio 1642.

che se un raggio di luce colp[illegible] la sezione normale di un prisma a riflessione totale, [illegible] sui cateti, ritorna indietro parallelamente a [illegible] inoltre chiaramente come per questa doppi[illegible] capovolgimento nell'andamento dei raggi nel piano del foglio, [illegible] un piano a questo perpendicolare: cioè un tal prisma è capace di raddrizzare un'immagine in una direzione sola, p. es. in altezza, ma non in larghezza, o viceversa.

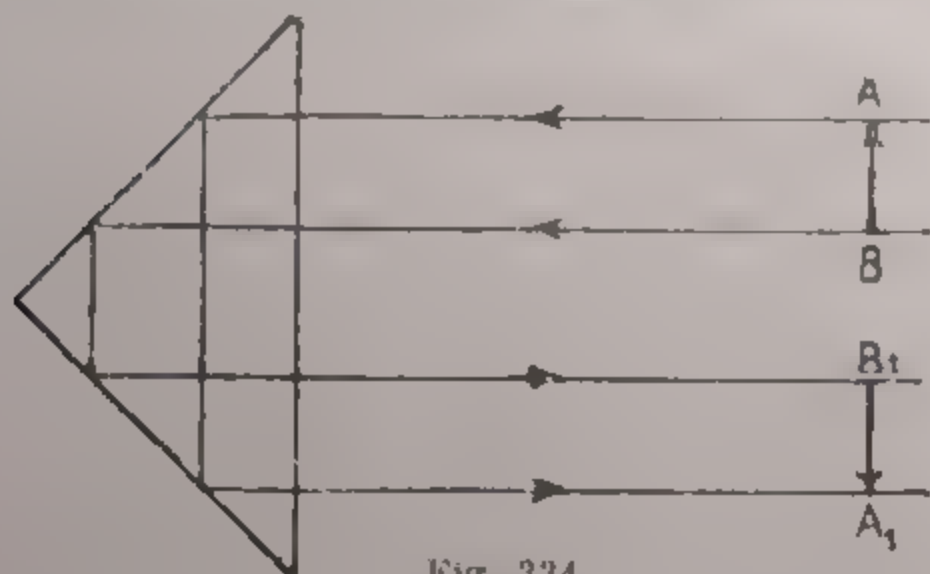



Fig. 334.

Ciò posto, sia O (Fig. 335) un obiettivo convergente solito come quello degli altri cannocchiali; esso formerebbe una immagine A_1B_1 reale, impiccolita, *capovolta*, vicino al suo fuoco F. Ma quest'immagine non si forma, perchè tra O ed F, a circa $^1/_3$ di OF, è collocato un prisma a riflessione totale P_1, per il quale l'immagine anzichè in A_1B_1 si formerebbe in A_2B_2, eguale ad A_1B_1

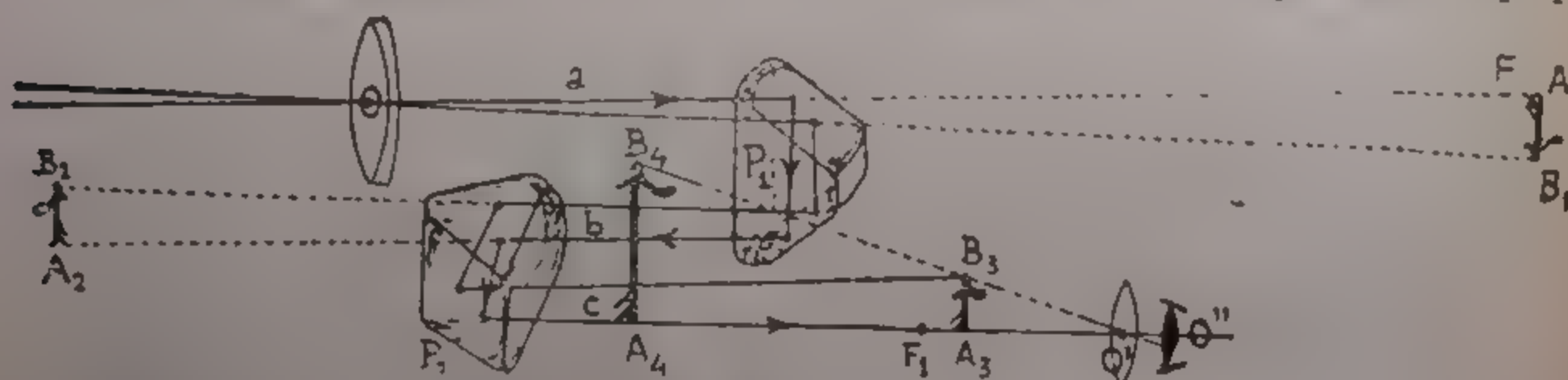
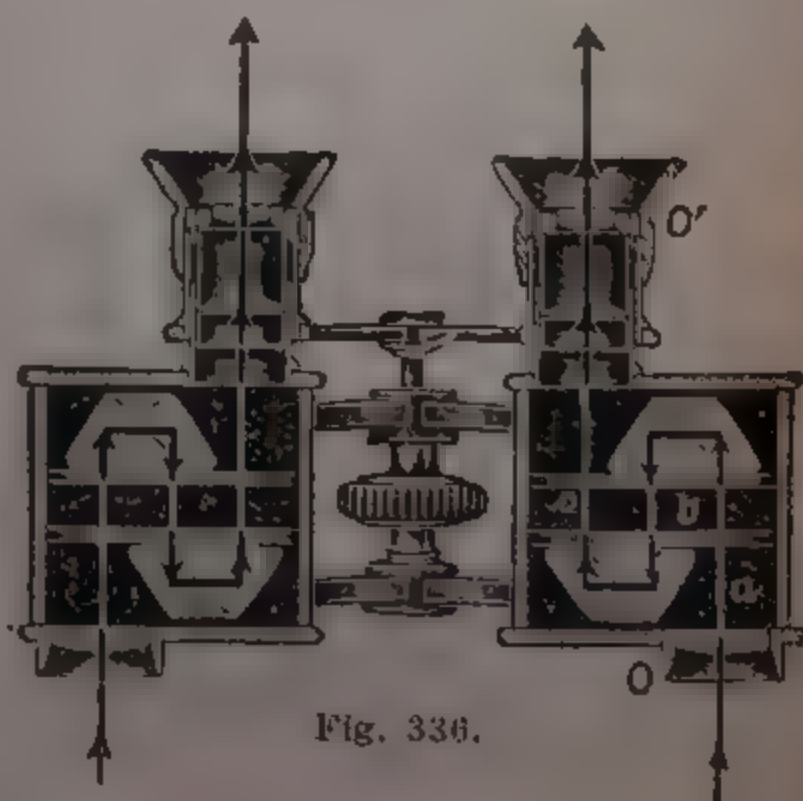



Fig. 335.

ma *raddrizzata nel senso dell'altezza.* Neanche quest'immagine si forma, perchè prima i raggi sono nuovamente riflessi da un secondo prisma P_2, i cui spigoli laterali sono ortogonali con quelli di P_1 (la Fig. 335 mostra i due prismi in prospettiva; in essa si deve intendere che i piani delle ab e bc siano tra loro perpendicolari); per causa di questo secondo prisma l'immagine si forma definitivamente in A_3B_3, ed è da P_2 *raddrizzata nel senso della larghezza*; quindi dai due prismi l'immagine viene raddrizzata in tutti i sensi. A_3B_3 cade tra il fuoco F_1 e l'oculare O', da cui viene fornita al solito l'immagine virtuale A_4B_4 ingrandita, che è quella osservata con l'occhio O''.

Fig. 336.

La Fig. 336 mostra la sezione dello strumento ed il cammino dei raggi tra l'obiettivo O e l'oculare O'; si deve intendere anche ora che il piano dei raggi (ab), sia perpendicolare a quello dei raggi (bc).

La Fig. 337 mostra la forma pratica dello strumento.

I vantaggi di questo cannocchiale sono parecchi ed importanti:

1. Il raddrizzamento dell'immagine essendo ottenuto senza intervento di lenti, non si ha sensibile perdita di chiarezza e di nitidezza; onde a parità di obiettivo, si possono ottenere maggiori ingrandimenti come per il cannocchiale astronomico, a cui esso è equivalente.

Fig. 337.

2. Per lo spezzamento in tre parti del cammino dei raggi, la distanza tra obiettivo ed oculare, cioè la lunghezza del cannocchiale, è circa il terzo che nel cannocchiale astronomico. Esso riesce quindi assai corto, e se ne può fare un binoccolo.

3. La distanza fra i centri dei due obiettivi, è maggiore che fra i centri degli oculari; cioè gli oggetti vengono osservati come se i due occhi fossero a maggior distanza, e quindi con percezione di maggior rilievo (§ 247).

Oltre a questi vantaggi propri del sistema dello strumento, ve ne sono altri dovuti alla cura con cui esso è costruito: gli oculari possono mettersi a fuoco uno indipendentemente dall'altro, anzichè entrambi insieme come nel binoccolo da teatro; ciò per il caso assai frequente di ineguaglianza di convergenza fra i due occhi della stessa persona; vi è una disposizione per cui si può spostare la distanza fra i centri dei due oculari, per renderla eguale alla distanza fra i centri delle due pupille, variabile da persona a persona; ciò per rendere esatta la sovrapposizione dei due campi visivi dei due occhi. Questi, ed altri vantaggi minori, rendono lo strumento assai utile, e dànno la ragione della sua rapida, grande diffusione.

Fig. 338.

258. Cenno dei telescopi. — L'imm[illegible] [illegible], anzichè con una lente convergente, può ottenersi con [illegible] concavo. L'apparecchio in questo caso si chiama telescopio, [illegible] parecchie forme, che non descriviamo, perchè oramai [illegible] differivano una dall'altra, specialmente per il modo con cui si disponeva l'oculare; dovendo infatti osservare l'immagine per riflessione, si deve evitare di collocare la testa nel cammino dei raggi, fra lo specchio e l'oggetto.

I telescopi avevano il difetto di richiedere uno specchio, la cui argentatura presto si oscurava e si appannava. Onde, allorchè si trovò il modo

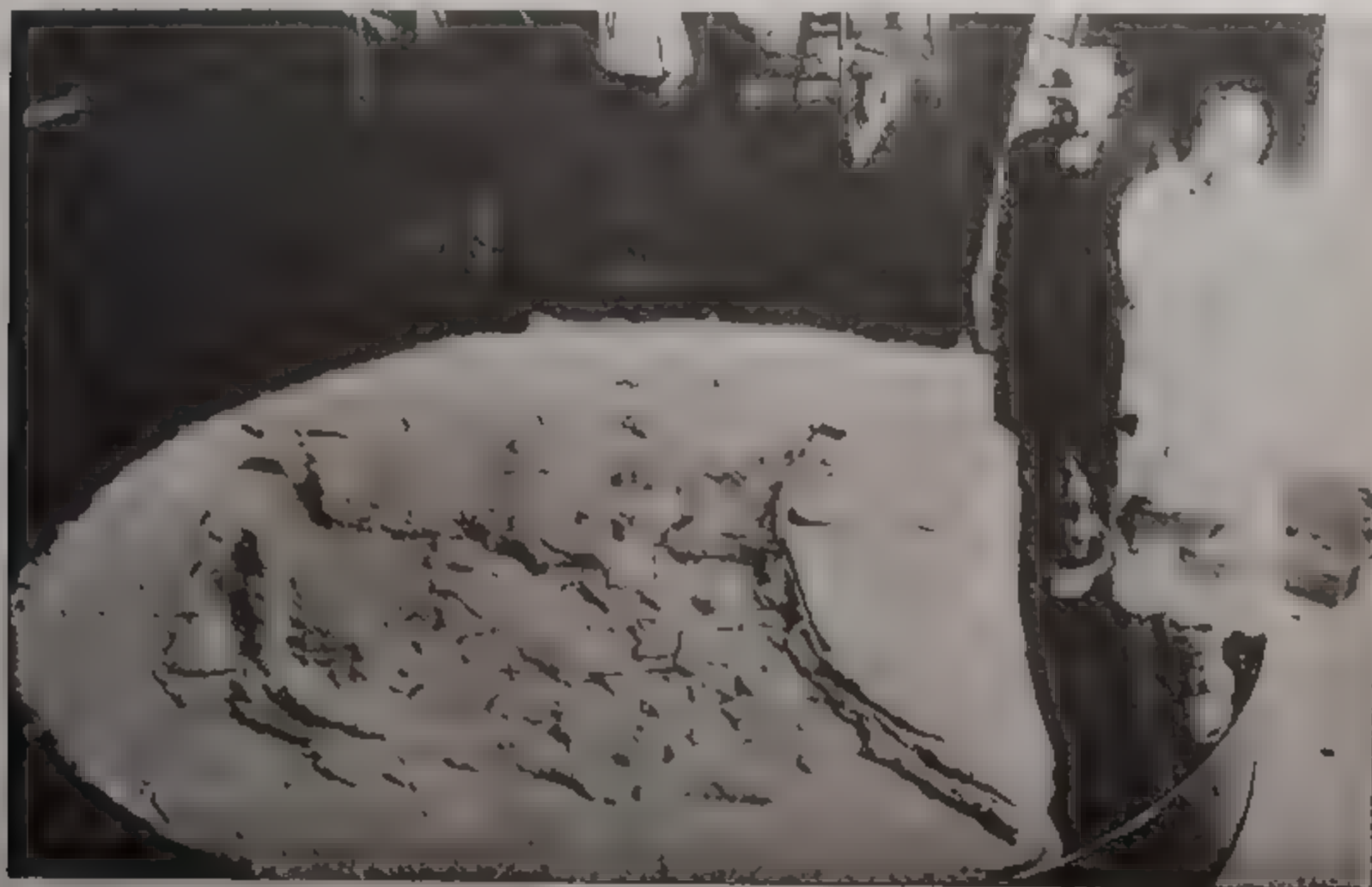



Fig. 339.

di costruire lenti di grandi dimensioni, il cannocchiale sostituì quasi del tutto il telescopio. Oggi si ritorna ad adoperarli, perchè è più facile e meno costoso costruire uno specchio di grande diametro, anzichè una lente acromatica. Inoltre il vetro della lente assorbe molti dei raggi attivi per la fotografia e perciò si richiede maggior tempo per impressionare la lastra fotografica, se si adopera il cannocchiale per la fotografia delle stelle anzichè per l'osservazione diretta; tale assorbimento è evitato con lo specchio.

La Fig. 338 mostra il telescopio Hooker, dell'Osservatorio astronomico del monte Wilson, in California. Il suo specchio ha il diametro di *m* 2,50, è spesso 30 *cm* e pesa circa *kg* 4500; la Fig. 339 lo mostra prima del montaggio, ancora coperto d'ovatta, tranne che nella parte di destra, ove riflette l'immagine delle persone. Quello di Hooker è fin'ora il più grande telescopio del mondo. Se ne sta costruendo un altro a Pasadena, per l'Osservatorio del monte Palomar (California), con lo specchio di *m* 5 di diametro! L'Italia ha un posto preminente nella costruzione di strumenti d'ottica; già fabbrichiamo a migliaia ottimi cannocchiali, binoccoli, obiettivi fotografici, ecc., che prima s'importavano esclusivamente dall'estero. A Firenze

esiste un *Istituto del Boro e del Silicio*, che studia e prepara vetri speciali per l'ottica, e pure a Firenze si sta costruendo un telescopio, con specchio di *cm* 121 di diametro, il più grande d'Europa.

259. Problemi sugli strumenti ottici.

a) Problemi risoluti.

1. *L'obbiettivo di un apparecchio di proiezione ha la distanza focale di* cm *15. A che distanza deve essere lo schermo, delle dimensioni di* m² *(4 × 4), per essere coperto completamente dall'immagine di una diapositiva normale?*

Risoluzione. — Il lato della diapositiva normale è: $l_1 = cm\ 7$ (§ 250); il lato dell'immagine è: $l_2 = cm\ 400$. Per la formula dell'ingrandimento (§ 232 - 13) dev'essere:

$\frac{l_2}{l_1} = \frac{q}{p}$; il valore di p si ricava dalla formula dei punti coniugati (§ 228-9), risolvendola rispetto a p: $p = \frac{q f}{q - f}$. Sostituendo nella precedente si ha:

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{q - f}{f},$$ e sostituendovi i dati del problema si ottiene:

$$\frac{400}{7} = \frac{q - 15}{15}; \quad \text{da cui:} \quad q = cm\left(\frac{6000}{7} + 15\right) = \text{m } 8{,}72.$$

2. *Si vuole un ingrandimento di 50 volte, con un cannocchiale astronomico lungo* cm *80. Quale dev'essere la distanza focale delle due lenti?*

Risoluzione. — Sia x la distanza focale dell'obiettivo ed y quella dell'oculare; è per la 1) del § 253: $x : y = 50$, e per la 2): $x + y = 80$.

Risolvendo questo sistema si ricava:

$$x = \text{cm } 78{,}4; \qquad y = \text{mm } 15{,}7.$$

b) Problemi da risolvere.

1. Davanti ad una lente convergente di 3 *cm* di distanza focale, è collocato un piccolo oggetto, tra il fuoco e la lente, ad 1 *cm* dal fuoco; la distanza fra il centro ottico dell'occhio e quello della lente è di 5 *cm*. Si domanda a quale distanza dal centro ottico dell'occhio si formerà l'immagine dell'oggetto, e quanto sarà l'ingrandimento.
2. Calcolare quant'è l'ingrandimento di un microscopio semplice di *mm* 10 di distanza focale, per un miope e per un ipermetropico, il cui difetto è di 5 diottrie.
3. In un microscopio composto la distanza focale dell'obiettivo è di *mm* 2 e quella dell'oculare è di *mm* 10; calcolare l'ingrandimento, per un occhio normale, se la lunghezza del tubo che porta le lenti è di *cm* 18.
4. La distanza focale dell'obiettivo di un cannocchiale astronomico è di *m* 2,50; quale dev'essere la distanza focale dell'oculare, per ottenere un ingrandimento di 200 volte; e quale il diametro dell'obiettivo, se si vuole una chiarezza doppia che ad occhio nudo? (Si supponga il diametro della pupilla di *mm* 6, e un rendimento luminoso del 60 %).
5. Un cannocchiale di Galileo ha l'obbiettivo, la cui distanza focale è f_1, e l'oculare, la cui distanza focale è $-f_2$. Calcolare l'ingrandimento dello strumento e la grandezza dell'immagine di una persona, alta *m* 1,70, posta alla distanza di *m* 25, se la distanza della visione distinta dell'osservatore è d.

OTTICA FISICA

Velocità della luce.

260. **Ottica geometrica ed ottica fisica.** — Tutto lo studio dell'*Ottica* fatto sin'ora, è quasi totalmente basato su costruzioni grafiche; perciò questa parte studiata dell'*Ottica*, va sotto il nome di **Ottica geometrica.**

Nei capitoli seguenti invece dovremo occuparci dei fenomeni dipendenti dalla natura della luce e dal suo modo di propagarsi. Chiameremo perciò questa nuova parte col nome di **Ottica fisica.**

261. **Velocità della luce - Metodo di Roemer.** — Si credeva anticamente che la luce si propagasse istantaneamente. Ma allorchè cominciarono le osservazioni astronomiche con strumenti d'ingrandimento, si riscontrarono parecchi fatti che dimostravano che la luce metteva un tempo finito, e talvolta rilevante, a percorrere gli spazi celesti.

L'astronomo Cassini (1) per il primo aveva osservato, che nella durata di rivoluzione del primo satellite di Giove si verificavano ora dei ritardi ora degli anticipi, collegati con la posizione della Terra rispetto a Giove; ma non ne approfondì la ragione.

Il danese Roemer (2) nel 1675, riprendendo l'esame di queste irregolarità, ne attribuì la causa alla propagazione della luce, e ne dedusse, con sufficiente approssimazione, il valore della velocità. Diamo un cenno di questo metodo, che va sotto il nome di **metodo astronomico.**

La durata di rivoluzione del primo satellite intorno a Giove è di $1^d\ 18^h\ 27^m\ 35^s$, e si misura dal tempo che decorre tra due occultazioni successive del satellite dietro a Giove.

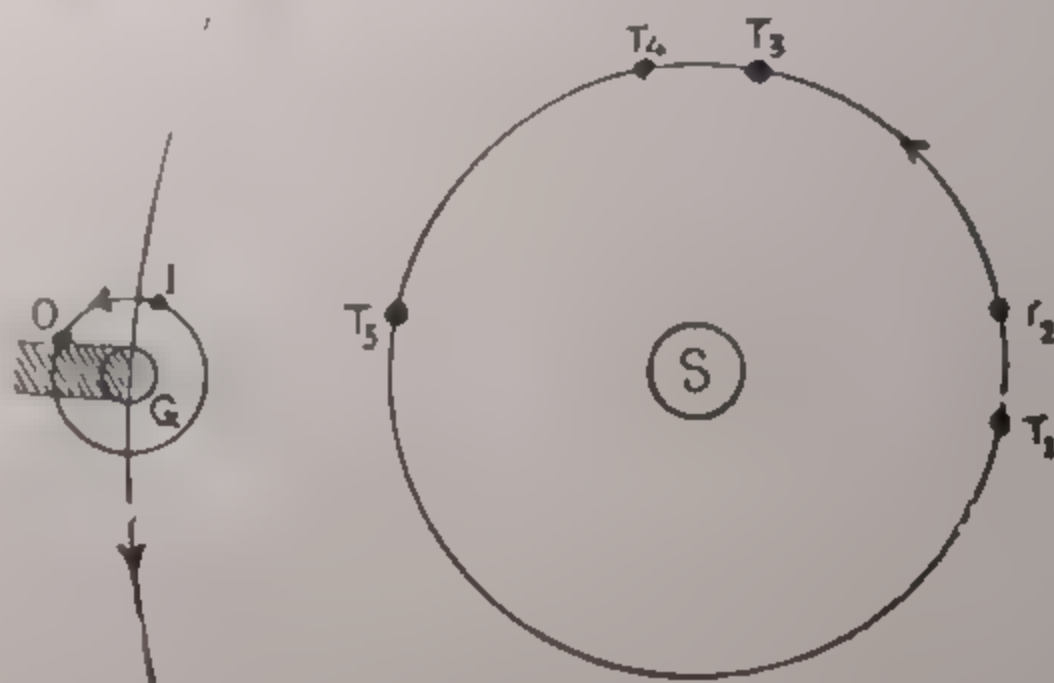
Sia G Giove, I il satellite, T la Terra in varie posizioni della sua orbita, attorno al Sole S, (Fig. 340 (3)). Allorchè la Terra è in T_1 un osservatore vedrà occultarsi in O il satellite in un dato istante; lo stesso satellite proseguendo il suo moto ritornerà ad occultarsi nuovamente dopo aver fatto un giro; e nel frattempo la Terra si sarà spostata da T_1 a T_2. Ma essendo in queste due posizioni sensibilmente alla stessa distanza da Giove, in T_2 l'osservatore vedrà l'occultazione del satellite dopo un giro esatto di questo, cioè dopo il tempo suddetto di $1^d\ 18^h\ 27^m\ 35^s$.

Non avverrà la stessa cosa dopo tre mesi, allorchè la Terra è arrivata in T_3; perchè nel tempo che il satellite compie un giro, essa si sposta da T_3 in T_4 e viene così più vicina a Giove; cioè la luce arriverà in T_4 qualche

(1) Cassini Domenico; n. a Perinaldo (Imperia) nel 1625, m. a Parigi nel 1712.
(2) Roemer Ole; n. ad Aarhuns nel 1644, m. a Copenaghen nel 1710.
(3) La Figura è schematica, non in proporzione.

secon[illegible] che se la Terra fosse rimasta in T_3. Quindi si osserverà l'occ[illegible] del satellite *con un anticipo di 15 secondi* che in T_1, e precisamente tanti secondi quanto è il tempo che impiega la luce a percorrere la differenza $OT_3 - OT_4$.

Fig. 340.

Dunque, nei sei mesi nei quali la Terra va da T_1 a T_5, si osserveranno dei successivi anticipi nella durata di rotazione del satellite; la somma di tutti questi anticipi è di 986 secondi, e tale tempo è quello che impiega la luce a percorrere la distanza $T_5 T_1$, cioè il diametro dell'orbita terrestre.

Sapendosi che questo diametro è di 296 900 000 *km*, per la nota legge del moto uniforme (Vol. 1° - § 25), si ricava la velocità della luce:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{km\ 296\ 900\ 000}{986^s} = \text{circa } 300\ 000\ km \text{ al secondo.}$$

Come riprova, nei sei mesi successivi, cioè nel ritorno della Terra da T_5 a T_1, allontanandosi essa da Giove, la luce dovrà percorrere un tratto maggiore ad ogni occultazione successiva del satellite; cioè si osserveranno ora dei successivi ritardi nella durata di rivoluzione di questo. Anche ora la somma di tutti questi ritardi nei sei mesi, corrisponderà al tempo impiegato dalla luce per percorrere il diametro dell'orbita terrestre, e dovrà essere eguale alla somma degli anticipi dei sei mesi precedenti.

Il numero trovato dal Roemer è stato confermato dalle misure eseguite con altri metodi; ed il risultato è sufficientemente approssimato, per la grande distanza in cui fu computato il percorso della luce.

262. **Metodo di Fizeau.** — Più tardi, nel 1849, il Fizeau (1) adottò il seguente **metodo fisico** per la determinazione della velocità della luce.

Sia A (Fig. 341) una sorgente luminosa, i cui raggi sono resi convergenti da una lente O e sono riflessi da una lastra di vetro S non argentata; passano fra due denti di una ruota dentata R, sono resi paralleli da un'altra lente B e vanno a qualche chilometro di distanza (2) su una terza lente D, che li concentra su uno specchio piano P, perpendicolare alla direzione FP.

Lo specchio P riflette tali raggi nella stessa direzione da cui provengono; essi pertanto ripassano fra i denti della ruota R, e battendo su S, che essendo vetro non argentato è insieme riflettente e trasparente, in parte attraversano S e cadono sull'occhio M di una persona, che guarda con un cannocchiale verso P: questa persona vede luce nella direzione di P.

Facciamo ruotare ora R rapidamente, con velocità crescente; avverrà ad

---

(1) Fizeau Armand; n. a Parigi nel 1819, m. a Venteuil nel 1896.

(2) Le esperienze di Fizeau furono eseguite tra Suresnes e Montmartre, alla distanza di 8633 *m*.

un certo momento che un raggio di luce passa nel vano fra dente e dente, arriva su P e ne ritorna; nel frattempo la ruota ha girato di un poco e la luce al ritorno incontra il dente successivo al vano per cui è passata; il raggio è intercettato e guardando da M non si vedrà più luce.

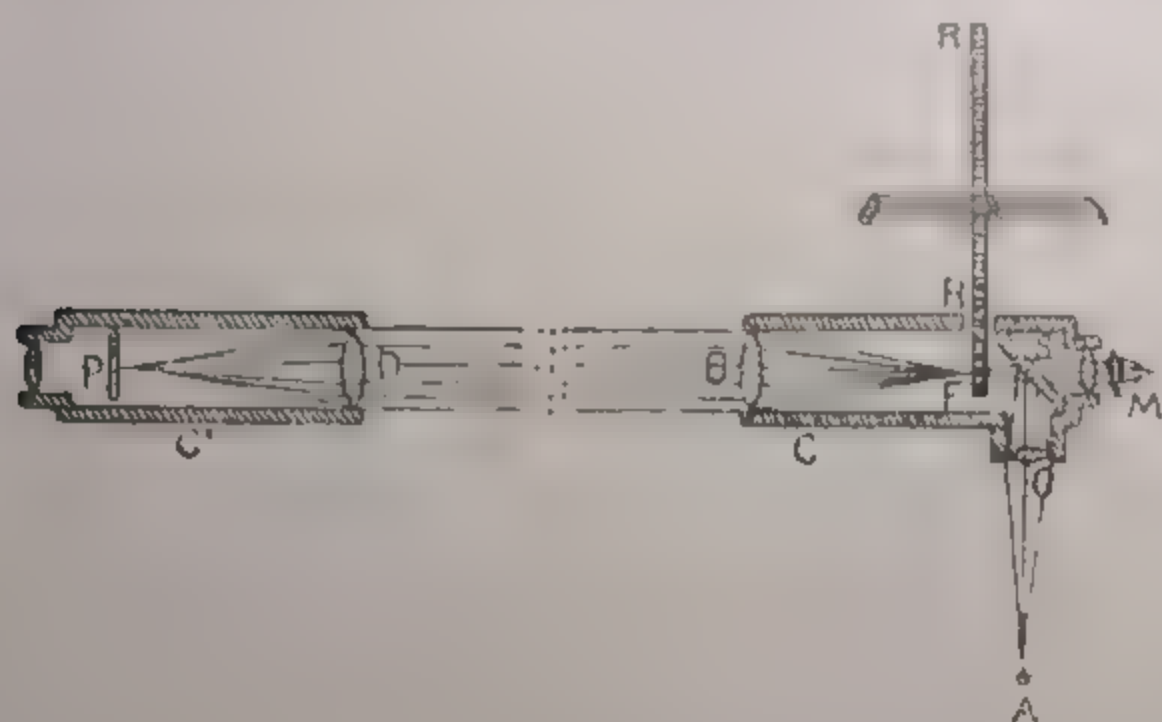



Fig. 341.

In tale momento, con apposito contagiri, si misuri il numero n dei giri per secondo compiuti dalla ruota; un giro è fatto in $1/n$ di secondo; se la ruota ha d denti, il tempo per il passaggio di un dente è $\frac{1}{n} : d = \frac{1}{n\,d}$ ed il tempo t per il passaggio da un vano al dente successivo, è la metà del precedente:

$$t = \frac{1}{2\,n\,d}\,.$$

In tale tempo la luce percorre due volte il tratto SP; cioè lo spazio percorso dalla luce:

$$s = 2\,(S\,P),$$

è il doppio della distanza tra la ruota R e lo specchio P, distanza accuratamente misurata in precedenza.

La velocità della luce è allora, per la solita legge del moto uniforme:

$$v = \frac{s}{t} = 2\,(S\,P) : \frac{1}{2\,n\,d} = 4\,n\,d\,(S\,P),$$

e si deduce la velocità della luce in base al numero n fornito dall'esperienza.

Come riprova, raddoppiando la velocità della ruota si ritornerà a veder luce; perchè un raggio che passa per un vano, al ritorno ripassa per il vano successivo. Triplicando la velocità della ruota, si ritorna a intercettare il raggio sul secondo dente consecutivo al vano per cui è passato il raggio. E così via: si ottengono per la velocità della luce diversi numeri di cui si fa la media, per ottenere un valore più approssimato. Con questo metodo il Fizeau ottenne per la velocità della luce 313274 $^{km}/_{s}$; ma nel 1878 Cornu, con lo stesso metodo e con apparecchi più perfezionati, trovò 300320 $^{km}/_{s}$; e più recentemente, nel 1881, Young e Forbes trovarono 301380 $^{km}/_{s}$.

263. **Metodo di Foucault.** — Foucault [1], nel 1862, riuscì a misurare la velocità della luce in un percorso di pochi metri. Ciò è importante per poter misurare la velocità della luce nell'acqua, la quale non permette il passaggio della luce oltre poche decine di metri, (§ 174). Descriviamo brevemente tale metodo, che era stato consigliato da Arago.

(1) Foucault Jean Bernard Léon; n. a Parigi nel 1819, m. ivi nel 1868.

Un punto luminoso L invia un fascio di raggi su una lastra di vetro V (Fig. 342), che in parte li riflette nella direzione VS; questi raggi vengono concentrati da una lente convergente C su uno specchietto piano S, che può ruotare velocemente intorno ad un asse perpendicolare al piano del foglio. I raggi sono riflessi da S su un altro specchio concavo B, il cui centro di curvatura è in S, e che dista da questo una decina di metri. I raggi da B sono riflessi e concentrati su S e da questo rimandati nella direzione SV; attraversano V che è trasparente, e formano in A_1 un'immagine di L, che si osserva con la lente O.

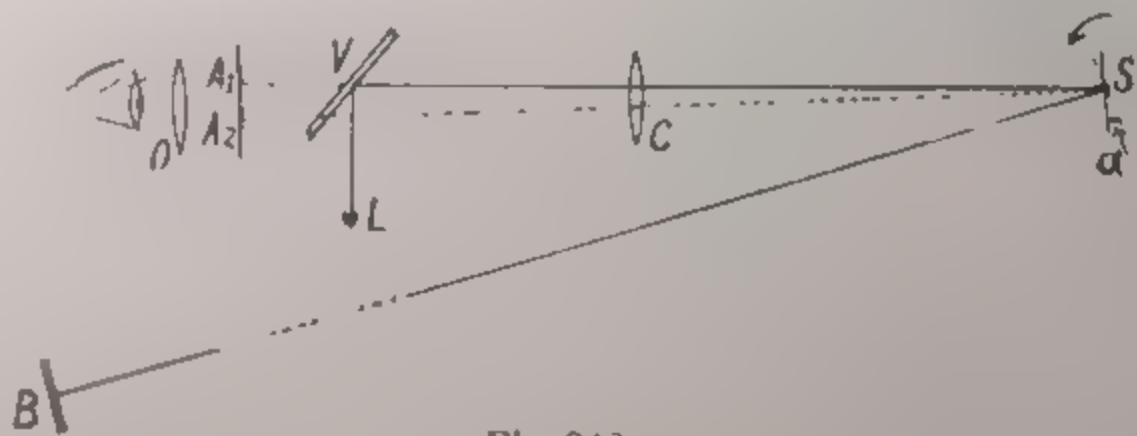



Fig. 342.

Supponiamo ora che lo specchio S ruoti velocemente; nel tempo che la luce da S va su B e da questo è rimandata su S, quest'ultimo avrà ruotato di un piccolo angolo α, e rifletterà il raggio luminoso non più nella direzione SA_1, ma nella direzione SA_2. Da O si osserverà un piccolo spostamento A_1A_2 dell'immagine di L, che si può misurare. Conoscendo A_1A_2 e la distanza SA_1, si può calcolare l'angolo A_1SA_2, e quindi α che è la sua metà, (§ 189). Misurando con un contagiri il numero di giri per secondo compiuti dallo specchio S, si può calcolare il tempo in cui S ha ruotato di α; che è anche il tempo in cui la luce ha percorso la doppia distanza SB, nell'andata e nel ritorno. Misurata questa distanza, si calcola, con la solita legge del moto uniforme, la velocità della luce.

Data l'enorme velocità di questa, e volendone limitare a pochi metri il percorso SB in cui si misura, per ottenere uno spostamento A_1A_2 misurabile, occorreva imprimere allo specchio S velocità di rotazione grandissime. Foucault riuscì a costruire una piccola turbina, funzionante ad aria compressa, che permetteva la rotazione di uno specchietto circolare, del diametro di pochi millimetri, con la velocità di 1000 giri al minuto secondo!

Dalle misure di Foucault la velocità della luce nell'aria risultò di 298 000 $^{km}/_{s}$.

Interponendo tra S e B un tubo, chiuso alle estremità da lastre di cristallo e contenente acqua, si è misurata la velocità della luce nell'acqua, che è di circa 225 000 $^{km}/_{s}$; e in generale si è trovato che:

La velocità della luce diminuisce con l'aumentare dell'indice di rifrazione della sostanza in cui si propaga, (§ 273).

Altre misure più recenti sono quelle di A. Michelson [1] (1926) negli Stati Uniti; dalle quali risulta che la velocità della luce nell'aria è di 299 800 $^{km}/_{s}$, con l'approssimazione di 4 *km*. Questa velocità è eguale per le diverse radiazioni, cioè per i diversi colori [2].

---

(1) Michelson Alberto; n. a Posen (Germania), m. a Chicago nel 1931.

(2) Secondo le scoperte recentissime della Fisica moderna, la velocità della luce non sarebbe costante; ma diminuirebbe col tempo, in ragione di circa $^{km}/_{s}$ 4 ogni anno; inoltre, la velocità dipenderebbe dalla temperatura della sorgente luminosa; per le stelle più brillanti del Sole si sarebbe riscontrata una velocità della luce di circa 4000 $^{km}/_{s}$ maggiore di quella irradiata dal Sole.

264. **Conseguenze sulla velocità della luce.** — Questa velocità è enorme, e si assume come la massima velocità esistente e possibile in natura. È così grande che se la luce potesse compiere un percorso circolare, farebbe in un minuto secondo circa 7,5 volte il giro della Terra (1).

Quindi non vi è tempo apprezzabile fra il momento in cui si produce un fenomeno sulla terra ed il momento in cui lo si vede. Ma tale tempo diventa notevole ed anche grandissimo, quando la luce debba percorrere distanze enormi, quali sono quelle esistenti fra gli astri. Infatti la luce impiega più di 8 *primi* per arrivare dal Sole a noi; 3 anni circa dalla stella α del Centauro, 46 anni dalla stella polare, e migliaia di anni da alcune nebulose lontane. Questo fatto ci dà meglio l'idea di quanto sia immensa la distanza delle stelle, che non è più possibile esprimere in *km*; ma che si valuta *in anni di luce* o **luxan** (2). Onde le stelle che noi guardiamo, non ci appaiono come sono realmente oggi; ma come erano anni e secoli addietro, allorchè è partita da esse la luce che arriva oggi al nostro occhio. E se un essere soprannaturale guardasse oggi la Terra da una stella lontana, e potesse scorgerla così come la vediamo noi da vicino, egli vedrebbe oggi avvenimenti avvenuti sulla Terra anni e secoli addietro; tutto il nostro passato è cioè il presente in diversi punti dello spazio.

265. Problemi sulla velocità della luce.

a) Problema risoluto.

Sapendo che l'indice relativo a due mezzi è uguale al rapporto tra la velocità della luce nel primo e quella nel secondo mezzo* (§ 273), *calcolare la velocità della luce nell'acqua, nel crown e nel solfuro di carbonio.

Risoluzione. — Chiamando v - v_1 - v_2 - v_3 rispettivamente le velocità della luce nell'aria, nell'acqua, nel crown, nel solfuro di carbonio, e coi dati della Tab. del § 209, è:

$$\frac{v}{v_1} = 1{,}334\,; \qquad \frac{v}{v_2} = 1{,}529\,; \qquad \frac{v}{v_3} = 1{,}631\,;$$

dalle quali, sostituendo a v il suo valore di km_s 300 000, si ha:

$$v_1 = km_s\,\frac{300\,000}{1{,}334} = km/_s\ 224\,880\,;$$

$$v_2 = km_s\,\frac{300\,000}{1{,}529} = km/_s\ 196\,200\,; \qquad v_3 = km_s\,\frac{300\,000}{1{,}631} = km/_s\ 183\,930.$$

b) Problemi da risolvere.

1. In un'esperienza col metodo di Fizeau, la ruota dentata aveva il diametro di *mm* 80, e i denti erano alla distanza di *mm* 2 uno dall'altro; a quale velocità doveva essa ruotare per ottenere la prima estinzione della luce, se la distanza dello specchio dalla ruota era di *km* 4?

2. Calcolare il tempo necessario alla luce per arrivare dal Sole, sapendo che la distanza dalla Terra al Sole è di *km* 150 milioni.

3. La luce della stella polare impiega 46,5 anni per arrivare alla Terra; quanti miliardi di *km* è la distanza di tale stella da noi?

4. Riferendosi alla Fig. 342, in un'esperienza per la misura della velocità della luce (§ 263), era: $A_1S = m\ 10{,}50$; $SB = m\ 12$. Calcolare lo spostamento A_1A_2, supponendo che la velocità di rotazione dello specchio fosse di 800 giri al secondo.

---

(1) Si ricordi che il meridiano terrestre è lungo 40 000 000 di *m*.

(2) Ricordiamo (Vol. 1 - § 21) che: 1 *anno luce* = *km* 9460 miliardi, circa; un treno, con la velocità di 60 *km* l'ora, impiegherebbe 60 milioni di anni per arrivare all'α del Centauro, che è la più vicina alla Terra!

Natura della luce.

266. **Teoria dell'emissione.** — Per spiegare la causa della luce, non possiamo che fare delle ipotesi; poichè la luce non è materia, e la sua vera essenza non cade sotto il dominio dei nostri sensi.

Newton fu l'ultimo sostenitore di una vecchia teoria, affacciata da Empedocle ed accettata da Keplero, detta dell'**emissione**; che supponeva la luce fosse dovuta alla emissione dai corpi luminosi di innumerevoli particelle piccolissime, imponderabili, propagantisi in linea retta, in tutte le direzioni, con la velocità della luce. Secondo questa ipotesi, cioè, un raggio luminoso sarebbe costituito da una serie di particelle luminose, emesse dalla sorgente, succedentisi in una data direzione. Tali particelle battendo sui corpi rimbalzerebbero, dando luogo alla diffusione ed alla riflessione (§ 185). Attraversando i mezzi trasparenti, devierebbero dal cammino primitivo (per una ragione che spiegheremo tra poco), dando luogo ai fenomeni di rifrazione; ecc.

267. **Perchè cadde.** — Ma fin dai tempi di Newton e meglio sulla fine del '700, si scoprirono dei fenomeni che non si potevano più spiegare con questa ipotesi. Questi fatti sono quelli delle *interferenze, polarizzazione, diffrazione*, ecc., di cui daremo cenno nei paragrafi successivi.

Fig. 343.

Così, p. es., l'esperienza dimostra che se da due segmenti luminosi paralleli e vicini, *di luce identica*, arrivano raggi di luce su uno schermo parallelo al piano dei due segmenti, posto ad una certa distanza da questi, lo schermo non viene illuminato uniformemente; ma vi si scorgono strisce alternativamente chiare ed oscure, come mostra la Fig. 343, che si chiamano le **frange di interferenza.** Questo fenomeno, segnalato da Padre Grimaldi fin dal 1633, ci dice che nei punti delle strisce oscure, pure arrivando luce da entrambi i segmenti luminosi, tuttavia si produce oscurità; esso si chiama **l'interferenza della luce,** e non si può spiegare con la teoria dell'emissione.

Inoltre Newton si trovò nella difficoltà di dover spiegare come mai un mezzo trasparente sia insieme riflettente e trasparente; come è noto infatti, il vetro e l'acqua riflettono parte della luce che li colpisce, e producono immagini riflesse come nello specchio. Da che proviene che i corpuscoli costituenti la luce, colpendo tale mezzo, una volta rimbalzino riflettendosi e un'altra volta proseguano rifrangendosi? Newton dovette immaginare tali corpuscoli dotati di polarità e rotanti su sè stessi; in modo da venire respinti (*riflessione*) o attratti (*rifrazione*) dal mezzo su cui battevano, secondo il polo con cui colpivano la superficie di tale mezzo.

Ma se una particella I battendo, ad es., sull'acqua (Fig. 344) viene attratta, essa acquista una velocità IA in direzione prependicolare alla superficie di separazione dei due mezzi, oltre a mantenere la velocità IB

che aveva nel primo mezzo. Il moto nel [illegible] quello risultante dei due moti IA e IB; cioè è un moto uniforme la cui velocità e direzione è rappresentata dalla diagonale IV del parallelogrammo $IAVB$ (Vol. 1 - §41); quindi la luce nel secondo mezzo prosegue nella direzione IR, avvicinandosi alla normale, come vuole la legge della rifrazione.

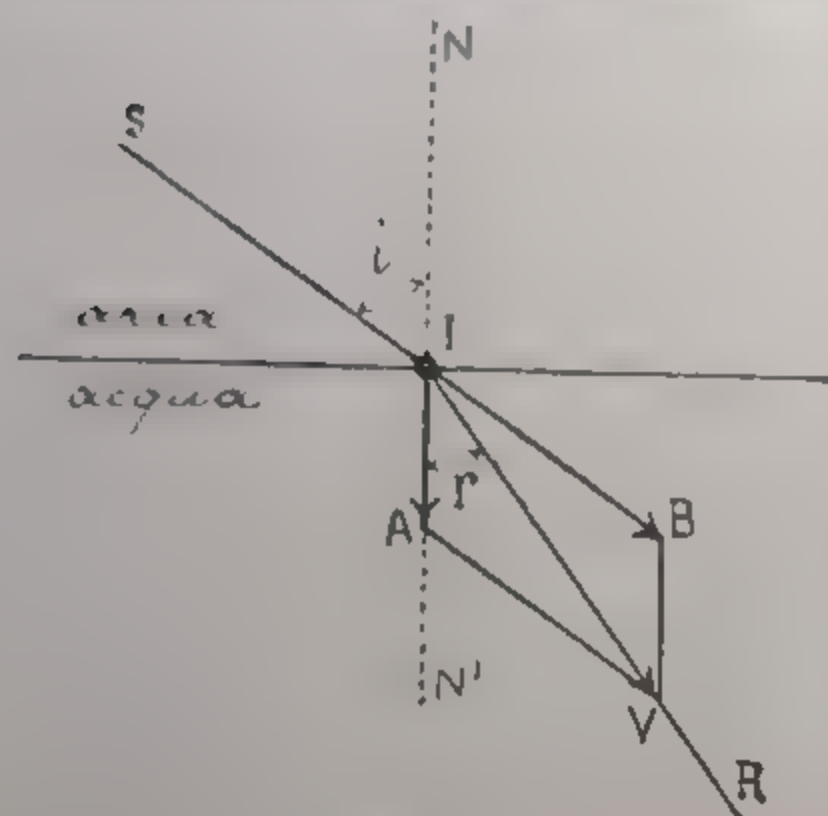



Fig. 344.

Ma la velocità IV della luce nell'acqua deve essere perciò maggiore che la velocità IB nell'aria. Quando invece Foucault misurando la velocità della luce nell'acqua trovò che essa *è minore che nell'aria* (§ 263), la teoria di Newton si trovò in contrasto con l'esperienza, e dovè cadere (1). La misura di Foucault della velocità della luce nell'acqua, è adunque il fatto sperimentale che abbattè la teoria dell'emissione.

268. **Teoria delle ondulazioni.** — Caduta la teoria dell'emissione, si doveva fondarne una nuova. È questa la **teoria delle ondulazioni**, che risale ad Aristotele, accettata da Cartesio, ma ripresa e fondata da Huygens (2), contemporaneo di Newton, nel 1690, e poi meglio completata da Eulero (3) (1746), Young (1801) e Fresnel (1820). Si suppone che la luce sia dovuta ad un moto vibratorio rapidissimo (da 400 ad 800 trilioni di vibrazioni al minuto secondo) di piccolissima ampiezza, dei *punti* (4) che costituiscono il corpo luminoso. Questo moto vibratorio viene trasmesso non dall'aria, come per il suono, (perchè la luce si propaga anche nel vuoto interplanetare); ma *da un mezzo sottilissimo, imponderabile, perfettamente elastico*, chiamato l'**etere cosmico**, che esiste dappertutto, anche nel vuoto, fra gli astri, fra le molecole dei corpi, in un'ampolla vuota d'aria, ecc.

È sottilissimo: perchè la luce passi attraverso il vetro, l'etere deve vibrare fra le molecole di tale corpo, rispetto alle quali dobbiamo immaginarlo così minuto come il pulviscolo dell'aria rispetto agli oggetti di una stanza.

È imponderabile, cioè senza peso, perchè non è materia (5) nel senso comune di questa parola; altrimenti offrirebbe resistenza al moto degli astri, e dovrebbe rallentarlo; il che non è stato riscontrato con l'osservazione. Infatti, in parecchi secoli non si è riscontrata variazione sensibile nella durata dell'anno terrestre e nella distanza dalla Terra al Sole, che varierebbero col variare della velocità di essa.

(1) Ci siamo alquanto diffusi sulle ragioni per cui cadde la teoria dell'emissione, per dare un esempio dettagliato del modo con cui le teorie possono modificarsi o abbattersi (Vol. 1° - § 7).

(2) Vedasi nota al § 275.

(3) Eulero Leonardo, il più grande matematico del secolo XVIII; n. a Basilea nel 1707; m. a Pietroburgo nel 1783.

(4) Vedremo nel Vol. 3° - § 78, che cosa dobbiamo intendere per questi punti.

(5) Poichè l'etere non è materiale, non cade sotto il dominio dei nostri sensi; quindi la sua esistenza è solo un'ipotesi.

È perfettamente elastico: mettendo in vibrazione [illegible], essa dopo poco tempo si ferma, perchè la non perfetta [illegible] smorza il moto vibratorio. Così anche il suono non si propaga [illegible] distanza nell'aria, perchè anche questa non è perfettamente elastica, e non trasmette integralmente il moto vibratorio da punto a punto. Invece, il moto vibratorio trasmesso da un corpo luminoso all'etere, si mantiene e si trasmette da punto a punto per secoli e secoli, se dopo tanto tempo ci perviene la luce mandataci dalle stelle lontane.

Si possono ripetere ragionamenti analoghi a quelli fatti per la propagazione del suono; con la differenza che da vari fenomeni siamo indotti a ritenere che la vibrazione dei punti dell'etere non avvenga nella direzione del raggio luminoso, ma in direzione ad esso perpendicolare; cioè:

La luce si propaga per vibrazioni trasversali dei punti dell'etere.

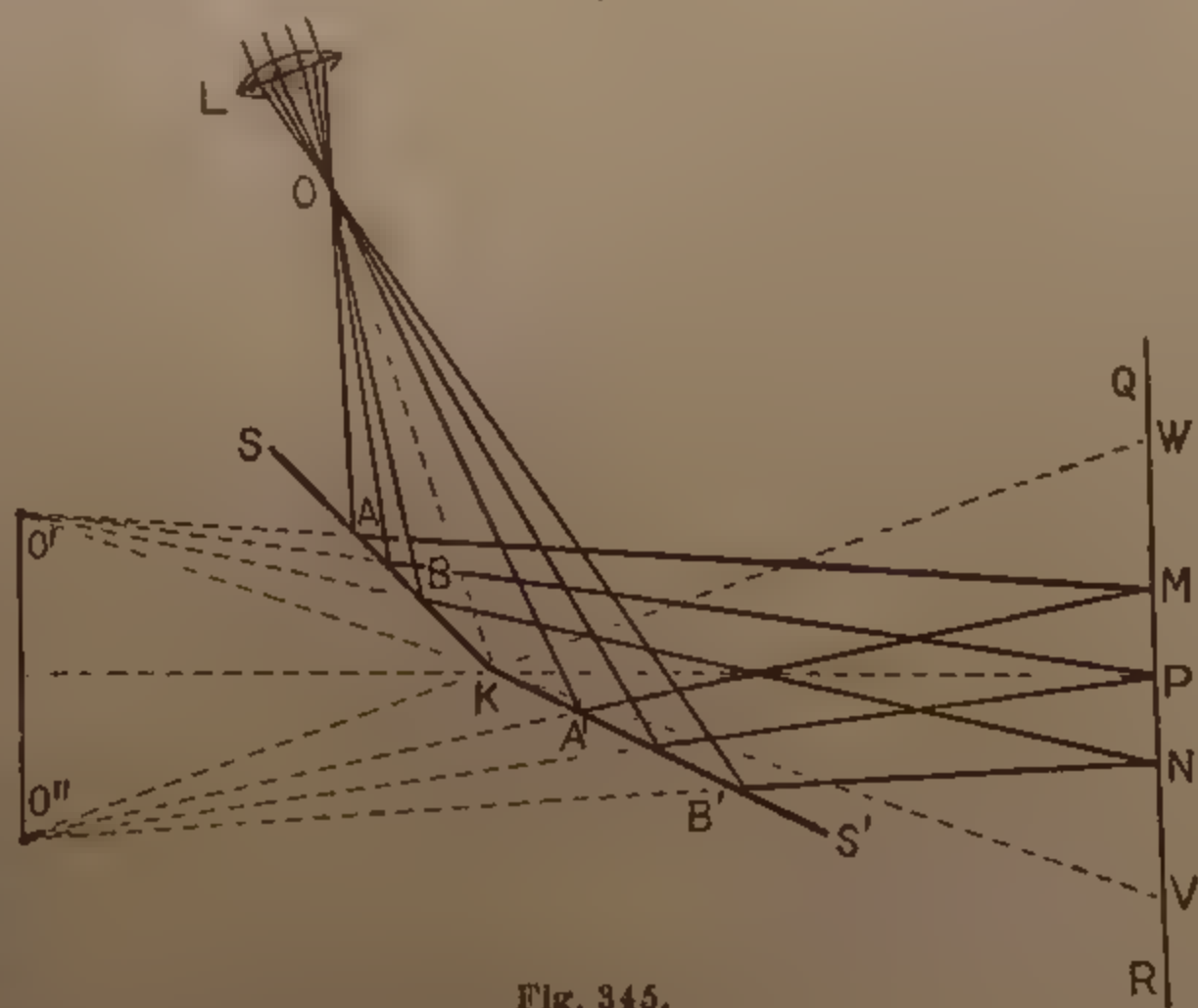
La propagazione avviene anche ora per mezzo di onde sferiche, che non potremo chiamare più condensate o rarefatte come quelle sonore, (§ 140), ma che diremo alternativamente *in fase opposta di vibrazione.*

La definizione di lunghezza d'onda, e la relazione di essa col numero delle vibrazioni e con la velocità della luce, sono eguali a quelle fatte per il suono, (§ 141); cioè se n è il numero delle vibrazioni, λ la lunghezza d'onda, V la velocità della luce, è:

$$1) \qquad V = n\lambda; \quad n = \frac{V}{\lambda}; \quad \lambda = \frac{V}{n}.$$

In seguito (Vol. 3° - § 233) accenneremo alle odierne vedute sulla natura della luce; che permettono di considerare le vibrazioni luminose, non come vibrazioni delle particelle dell'etere, bensì come vibrazioni elettromagnetiche, che si propagano nel vuoto (**teoria elettromagnetica della luce**). In tal modo non vi è più bisogno di supporre l'esistenza dell'etere cosmico, che è ciò che rende più difficoltosa a concepire la teoria delle ondulazioni. Vedremo inoltre che la teoria corpuscolare di Newton non è da scartarsi completamente; ma che le due teorie dell'emissione ed ondulatoria si integrano e si completano a vicenda. Nelle considerazioni seguenti continueremo tuttavia a parlare di vibrazioni delle particelle dell'etere.

Fig. 345.

269. Spiegazione dell'interferenza. — Con la teoria delle ondulazioni non vi è alcuna difficoltà a spiegare il fenomeno d'interferenza del § 267. La spiegazione è proprio eguale a quella fatta per l'interferenza dei suoni: Supponiamo

infatti di avere due punti luminosi vicini O' ed O'' *di luce identica*; cioè i moti vibratori di O' ed O'' siano eguali per frequenza e per fase, (Fig. 345). In un punto P dell'asse del segmento $O'O''$ e quindi equidistante da O' ed O'', arrivano nello stesso istante da questi due punti onde partite contemporaneamente, cioè nella stessa fase di vibrazione. I due moti vibratori quindi si sommano, e in P vi è luce.

Consideriamo invece un punto M la cui differenza di distanza da O' ed O'' sia di mezza lunghezza d'onda $(O''M - O'M)$. Quando in M arriva da O'' un'onda in una data fase di vibrazione, quella partita contemporaneamente da O' è già passata; da O' arriva invece la mezza onda successiva, che è in fase opposta di vibrazione. Si sovrappongono pertanto in M due moti vibratori opposti che si elidono, e vi sarà perciò oscurità.

Così continuando il ragionamento come per le interferenze sonore, avremo anche ora che:

Vi sarà luce nei punti per i quali la differenza di distanza dai due punti luminosi O' ed O'' è zero o un multiplo pari di mezza lunghezza d'onda; vi sarà invece oscurità nei punti per i quali la differenza di distanza è un multiplo dispari di mezza lunghezza d'onda.

In pratica non è possibile ottenere due punti luminosi di luce identica con due sorgenti luminose distinte. Si può superare questa difficoltà coi cosidetti *specchi di Fresnel* [1]. Cioè si pone un sol punto luminoso O davanti a due specchi piani KS e KS' (Fig. 345), formanti tra loro un angolo quasi piatto; si ottengono di O due immagini O' ed O'' vicine, di luce identica, perchè entrambe identiche ad O. Il punto O si ottiene per concentrazione dei raggi luminosi che attraversano una lente convergente L. Anzichè un punto luminoso, per l'esperienza è più conveniente impiegare un segmento luminoso, ottenuto facendo passare i raggi per una stretta fenditura.

270. **Misura della lunghezza d'onda.** — Misurando la distanza tra due frange consecutive, la distanza fra i due punti luminosi O' ed O'', e la distanza di $O'O''$ dallo schermo QR su cui si formano le frange, si può dedurre la differenza di distanza tra una frangia e i due punti luminosi; e così si può calcolare la **lunghezza d'onda.**

Si è trovato che essa ha un valore diverso per i diversi raggi colorati; e precisamente varia da 0,76 μ ($\mu = 0{,}001\ mm$) per la luce rossa a 0,39 μ per la luce violetta. Le frange quindi, a parità delle altre condizioni, hanno distanza diversa a secondo del colore della luce emanata da O' ed O''. Se questi punti sono di luce bianca, le frange sono iridiscenti; cioè ciascuna frangia luminosa equivale ad uno strettissimo spettro solare.

271. **Numero delle vibrazioni.** — Dalla 1) del § 268: $n = \frac{V}{\lambda}$, possiamo ricavare il numero delle vibrazioni n corrispondente alle diverse lunghezze d'onda, cioè ai diversi colori. Si ha per il rosso:

$n = 400 \times 10^{12}$ circa, e per il violetto: $n' = 800 \times 10^{12}$ circa.

---

(1) Fresnel Augustin; n. a Broglie nel 1788, m. presso Parigi nel 1827.

[illegible] vibratori troppo rapidi o troppo lenti, [illegible] la luce, se le vibrazioni sono più di 800 trilioni o meno di 400 trilioni al minuto secondo. La differenza tra i varî colori è [illegible] quella esistente tra le varie note musicali di un'ottava. Ma mentre l'orecchio percepisce suoni compresi fra 16 e 40000 vibrazioni al secondo, cioè in un rapporto da 1 a 2400 circa, l'occhio percepisce i colori il cui numero di vibrazioni è appena nel rapporto da 1 a 2.

La seguente Tabella indica meglio la lunghezza d'onda e il numero delle vibrazioni per i varî colori.

COLORE	Lunghezza d'onda in micron	Numero di vibrazioni in trilioni al s.
Rosso medio	0,65	461
Aranciato medio	0,60	500
Giallo »	0,58	517
Verde »	0,52	576
Azzurro »	0,47	638
Indaco »	0,41	731
Violetto estremo	0,39	769

272. **Come si spiega la riflessione della luce.** — Con l'ipotesi dell'emissione era facile spiegare la riflessione della luce, secondo la teoria dell'urto dei corpi elastici; cioè la riflessione delle particelle luminose avverrebbe come quella di una palla d'avorio, contro la sponda del biliardo.

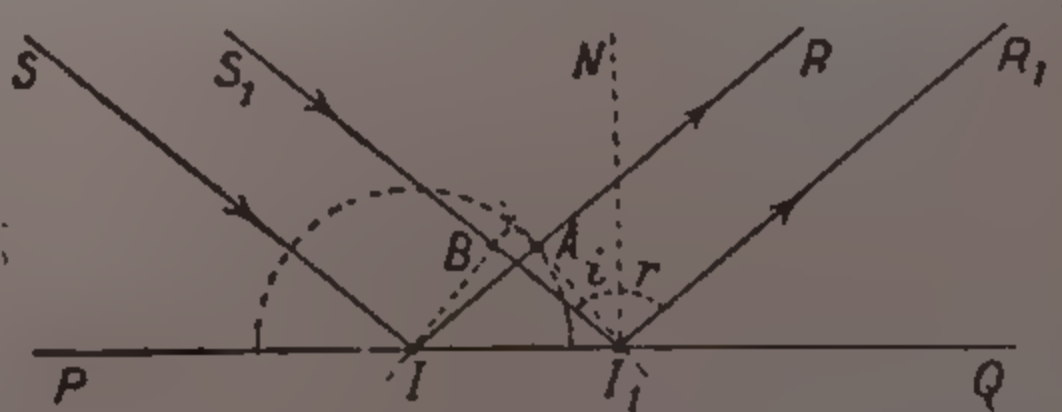
Con la teoria delle ondulazioni si spiega nel seguente modo. Ricordiamo che la superficie di un'onda luminosa è sferica, se parte da un punto luminoso a distanza finita; se questo è all'infinito, cioè i raggi luminosi sono paralleli, la superficie dell'onda diventa un piano perpendicolare a tali raggi.

Ciò posto, sia PQ (Fig. 346) la sezione della superficie (piana) dello specchio, SI - S_1I_1 due raggi incidenti paralleli di un fascio; ad un dato istante l'onda passante per I è il piano $[IB]$, perpendicolare ad SI. Nel tempo che il moto vibratorio percorre nella direzione S_1I_1 il tratto BI_1, il moto vibratorio dal punto I della stessa onda, percorrerà un tratto eguale a BI_1 in una direzione incognita; cioè perverrà in un punto di una superficie sferica di centro I e raggio IA uguale a BI_1. La nuova onda quindi, passante per I_1, sarà il piano tangente condotto da I_1 a detta sfera; cioè I_1A. La nuova direzione dei raggi riflessi sarà perciò quella IR - I_1R_1, perpendicolare al piano $[I_1A]$ della nuova onda.

I triangoli IAI_1 ed IBI_1 sono uguali, perchè entrambi rettangoli, hanno l'ipotenusa II_1 in comune, ed $IA = I_1B$ per ipotesi; quindi avranno anche:

$$2) \qquad \widehat{BII_1} = \widehat{AI_1I}.$$

Fig. 346.

Conducendo la normale NI_1 nel punto d'incidenza I_1, l'angolo d'incidenza i è uguale a $\widehat{BII_1}$, perchè hanno i lati perpendicolari e sono entrambi acuti; l'angolo di riflessione r è uguale ad $\widehat{AI_1I}$ per la stessa ragione; quindi dall'eguaglianza 2) risulta: $\hat{i} = \hat{r}$, che è la nota legge della riflessione.

273. Come si spiega la rifrazione della luce. — Abbiamo visto nel § 267 l'artificiosa spiegazione di Newton con la teoria dell'emissione, pervenendo ad una conseguenza in contrasto con la esperienza. Con la teoria delle ondulazioni tale contrasto invece non esiste.

Sia PQ (Fig. 347) la sezione del piano di separazione di due mezzi diversi, es. aria ed acqua; $SI - S_1I_1$ due raggi incidenti paralleli di un fascio, ad un dato istante l'onda passante per I è il piano $[IB]$, perpendicolare ad SI. Nel tempo che il moto vibratorio nella direzione S_1I_1 percorre il tratto BI_1 nell'aria, il moto vibratorio del punto I della stessa onda percorrerà nell'acqua un tratto minore di BI_1 (perchè *la velocità della luce nell'acqua è minore che nell'aria*), in una direzione incognita; cioè perverrà in un punto di una superficie sferica di centro I e di raggio IA minore di BI_1. La nuova onda quindi passante per I_1, sarà il piano tangente condotto da I_1 a detta sfera; cioè $[I_1A]$. La nuova direzione dei raggi rifratti sarà perciò $IR - I_1R_1$, perpendicolare al piano $[I_1A]$ della nuova onda e forma con la normale NN' un angolo di rifrazione r minore dell'angolo d'incidenza i; cioè *il raggio rifratto si avvicina alla normale.*

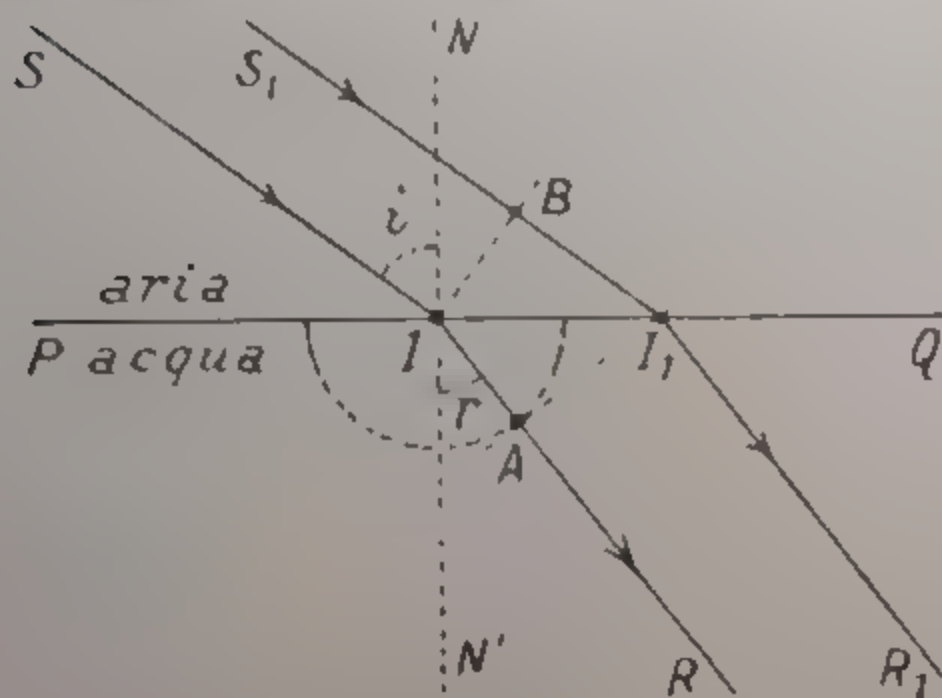



Fig. 347.

Dal triangolo rettangolo IBI_1 si ricava: $(BI_1) = (II_1)$ *sen* $\widehat{BII_1}$; dal triangolo rettangolo IAI_1 si ha parimenti: $(IA) = (II_1)$ *sen* $\widehat{AI_1I}$. Dividendo membro a membro:

$$\frac{\text{sen}\,\widehat{BII_1}}{\text{sen}\,\widehat{AI_1I}} = \frac{(BI_1)}{(IA)}.$$

Ora, $\widehat{BII_1}$ è uguale all'angolo d'incidenza i, perchè hanno i lati perpendicolari e sono entrambi acuti, $\widehat{AI_1I}$ è uguale all'angolo di rifrazione r per la stessa ragione; quindi sostituendo:

$$3)\qquad \frac{\text{sen}\,i}{\text{sen}\,r} = \frac{(BI_1)}{(IA)}$$

Chiamando τ il tempo che impiega la luce a percorrere il tratto BI_1 nel 1° mezzo (aria) e v_1 la velocità della luce nello stesso mezzo, per la legge del moto uniforme (Vol. 1° - § 25) è: $(BI_1) = v_1\tau$.

Parimenti, essendo ancora τ il tempo che impiega la luce a percorrere il tratto IA nel 2° mezzo (acqua) e v_2 la velocità della luce nello stesso mezzo, è: $(IA) = v_2\tau$.

Sostituendo nella 3), si ricava:

$$4)\qquad \frac{\text{sen}\,i}{\text{sen}\,r} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Il rapporto $\frac{v_1}{v_2}$ è costante per due dati mezzi; quindi la 4) esprime la nota legge della rifrazione. Il valore del rapporto $\frac{v_1}{v_2}$ è ciò che avevamo chiamato l'indice di rifrazione relativo ai due mezzi, ed indicato con n, (§ 207). Avevamo anche trovato (§ 217) che: $n = \frac{n_2}{n_1}$, se n_2 è l'indice di rifrazione assoluto del 2° mezzo e n_1 quello

[illegible]. Si ha perciò

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}, \qquad \text{cioè:}$$

[illegible] assoluti di due mezzi sono inversamente propor[illegible] alle velocità di propagazione della luce in tali mezzi.

[illegible]4. **Colori delle lamine sottili.** – I corpi trasparenti in lamine sotti[illegible], ci appaiono colorati qua e là con tinte diverse e con iridescenze. Così, ad es., la mica e le bolle di sapone.

Fig. 348.

La spiegazione di questo fenomeno è anche ora basata sulla interferenza tra un raggio di luce riflesso dalla prima superficie della lamina e il raggio riflesso dalla seconda superficie. Infatti sia MN (Fig. 348) una lastra sottilissima, rappresentata di spessore esagerato; un raggio di luce AB incidente, in B in parte si riflette sulla prima superficie: trascuriamo questo raggio riflesso. In parte prosegue rifrangendosi secondo BC, si riflette in C sulla seconda superficie della lamina, e ritorna indietro emergendo nella direzione DE. Ma in D cade un altro raggio $A'D$, che in parte si riflette anch'esso secondo DE.

Fig. 349.

Quindi su DE si sovrappongono due raggi della stessa luce, ma che hanno *percorso cammino di lunghezza diversa*. Essi cioè possono interferire e dar luogo all'estinzione di quei colori, per i quali la loro differenza di cammino è un multiplo di mezza lunghezza d'onda; onde ne risulta una tinta che è quella che l'occhio percepisce. Questa differenza di cammino, e quindi questa tinta, dipendono evidentemente dallo spessore della lamina. Così si spiega la continua variazione di colore in una bolla di sapone, dovuta alla variazione di spessore della lamina liquida per l'evaporazione.

Così pure si spiegano le iridescenze di uno straterello sottilissimo di olio o di petrolio alla superficie dell'acqua.

Fenomeni analoghi sono: gli anelli colorati che si osservano se un segmento sferico trasparente ACB (Fig. 349) si appoggia su una lastra piana DE pure trasparente; si vedono allora delle curve all'incirca come cerchi concentrici irregolari, come si vede in basso della Fig. 349, iridescenti se si adopera la luce bianca. Anche ora il fenomeno è dovuto all'interfe-

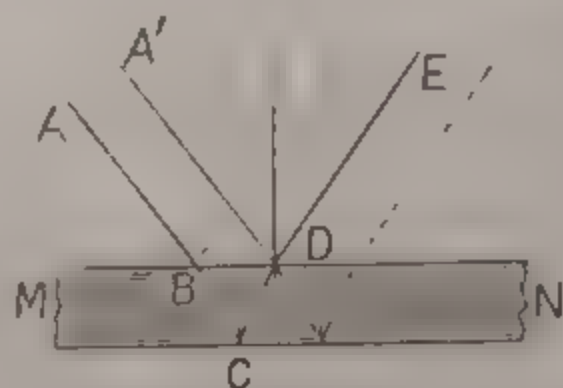
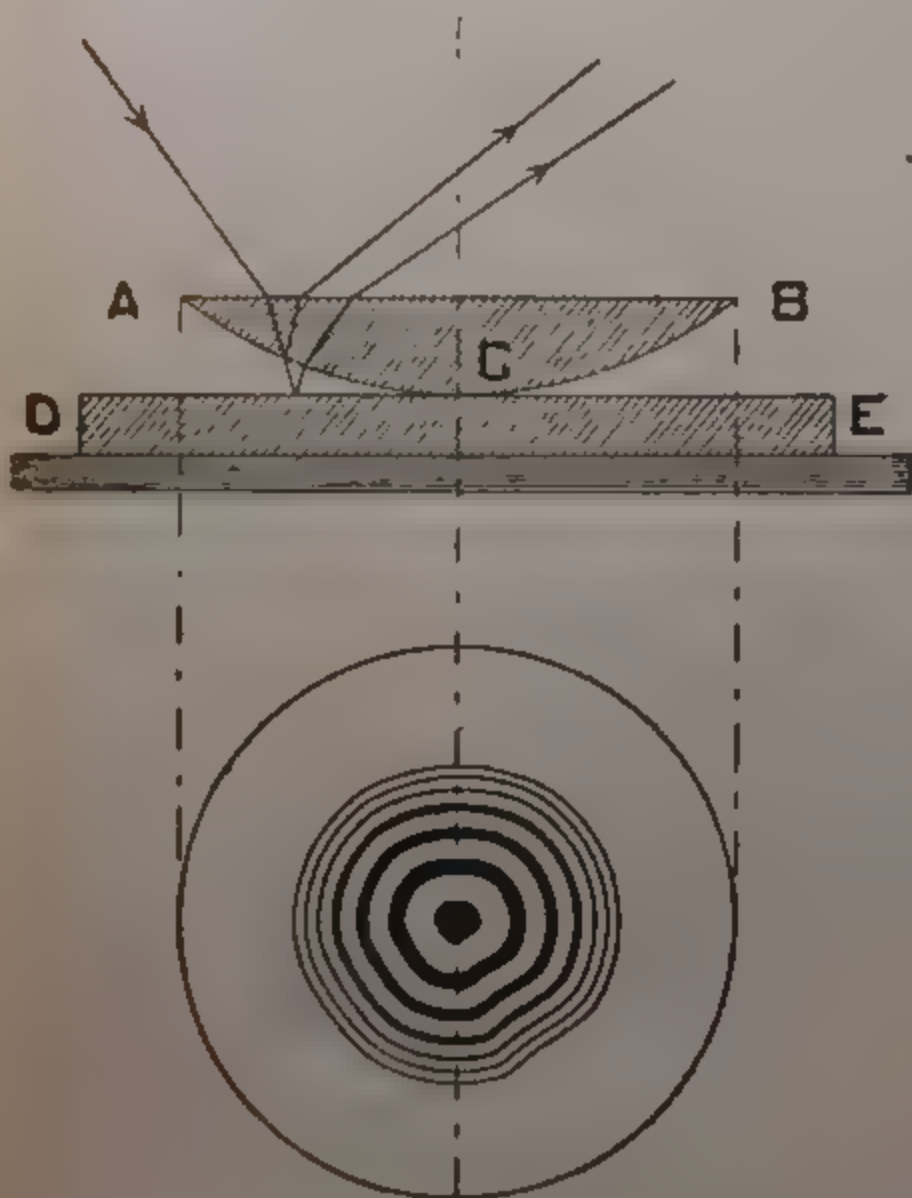
renza fra un raggio riflesso sulla superficie ACB e un altro riflesso sulla faccia DE, i quali hanno percorso un cammino diverso. Questo fenomeno va sotto il nome di **anelli di Newton.**

275. **Diffrazione.** – Newton, per confutare la nuova teoria che contrastava la sua, obiettava che con l'ipotesi delle ondulazioni non avrebbero potuto sussistere le ombre degli oggetti; perchè le onde luminose dovrebbero girare attorno agli ostacoli e portare luce dietro di essi; così come le onde del mare, battendo su uno scoglio, lo contornano e si propagano dietro ad esso, e le onde sonore girano gli ostacoli comuni.

Fig. 350.

Ma anche in questo il Newton errava; il formarsi delle ombre, pure in base alla teoria ondulatoria, dipende dalle grandi dimensioni dei corpi opachi rispetto alla minima lunghezza delle onde luminose. Così le onde del mare se contornano uno scoglio, non possono propagarsi dietro ad un'isola. Alcuni fenomeni, scoperti dal Grimaldi fin dal 1665, dimostrano appunto che, in determinate condizioni, avviene il ripiegamento della luce dietro l'ostacolo, in contrasto con la teoria delle ombre (§ 176).

Sia infatti O un punto luminoso e D un diaframma opaco (Fig. 350), limitato da un margine AB diritto e sottile; si ponga dietro al diaframma uno schermo M. Per la teoria delle ombre su questo schermo dovremmo osservare una zona di ombra al di sotto della retta PQ, separata nettamente da una zona di luce, al di sopra. Invece attorno a PQ, tanto da una parte che dall'altra, si osserva una serie di strisce alternativamente luminose ed oscure; di una sola tinta se da O parte luce monocromatica, o iridescenti se O è di luce bianca. Si chiamano le **frange di diffrazione,** e il fenomeno si chiama **diffrazione.**

276. **Principio di Huyghens.** — La spiegazione del fenomeno precedente è basata sul **principio di Huyghens** (1), che si enuncia così:

Il moto vibratorio, destato da un centro di vibrazione in un punto qualunque dello spazio, è in ogni istante il moto risultante di tutti i moti vibratori che sono inviati a quel punto dai diversi elementi di una qualsiasi superficie d'onda antecedente, considerando ciascuno di questi elementi come un centro particolare di vibrazione.

Ora, sia S un punto luminoso (Fig. 351) e DMD' una porzione di una qualsiasi onda (sferica) di centro S, (interna al cono tangente alla sfera dell'onda, con vertice in P). In un punto P dello spazio, per il principio precedente, il moto vibratorio risultante è quello che deriva dai moti vibratori che pervengono in P dai punti dell'onda DMD', considerati come centri di vibrazione. Dividiamo questa superficie d'onda attorno al *polo* M in tante zone elementari: $AMA' - BAA'B' - CBB'C'$ ...., tali che la diffe-

(1) Huyghens Cristian, sommo scienziato olandese; n. a l'Aia nel 1629, m. ivi nel 1695.

[illegible] di due zone consecutive da P sia di mezza [illegible] l'azione di una qualsiasi zona, si annulla con quella [illegible] e della conseguente, che sono in fase opposta; tranne l'azione dell'ultima zona che non ha conseguente, ma che è trascurabile, perchè l'angolo di emissione dei raggi provenienti da essa è prossimo a 90°, (§ 183); e tranne l'azione della 1ª zona AMA', che non ha antecedente. Quest'ultima azione è quella che produce il moto vibratorio nel punto P; che rimane illuminato, con approssimazione, come se ricevesse luce nella sola direzione SP del raggio luminoso. E così avviene ordinariamente.

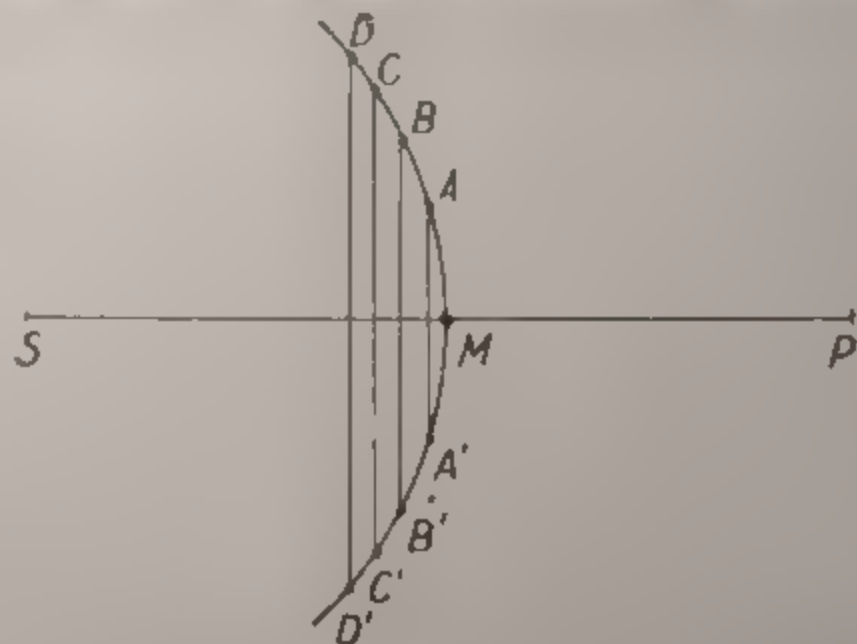



Fig. 351.

277. **Spiegazione della diffrazione.** — Supponiamo che nel cammino dei raggi s'interponga uno schermo opaco O, (Fig. 352). In un punto Q di uno schermo NN' perviene in prevalenza il moto vibratorio della semizona $AA'M$, e vi è luce; in un punto R invece perviene in prevalenza il moto vibratorio delle semizone $MAA' - ABB'A'$, in fase opposta, e quindi vi è oscurità. E così via; si formano nella parte sovrastante a P le frange di diffrazione.

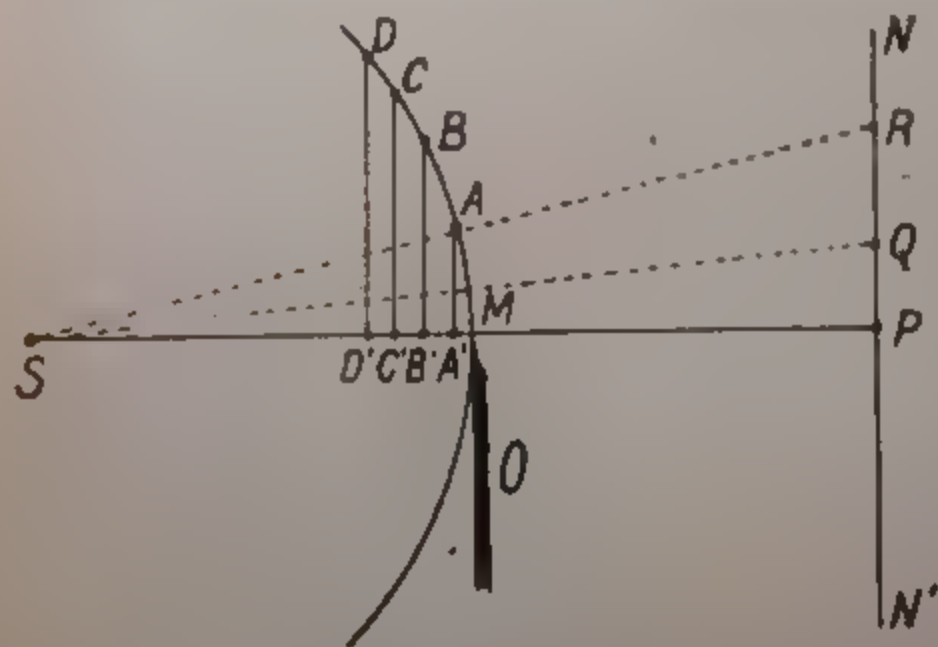



Fig. 352.

Fenomeni simili si hanno se la luce passa attraverso una sottile fenditura, o attraverso una lamina trasparente solcata da righe sottili e vicinissime, parallele e alternativamente trasparenti ed opache. Una lastra talmente striata si chiama **reticolo di diffrazione**; se ne fanno di quelli in cui sono parecchie centinaia di righe per ogni millimetro di larghezza.

Guardando attraverso un reticolo un segmento luminoso parallelo alle righe del reticolo, si scorge una serie di spettri colorati (§ 221), simmetricamente disposti dalle due parti rispetto al piano del centro dell'occhio e della sorgente luminosa, col rosso al di fuori e il violetto al di dentro. Si chiamano **spettri di diffrazione**. Si possono ottenere anche per riflessione, con **reticoli a riflessione**, solcando con finissime strie delle superfici speculari. I **reticoli di Rowland** sono costruiti su specchi concavi, e dànno direttamente sullo schermo lo spettro luminoso, che può assumere grande lunghezza, perfino di qualche metro; cioè si ottiene con essi una dispersione assai maggiore che non coi prismi.

Analogamente si spiegano: le iridescenze presentate da polveri finissime, come il pòlline di alcuni fiori, le spore di licopodio, le ali di alcune farfalle; le iridescenze della madreperla, dovute a striature finissime, microscopiche, che ne solcano la superficie; le colorazioni che si osservano guardando con

gli occhi socchiusi una sorgente luminosa attraverso i peli delle ciglia; le colorazioni che si osservano guardando la fiamma di una candela attraverso le barbe di una piuma collocata vicino all'occhio, le iridescenze di un ago lucente esposto al sole; ecc.

278. **Doppia rifrazione.** — Nello studio della rifrazione vedemmo (§ 207) che ad un dato raggio incidente corrisponde un solo raggio rifratto. Ciò avviene nei mezzi non cristallizzati, come l'acqua, il vetro comune, ecc. Ma in certi corpi cristallizzati, come lo spato d'Islanda, il gesso cristallizzato, ecc., il raggio incidente LI si sdoppia (Fig. 353) e genera due raggi rifratti, IR ed IR_1, in direzione diversa; onde, guardando un oggetto attraverso questi cristalli, lo si vede doppio, (Fig. 354).

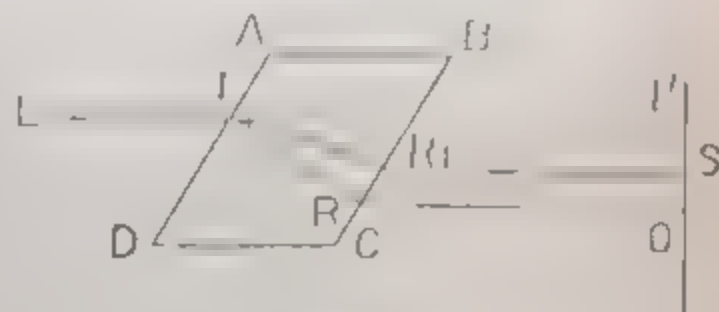



Fig. 353.

Fig. 354.

Questo fenomeno, descritto la prima volta da Bartholin [1] nel 1669, si chiama **doppia rifrazione**, e i cristalli che la presentano si dicono **birifrangenti.** Si spiega supponendo che in tali mezzi anisotropi la rifrangenza sia diversa nelle diverse direzioni; cioè il moto vibratorio che costituisce la luce, si propaga con diversa velocità nelle diverse direzioni. E poichè la deviazione del raggio rifratto dipende appunto dalla diversa velocità della luce nei due mezzi che attraversa, avviene ora una deviazione diversa in due diverse direzioni; quindi il raggio rifratto si sdoppia.

In un cristallo birifrangente vi sono una o due direzioni secondo cui non vi è doppia rifrazione, ma la rifrazione semplice a suo tempo studiata. I primi si chiamano *cristalli ad un asse* (quarzo, spato d'Islanda, tormalina, ecc.); i secondi *cristalli a due assi* (mica, solfato di bario, ecc.).

Dei due raggi rifratti, nei cristalli ad un asse, uno segue le leggi di Descartes (§ 207) e si chiama il **raggio ordinario**; l'altro non le segue, ed è il **raggio straordinario.** Nei cristalli a due assi nessuno dei raggi rifratti segue le leggi della rifrazione.

279. **Polarizzazione per riflessione.** — I raggi luminosi, dopo aver subito la riflessione o la rifrazione, risultano talvolta più o meno modificati, in modo da non essere più riflessi o rifratti in certe direzioni (Malus [2], 1808).

Così, ad esempio: un fascio di raggi luminosi AI cade su uno specchio S

---

(1) Bartholin Thomas; n. a Copenaghen nel 1616, m. ad Hagestedgaard nel 1680.
(2) Malus Étienne Louis; n. a Parigi nel 1775, m. ivi nel 1812.

(Fig. 355) [illegible] è riflesso su un secondo specchio S_1, che a sua volta lo riflette [illegible] I_1R. Se i due specchi sono paralleli, o meglio *se i due piani d'incidenza* (§ 186) AII_1 *ed* II_1R *coincidono* (Fig. 355), *il*

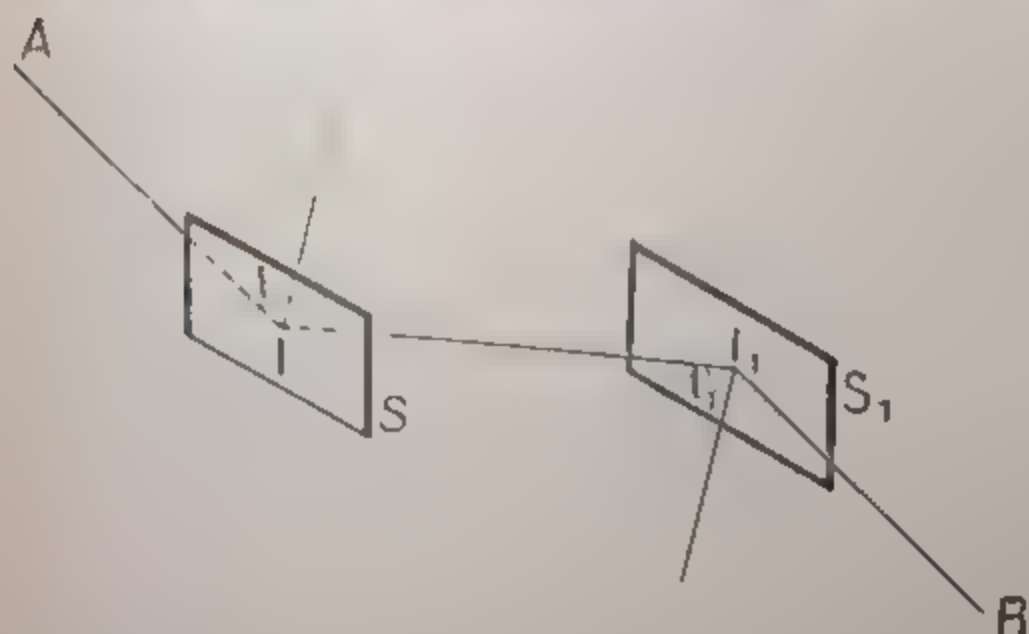
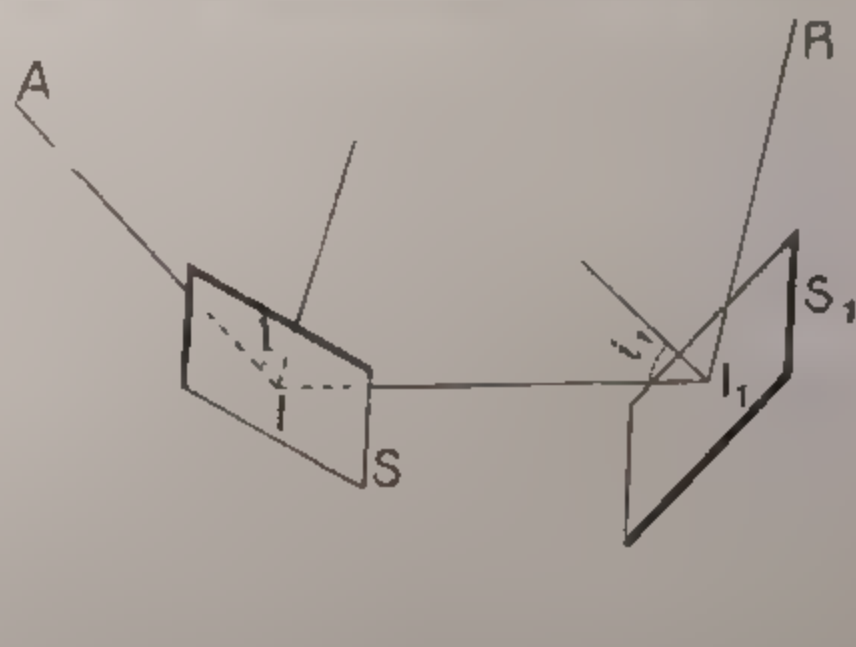



Fig. 355. Fig. 356.

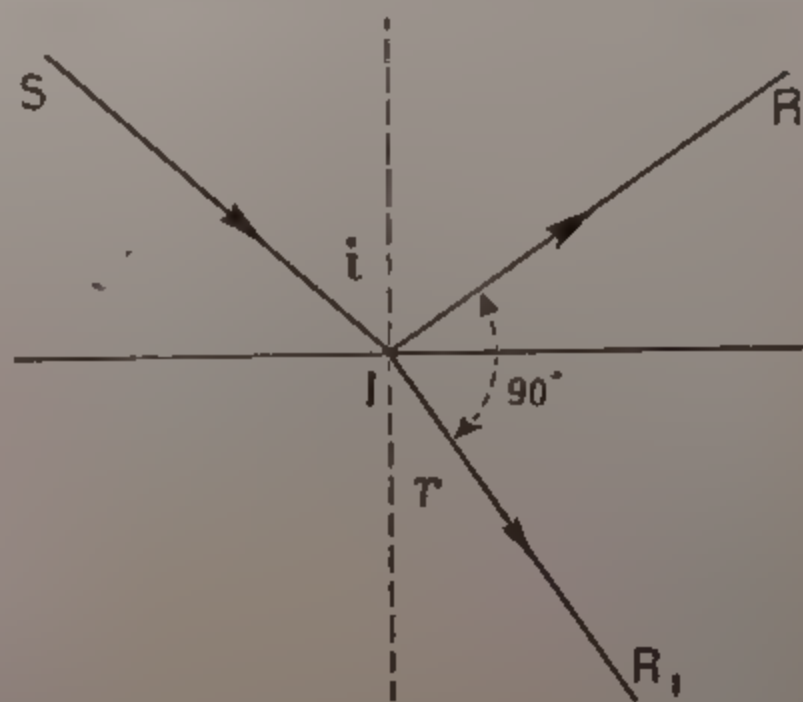
fascio riflesso I_1R *ha la massima intensità luminosa; se invece i due specchi sono incrociati in modo che i due piani d'incidenza siano tra loro perpendicolari* (Fig. 356), *allora il fascio riflesso* I_1R *ha un'intensità minima*; che può essere anche nulla se gli specchi sono formati di lastre di vetro nero, e se i due angoli di incidenza i ed i_1 sono di 54° 35′.

Fig. 357.

La luce II_1 riflessa dallo specchio S si dice **polarizzata** nel piano d'incidenza, e questo si chiama **il piano di polarizzazione.** Tutti i corpi possono polarizzare la luce per riflessione; ma più o meno completamente e per diversi valori dell'angolo d'incidenza i. Il marmo nero, p. es., polarizza completamente la luce; il diamante, il vetro ordinario, ecc., solo parzialmente; i metalli in minimo grado.

Si chiama **angolo di polarizzazione** di una sostanza, l'angolo d'incidenza i per il quale il raggio riflesso è polarizzato al massimo. Pel vetro, come si è detto, esso è di 54° 35′; per l'acqua è di 52° 45′; per il diamante di 68°; ecc.

Qualunque sia la sostanza, l'angolo di polarizzazione è determinato in generale dalla seguente legge:

Legge di Brewster (1): *La polarizzazione della luce per riflessione sulla superficie di un corpo trasparente è massima, allorchè il raggio riflesso* IR *e il raggio rifratto* IR_1 *sono tra loro perpendicolari,* (Fig. 357).

280. **Come si spiega la polarizzazione.** — I fenomeni di interferenza e di diffrazione, come abbiamo visto, non possono spiegarsi che con l'ipotesi ondulatoria della luce. Ma nulla essi dicono sul modo di vibrare dell'etere nel trasmettere il moto vibratorio; cioè essi si spiegano tanto se si

(1) Brewster David; n. a Jedburgh, in Scozia, nel 1781; m. ad Allerby nel 1868.

ammette che le vibrazioni si compiano nella direzione stessa del raggio luminoso, come avviene per le onde sonore nell'aria (vibrazioni longitudinali), quanto se si ammette che le vibrazioni avvengano in direzione perpendicolare al raggio di propagazione, come per le onde liquide che si formano alla superficie dell'acqua (vibrazioni trasversali). I fenomeni di polarizzazione invece si spiegano solo ammettendo che le vibrazioni siano trasversali. Infatti, se le vibrazioni fossero longitudinali, un raggio luminoso dovrebbe avere le stesse proprietà in qualunque piano passante per esso; e non potrebbe più spiegarsi il diverso comportamento della luce polarizzata rispetto al piano di polarizzazione o ad un piano a questo perpendicolare.

Queste differenze possono solo spiegarsi ammettendo, che in un raggio di luce ordinaria le vibrazioni dei punti dell'etere avvengano in tutte le direzioni in ogni piano perpendicolare al raggio; mentre in un raggio di luce polarizzata le vibrazioni si riducono a quelle esistenti in un solo piano contenente il raggio, e precisamente in un piano perpendicolare a quello di polarizzazione.

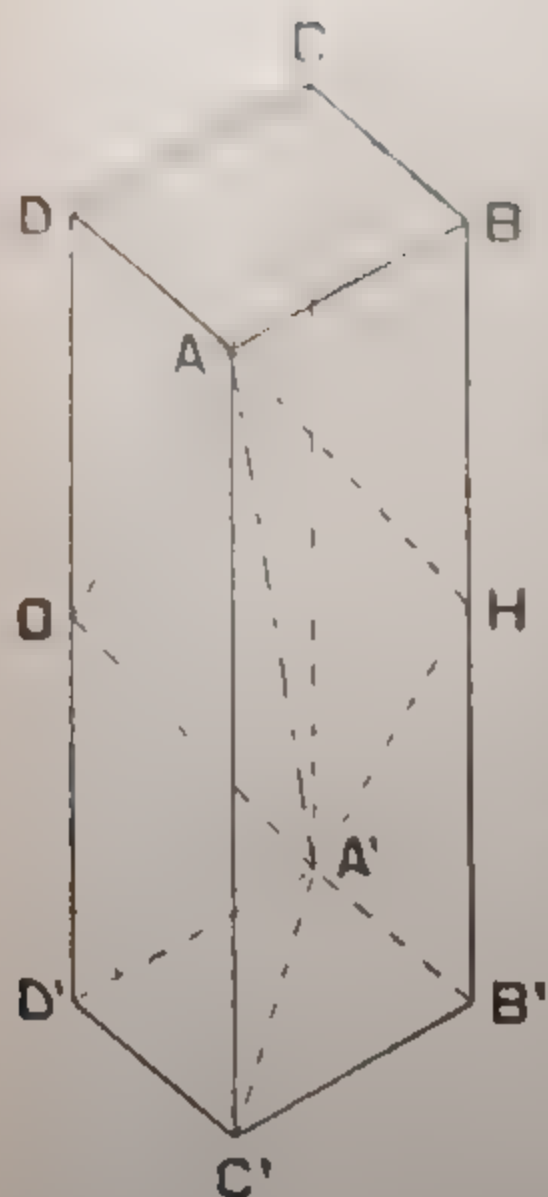
In altre parole, uno specchio riflette solo i moti vibratori che avvengono perpendicolarmente al piano d'incidenza, ed estingue gli altri. Se quindi i piani d'incidenza dei due specchi coincidono (1° caso), i moti vibratori trasmessi dal primo specchio, sono proprio quelli che è capace di riflettere il secondo specchio, ed il fascio riflesso I_1R ha il massimo d'intensità. Se invece gli specchi sono incrociati (2° caso), i moti vibratori trasmessi dal primo specchio sono in un piano perpendicolare a quello in cui il secondo specchio potrebbe rifletterli, ed il fascio riflesso I_1R è estinto.

281. **Polarizzazione per rifrazione.** — Se un raggio di luce non polarizzata cade sopra una lastra di vetro sotto l'angolo di polarizzazione, non è riflesso che in parte; in parte si rifrange attraversando la lastra, ed *il raggio rifratto è pure esso polarizzato, ma in un piano perpendicolare al piano di incidenza*, e quindi perpendicolare al piano di polarizzazione del raggio riflesso.

Arago ha osservato che il fascio riflesso ed il fascio rifratto contengono eguale quantità di luce polarizzata, e che l'insieme di questi due fasci costituisce la luce naturale. Si può considerare cioè la luce ordinaria come costituita di due fasci eguali, polarizzati ad angolo retto.

Siccome una sola lastra di vetro non polarizza completamente la luce, si usa frequentemente, per ottenere luce polarizzata, *una pila di lamine di vetro* sovrapposte. La luce si polarizza anche per doppia rifrazione, quando attraversa una sostanza birifrangente, ad es., un cristallo di spato d'Islanda. Tanto il raggio ordinario che quello straordinario sono polarizzati, ma *in piani perpendicolari*.

282. **Polariscopio - Prisma di Nicol.** — Si chiama *polariscopio* od *analizzatore* uno strumento che serve a riconoscere se la luce è polarizzata ed in che piano. L'analizzatore più adoperato è il **prisma di Nicol** (1), chiamato più semplicemente il **nicol**. Esso è costituito da un romboedro di spato d'Islanda, tagliato in due parti con un piano $AOA'H$ (Fig. 358) passante per i vertici A ed A' dei due triedri a facce ottuse e perpendicolare al piano diagonale $ACA'C'$; quest'ultimo parallelogrammo si chiama la sezione

(1) Nicol James; n. a Tourquair nel 1810, m. ad Aberdeen nel 1879.

· Fig. 358.

principale del prisma. Le due metà si incollano nuovamente con balsamo del Canadà. Il nicol in sezione è rappresentato dalla Fig. 359.

Un raggio di luce SI entrando in I nel prisma si rifrange e si sdoppia; il raggio ordinario ID più deviato, cade in D con un angolo d'incidenza maggiore dell'angolo limite e si riflette totalmente (§ 211) secondo DEF; ed è così eliminato.

Il raggio straordinario IC invece prosegue secondo CI' ed esce nella direzione $I'R$; è questo il raggio utilizzato, *polarizzato completamente in un piano perpendicolare alla sezione principale.*

Se un secondo nicol P_2 riceve i raggi che hanno attraversato un primo nicol P_1, attraverso P_2 si vedrà luce se i due prismi hanno le sezioni principali parallele; si estinguerà invece la luce se i due prismi hanno le sezioni principali perpendicolari; cioè sono, come si dice, *incrociati.* Il primo nicol si chiama **polarizzatore**, il secondo **analizzatore.**

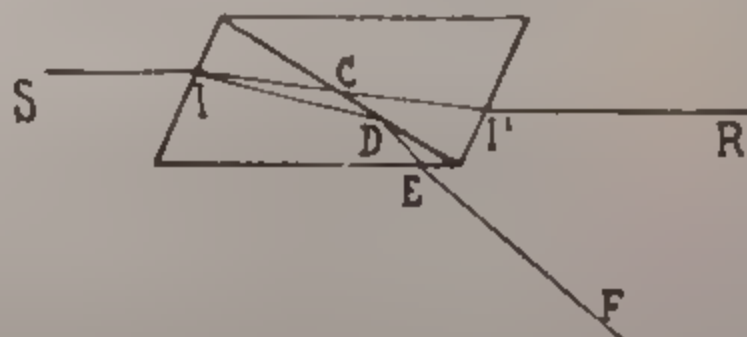



Fig. 359.

Un polariscopio semplice può formarsi con due' lamine di cristallo di *tormalina*, tagliate parallelamente all'asse del cristallo, ed incastrate ciascuna in un disco di ottone M. Questi due dischi, forati al centro ove è la tormalina, sono montati in anelli di metallo, formando una specie di pinza (Fig. 360), che si chiama appunto **pinzetta a tormaline.**

La tormalina è birifrangente; ma se la lamina è dello spessore di almeno 1 *mm*, non essendo ben trasparente, assorbe ed estingue interamente il raggio ordinario; mentre esce il raggio straordinario, che è polarizzato. Anche il raggio straordinario è però assorbito in parte; onde la luce che attraversa la tormalina appare colorata in verde.

Fig. 360.

I due dischi con le tormaline, ruotando, possono disporsi in modo che le tormaline siano o con gli assi paralleli o perpendicolari; nel secondo caso sono all'estinzione.

283. **Polarizzazione rotatoria.** — Se fra due nicol incrociati, cioè posti all'estinzione, si pone una lamina di quarzo tagliata perpendicolarmente all'asse di cristallizzazione, attraverso il secondo nicol si ritorna a veder la luce. Facendo ruotare il secondo nicol di un certo angolo, si ritorna nuovamente ad estinguere la luce. Quindi la lamina di quarzo ha fatto ruotare di un certo angolo il piano di polarizzazione del raggio trasmesso dal primo nicol. Munendo il secondo nicol di un cerchio graduato, si può misurare l'angolo di rotazione di detto piano di polarizzazione.

Il fenomeno si chiama polarizzazione rotatoria [illegible] scoperto da Arago[1]; l'angolo di rotazione dipende [illegible] sostanza e dal suo spessore; varia anche col colore della luce [illegible].

Si utilizza questo fenomeno come mezzo d[illegible] alcune sostanze. Così lo zucchero di canna sciolto nell'acqua, la soluzione alcoolica di canfora, l'acido tartarico, ecc., fanno ruotare nel senso positivo (cioè secondo le lancette dell'orologio) rispetto all'osservatore, il piano di polarizzazione; e si chiamano perciò **destrogire**. L'essenza di trementina, la gomma arabica, ecc., lo fanno ruotare invece nel senso negativo, e si chiamano **levogire**. Sostanze di eguale composizione chimica hanno diverso potere rotatorio, secondo la provenienza; così il glucosio (zucchero d'uva) è levogiro, mentre il saccarosio (zucchero di canna) è destrogiro.

Si costruiscono appunto strumenti fondati sui principî esposti, impiegati per l'analisi di alcune sostanze; essi si chiamano **polarimetri, saccarimetri,** ecc. I mineralogisti adoperano frequentemente le pinzette a tormaline per osservare e riconoscere alcuni cristalli.

284. **Polarizzazione cromatica.** — Anche i raggi polarizzati possono interferire. Se la luce attraversa un cristallo birifrangente, i due raggi dello sdoppiamento del raggio incidente non proseguono nel cristallo con la medesima velocità (§ 278). All'uscita essi quindi possono interferire.

L'osservazione si può fare ponendo tra le due branche della pinzetta a tormaline, un cristallo birifrangente; guardando con l'occhio attraverso le due tormaline si vedono figure come la Fig. 361 se il cristallo interposto è ad un asse; e come la Fig. 362 se è a due assi. Gli anelli sono di una tinta sola, se la luce impiegata è monocromatica; sono invece iridescenti con la luce bianca.

Fig. 361. Fig. 362.

Fenomeni analoghi presentano il vetro temperato, il vetro compresso, ecc.; essi sono compresi sotto il nome di **polarizzazione cromatica.**

285. Problemi sulla natura della luce.

Problemi da risolvere.

1. Calcolare la lunghezza d'onda dell'estremo rosso e dell'estremo violetto, nell'acqua e nel flint.
2. Sapendo che la lunghezza d'onda del giallo (medio) in un dato mezzo è 0,37 μ, calcolare l'indice di rifrazione relativo all'aria.
3. Riferendosi alla Fig. 345, calcolare la distanza dei due punti O' ed O'' perchè a *mm* 50 di distanza si formino le frange centrali distanti *mm* 2, per $\lambda = 0,50\ \mu$.

---

(1) Arago Francesco, fisico ed astronomo insigne; n. ad Estagel (Pirenei) nel 1786, m. a Parigi nel 1852.

Spettroscopia.

286. **Spettro puro.** — È di grande utilità lo studio delle radiazioni che compongono la luce composta di una data sorgente luminosa. Ciò si fa scomponendo detta luce per mezzo di un prisma, ed ottenendone il relativo **spettro luminoso** (§ 221).

Ora, se su un prisma P (Fig. 363) viene luce da un corpo luminoso esteso L, emergeranno nella direzione I_1R un raggio, ad es., giallo proveniente dalla

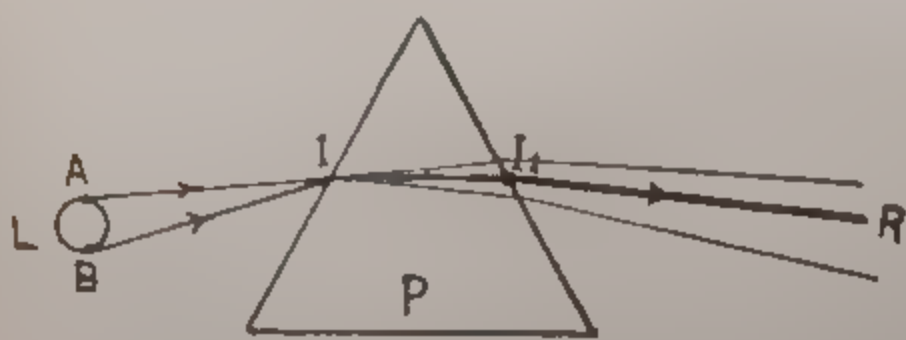
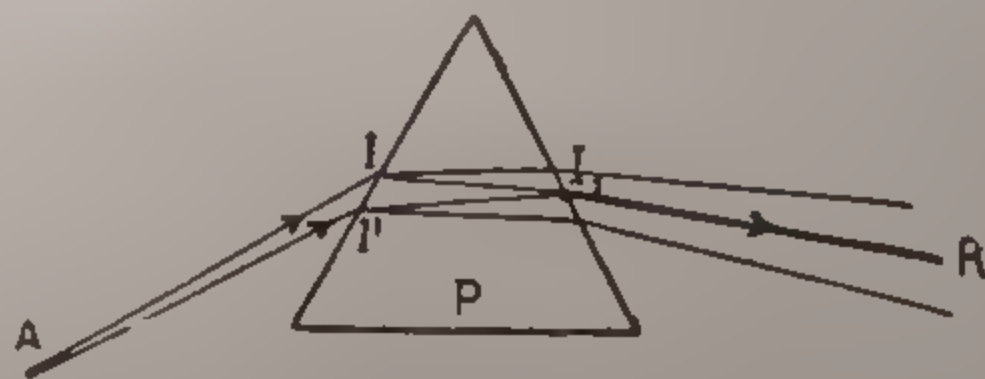



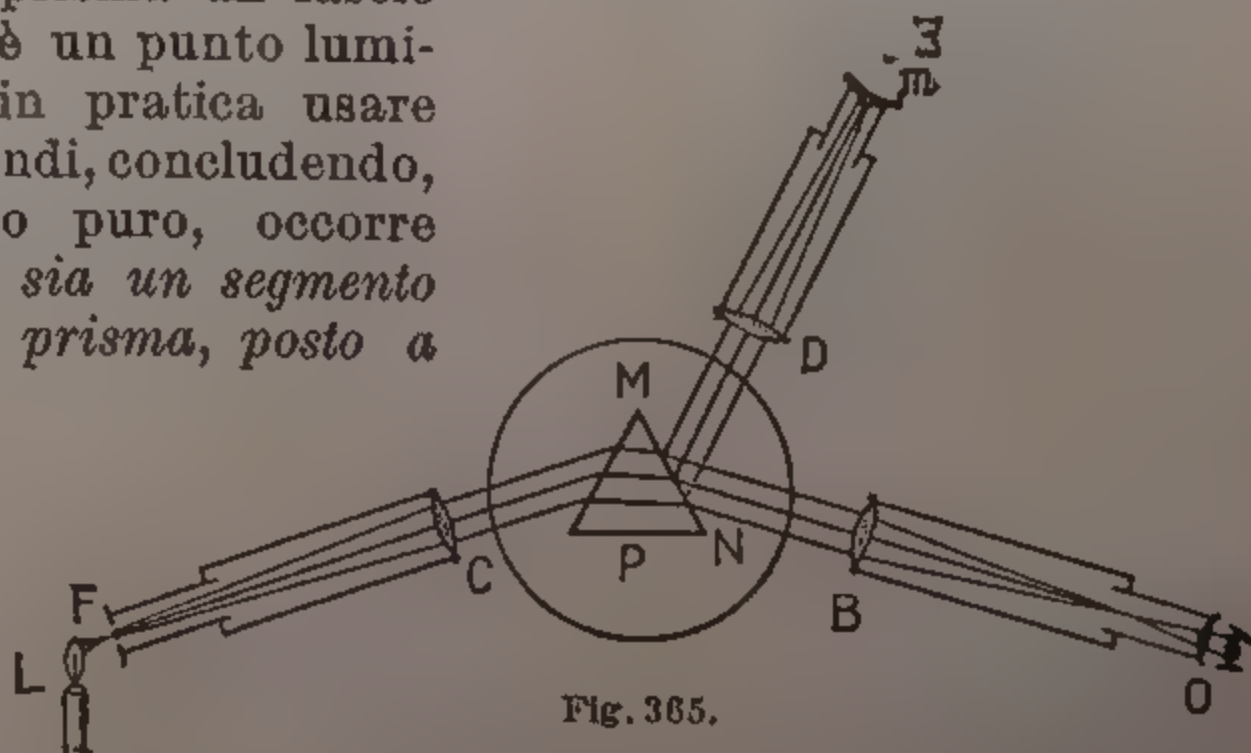
Fig. 363. Fig. 364.

scomposizione di AI, ed uno rosso proveniente da BI, ed I_1R risulterà composto e non monocromatico. Parimenti, se i raggi cadono sul prisma da un punto A a distanza finita (Fig. 364), usciranno ancora secondo I_1R un raggio, ad es., giallo proveniente da AI, ed uno rosso proveniente da AI'; ed I_1R sarà ancora di luce composta.

I varî raggi colorati emergenti dal prisma saranno distinti e separati uno dall'altro, cioè si avrà uno **spettro puro**, se il punto A è a distanza infinita; cioè se cade sul prisma un fascio di raggi paralleli. Anzichè un punto luminoso è più conveniente in pratica usare un segmento luminoso; quindi, concludendo, per ottenere uno spettro puro, occorre che: *la sorgente luminosa sia un segmento parallelo agli spigoli del prisma, posto a distanza infinita.*

287. **Spettroscopio.** — La condizione suddetta si ottiene praticamente con un apparecchio chiamato lo **spettroscopio.** Quello di

Fig. 365.

Bunsen è costituito da un tubo FC, detto **il collimatore,** chiuso ad un'estremità da un diaframma F a forma di fenditura strettissima, la cui larghezza si può variare manovrando una vite; essa si illumina con la sorgente luminosa L da esaminare, (Fig. 365). Questa fenditura è posta nel piano focale di una lente convergente C; i raggi provenienti da L arrivano alla lente come se provenissero dalla fenditura, cioè come se questa fosse un segmento luminoso; ed escono dalla lente secondo un fascio di raggi

paralleli (§ 228 N. 5); attraversato poi [illegible] devia e li scompone.

I raggi emergenti non si raccolgono [illegible], perchè lo spettro così osservato per diffusione dallo schermo, [illegible]; nè si raccolgono direttamente con l'occhio, perchè la [illegible] piccola non potrebbe contenerli tutti. Sono raccolti invece da un cannocchiale astronomico BO; guardando in O si osserva lo spettro fornito dal prisma.

Se la fenditura F è parallela agli spigoli del prisma, i raggi cadono su questo nelle condizioni volute per formare uno spettro puro.

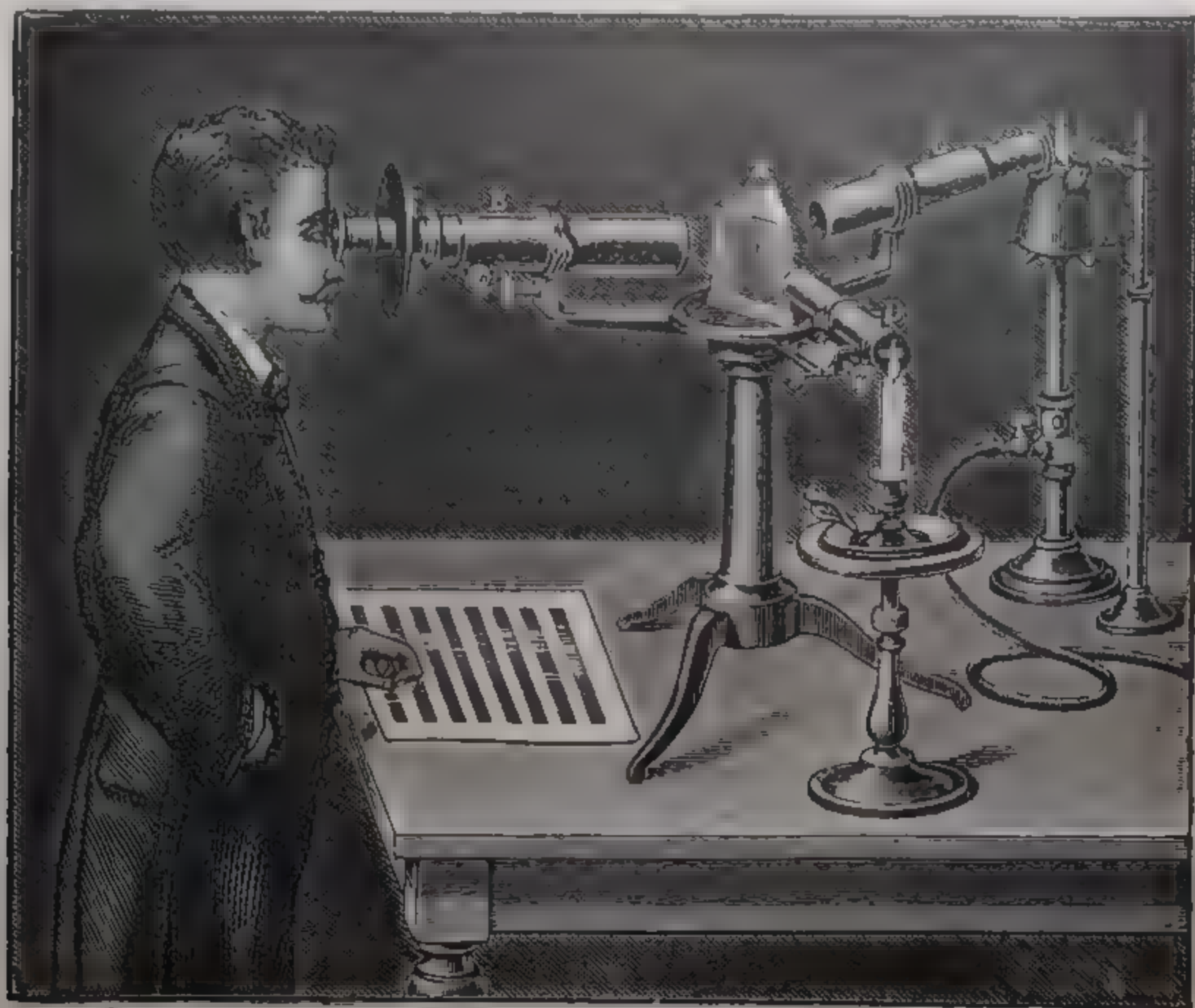



Fig. 366.

Per confrontare la posizione dei colori nei varî spettri, è necessario riferirli ad una graduazione; questa si ottiene per mezzo di una **scala micrometrica** m, formata da una divisione finissima (ad es., un centimetro diviso in 100 parti), su una lastrina di vetro, illuminata da una candela E, e situata nel piano focale di una lente convergente D; da questa esce anche ora un fascio di raggi paralleli, provenienti da m, che si riflettono sulla faccia MN del prisma, ed entrano anch'essi nel cannocchiale BO. Guardando in O si vede lo spettro fornito dal prisma, e sotto ad esso una divisione millimetrata, dovuta all'immagine ingrandita di m.

L'apparecchio in pratica è formato come si vede nella Fig. 366; C è il collimatore, avanti a cui è posta la fiamma da esaminare; D è il micrometro, B il cannocchiale per l'osservazione; tutti e tre possono ruotare attorno ad un asse verticale passante per i centri delle basi del prisma A.

288. **Spettri di emissione.** Gli spettri osservati mettendo avanti alla fenditura dello spettroscopio le varie sorgenti luminose, si chiamano gli spettri di emissione di tali sorgenti. Essi sono di due categorie:

1. **Spettri continui**, nei quali i colori si succedono senza interruzione visibile, cioè senza spazi oscuri intercalati fra di essi.

Dànno spettro continuo i solidi ed i liquidi incandescenti.

Le fiamme del gas, dell'acetilene, ecc., dànno spettro continuo, perchè la loro luce è dovuta a particelle di carbonio *solido* incandescente, derivante dalla scomposizione dell'idrocarburo che alimenta la fiamma; com'è noto, la presenza del carbonio libero è provata dal nero fumo che si deposita su un piatto freddo lambito dalla fiamma.

I vari spettri continui differiscono fra loro per la diversa intensità dei colori che li compongono.

2. **Spettri discontinui** sono quelli in cui i varî colori sono interrotti da spazi oscuri; *sono formati dai gas e dai vapori incandescenti.*

Nello spettro ottenuto coi gas e vapori incandescenti, la cui molecola è monoatomica, gli spazi oscuri occupano quasi tutto lo spettro, che è ridotto a poche righe brillanti di diverso colore, sottili, parallele, sparse qua e là nel campo dello spettro. La Fig. 199, (Tav. fuori testo a colori), mostra alcuni di questi spettri, che per la forma si dicono **spettri a righe**, (*spettro dell'atomo*).

I gas e i vapori, la cui molecola è poliatomica, forniscono invece uno spettro costituito da strisce luminose sfumate (**bande**), alternate con strisce oscure; in tal caso si chiama **spettro a colonnato**, (*spettro della molecola*).

Per ottenere lo spettro di emissione di un vapore, p. es., del vapore di sodio, si pone avanti la fenditura dello spettroscopio la fiamma di un becco Bunsen, che non dà luce; indi si pone nella fiamma un filo di platino piegato in cima ad occhiello, che sostiene qualche granello di sale da cucina. Il sale (*Na Cl*) col calore si scompone in sodio (*Na*) e cloro (*Cl*); il cloro, che è un gas, non dà sensibilmente luce, mentre il sodio illumina la fiamma di giallo, come si vede direttamente con l'occhio; guardando nello spettroscopio si vede comparire una riga brillante nel giallo (Fig. 199-2, tav. fuori testo a colori, alla quale è ridotto lo spettro di emissione del sodio [1].

Per ottenere lo spettro di emissione di un gas, si adopera un *tubo di Plücker* [2], formato da un tubo capillare *T* di vetro (Fig. 368), con due rigonfiamenti *A* e *B* alle estremità; a questi sono saldati due *elettrodi E - F* di platino. Nel tubo è racchiuso il gas da esaminare, rarefatto alla pressione di qualche millimetro di mercurio (Vol. 1° - § 246); sotto l'azione di una scarica elettrica (come studieremo meglio nel Vol. 3° - § 52), il tubo si illumina, specialmente nel tratto capillare, che si dispone avanti alla fenditura del collimatore dello spettroscopio. La luce prodotta dipende dalla qualità del gas racchiuso, e lo spettroscopio ne mostra lo spettro suo particolare.

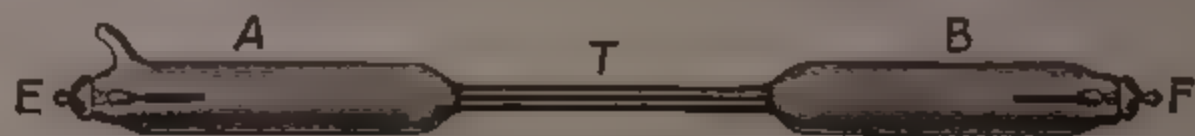



Fig. 368.

---

(1) La riga del sodio è in realtà formata da due righe molto vicine.
(2) Plucker Julius; n. ad Angers nel 1755, m. ivi nel 1826.

289. **Analisi spettrale.** — Il numero e la posizione delle righe nello spettro di emissione, varia da sostanza a sostanza; ogni elemento chimico ha pertanto un suo caratteristico spettro di emissione. La Fig. 199, tav. fuori testo a colori, mostra gli spettri di emissione del *sodio* (2) e dell'*idrogeno* (3).

Onde, dall'esame delle righe, si può riconoscere quale è la sostanza che le produce. Si ha in tal modo un mezzo di analisi chimica, la cui importanza sta principalmente nella sua estrema sensibilità. Basta infatti un centomilionesimo di milligrammo di sodio nella fiamma del becco Bunsen, per veder comparire nello spettroscopio la riga gialla caratteristica del sodio. Tanto che è quasi impossibile, che tale riga non si osservi in ogni caso; bastando che nella fiamma del becco Bunsen cada una particella di pulviscolo dell'aria, che contiene tracce di sodio, per vedere comparire la riga di questo elemento. È con l'analisi spettrale che sono state scoperte tutte le sostanze rarissime ora conosciute; ad es. il *tallio* da Crookes, l'*indio* da Richet, l'*elio* da Ramsay, ecc.

290. **Analisi degli astri.** — Concentrando con una lente sulla fenditura dello spettroscopio i raggi provenienti da un astro, se ne analizza la luce emanata; ciò può fornire il mezzo di riconoscere le sostanze di cui esso è formato. Così si può assicurare che alcuni dei corpi a noi ben noti, come ad es., il magnesio ed il ferro, fanno parte di molte stelle del firmamento.

Esaminando la luce delle nebulose, si è riscontrato che alcune di esse dànno uno spettro continuo: ciò prova che sono ammassi di corpi solidi incandescenti, cioè di stelle che forniscono luce come un corpo unico esteso luminoso, per la loro vicinanza. Altre dànno uno spettro discontinuo, cioè sono dei vapori incandescenti, fra cui specialmente l'idrogeno, l'elio, ed un gas a noi ignoto, che fu chiamato *nebulium*.

Così, l'esame della luce emanata dalle protuberanze che si osservano sul Sole durante un'eclissi totale, ci mostra distintissime le righe dell'idrogeno; onde possiamo asserire che quelle protuberanze (Vol. 1° - 174), non sono che enormi fiammate di idrogeno. Si è pure provata l'esistenza sul Sole di un elemento, chiamato *coronio*, che non è stato scoperto sulla Terra.

Lo spettroscopio ci permette di risolvere un altro elegante problema dell'astronomia. Com'è noto, le stelle ci sembrano *fisse* nel cielo, per la loro enorme distanza; mentre esse in realtà, come il nostro Sole, si muovono nello spazio. Ora, in qualche caso, è possibile decidere se una stella si allontana o si avvicina alla Terra, e con quale velocità. Per comprendere come ciò possa avvenire, riferiamoci ad un'analogia dei suoni.

Se, essendo noi fermi vicino ad una strada ferrata, ci passa avanti un treno che fischia, osserviamo nettamente un cambiamento nel tono del fischio; che è più acuto quando la locomotiva si avvicina a noi, e diventa più grave appena essa è passata. Questo fatto, che si chiama il principio di Döppler[1], si è spiegato nel § 149; quando la locomotiva si avvicina a noi, la velocità del suono si somma con quella del treno, per cui al nostro orecchio arriva in ciascun minuto secondo un maggior numero di onde sonore, e percepiamo un suono più acuto. Quando la locomotiva si allontana, diminuisce il numero delle onde che arrivano ad ogni secondo all'orecchio, e il suono si percepisce più basso.

(1) Döppler Christian, fisico dell'Università di Vienna; n. a Salzburg nel 1803, m. a Venezia nel 1853.

Tra le [illegible] luce, [illegible] che se un corpo luminoso (una stella [illegible] deve aumentare la frequenza delle onde luminose [illegible] cioè vedremo spostate di qualche frazione d[illegible] le righe dello spettro di tale stella; se essa invece [illegible] Terra, le righe si vedranno spostate verso il rosso. Dall[illegible] spostamento, si può calcolare la velocità con cui si muove [illegible] dello spostamento della riga F (§ 292) dello spettro di Sirio, si è potuto calcolare che questa stella si allontana dal Sole con la velocità di 47 *km* al secondo.

Questi cenni ci dànno un'idea del modo con cui riusciamo a rispondere a tanti quesiti dell'astronomia sull'essenza dei varî mondi; onde vediamo come sia la stessa luce, che ci arriva dopo secoli dagli astri immensamente lontani, che ci rivela i segreti della loro costituzione.

291. **Spettri di assorbimento.** — Poniamo avanti alla fenditura dello spettroscopio una sorgente luminosa che dia uno spettro continuo; poi interponiamo fra la sorgente e la fenditura una sostanza trasparente. Poichè nessuna sostanza è perfettamente trasparente, la sostanza interposta *assorbe* parte della luce emessa dalla sorgente. Ma tale assorbimento non è complessivo per tutti i colori della sorgente, il che si tradurrebbe in un'oscuramento di tutto lo spettro della sorgente; ma è *selettivo*, cioè vengono assorbiti solo alcuni dei colori e gli altri no. Pertanto nello spettro della sorgente si vedranno comparire qua e là alcune righe o bande oscure, in corrispondenza dei colori assorbiti; l'insieme di tali righe e bande, costituisce lo **spettro di assorbimento** della sostanza interposta tra la sorgente e la fenditura.

Anche lo spettro di assorbimento varia da sostanza a sostanza, come mostrano gli ultimi esempi della Fig. 199, (Tav. fuori testo a colori): *clorofilla* (4), *anidride nitrosa-nitrica* (5). L'esame di questi spettri può fornire anch'esso un metodo di analisi chimica, pure sensibilissima. L'importanza di questo nuovo metodo di analisi sta nel fatto che la sostanza adoperata può essere a temperatura ordinaria. Abbiamo così il mezzo di esaminare i corpi composti; mentre con lo spettro di emissione, dovendo scomporre la sostanza esaminata, come si è detto, si ha principalmente l'analisi dei corpi semplici.

Così, ad es., lo spettro di assorbimento del sangue è caratteristico e non confondibile con quello di qualunque altra sostanza rossa; onde basta l'analisi di una goccia di liquido, ottenuta magari umettando una macchia sospetta su una stoffa, per decidere se è di sangue o di altra sostanza.

L'esperienza ha inoltre dimostrato che esiste una coincidenza di posizione tra le righe oscure di assorbimento dello spettro di un aeriforme e le righe brillanti che lo stesso corpo fornisce, allorchè portato all'incandescenza dà uno spettro di emissione. Ciò si esprime dicendo, che per la stessa sostanza lo spettro di assorbimento è l'inverso di quello di emissione; e si enuncia il seguente principio, detto **principio di Kirchhoff** (1), per l'inversione dello spettro:

Un vapore o un gas incandescente emette quelle radiazioni ch'esso è capace di assorbire, quando funziona come mezzo assorbente, a temperatura inferiore di quella della sorgente luminosa, che produce uno spettro continuo.

(1) Kirchhoff Gustav Robert, fisico tedesco; n. a Konigsberg nel 1824, m. a Berlino nel 1887.

292. Spettro del Sole - Righe di Fraunhofer. — Se sulla fenditura dello spettroscopio si fa cadere la luce del sole, lo spettro ottenuto è quello solare. Si osserva che esso è solcato trasversalmente da molte righe oscure, scoperte la prima volta da Wollaston nel 1802, ma studiate meglio da Fraunhofer [1] nel 1816, e che si chiamano perciò col nome di questi (Fig. 199-1, tav. fuori testo a colori). Il Fraunhofer designò le otto più importanti con le prime lettere dell'alfabeto; la riga A è nel rosso, la D nel giallo, la H nel violetto. La seguente Tabella indica le lunghezze d'onda corrispondenti alle varie righe di Fraunhofer:

	A	B	C	D	E	F	G	H	
$\lambda =$	0,760	0,687	0,656	0,589	0,527	0,486	0,431	0,396	μ

Più tardi, con migliori mezzi di dispersione, si contarono parecchie migliaia di tali righe [2]; la riga D si trova nella stessa posizione in cui si forma la riga gialla del sodio.

Poichè si ritiene che il Sole sia un liquido incandescente, esso deve fornire uno spettro continuo; l'esistenza di queste righe oscure deve adunque spiegarsi con l'assorbimento dei colori corrispondenti, dovuto a sostanze interposte fra il nucleo incandescente del Sole (*fotosfera*) e lo spettroscopio.

Tali sostanze sono o sul Sole, e costituiscono l'atmosfera solare (*cromosfera*), o nell'atmosfera terrestre.

Esaminando le righe di Fraunhofer a livello del mare e poi su un'alta montagna, alcune di esse spariscono o si affievoliscono; esse sono certamente dovute all'assorbimento dell'atmosfera terrestre, e si chiamano appunto **righe telluriche**. Le altre che rimangono sono dovute specialmente all'assorbimento dell'atmosfera solare. E poichè formano uno spettro di assorbimento, dal loro esame si può dedurre quali sono le sostanze che allo stato di vapore sono contenute sul Sole. Così si può asserire che sul Sole esiste il *ferro* (a cui sono dovute le righe E e G), il *sodio* (per la riga D), il *calcio* (per le righe H), il *magnesio* (per la riga B), l'*ossigeno*, ecc.; e si è riscontrata pure l'esistenza dell'*elio*, gas rarissimo nell'atmosfera terrestre, ma abbondante sul Sole, a cui deve appunto il suo nome.

Esaminando la luce dei pianeti si osserva uno spettro eguale a quello solare; ma in qualche caso si vedono comparire alcune righe oscure in più (come in Marte e in Giove), dovute ad altri gas, specialmente a vapore d'acqua, esistenti su tali pianeti. Tali righe non si vedono nello spettro della Luna; ciò conferma l'ipotesi che essa sia sprovvista di atmosfera.

Questi risultati sulla costituzione dell'Universo sono davvero meravigliosi; si può affermare che la scoperta dell'analisi spettrale ha completamente rinnovata la scienza; e la sua influenza sulla filosofia naturale non ha importanza minore di quanto ebbero a suo tempo le maggiori scoperte di Keplero e di Newton. Errava Augusto Comte, il patriarca del Positivismo, allorchè nel 1852 affermava l'impossibilità di riconoscere la composizione chimica degli astri e giudicava *vani e oziosi* i tentativi a ciò rivolti.

---

(1) Fraunhofer Joseph, fisico a Monaco; n. a Straubing nel 1787, m. a Monaco nel 1826.
(2) Per mezzo dello spettroscopio dell'Osservatorio astronomico di Monte Wilson (Vol. 1° - § 161), è possibile ottenere spettri lunghi 20 m, con più di 20000 righe.

[illegible]. **Raggi luminosi, calorifici, chimici.** — I raggi luminosi nello spettro solare si estendono, come si è detto, dal rosso al violetto, con un massimo di intensità nel giallo, che è la parte più luminosa dello spettro.

Ma non sono questi soltanto le radiazioni che ci pervengono dal Sole. Se si fa scorrere lungo lo spettro solare un termometro sensibilissimo, ad es., una *pila termoelettrica* (Vol. 3° - § 187), o un *bolometro* (Vol. 3° - § 161), esso ci accusa un effetto calorifico presso a poco insensibile nel violetto; la temperatura aumenta man mano che si procede verso il rosso; *ma la temperatura cresce ancora nello spazio oscuro oltre il rosso*, dove l'occhio non vede più nulla: indi, dopo aver raggiunto un massimo torna a diminuire, finchè non si ha più indizio di calore ad una certa distanza dal rosso.

Esistono dunque dei **raggi calorifici oscuri**, che si chiamano anche **infrarossi**: se tali radiazioni sono avanti il rosso, vuol dire che sono le meno deviate dal prisma, cioè di una lunghezza d'onda maggiore di 0,76 μ (§ 270) e di un numero di vibrazioni minore di 400 trilioni al minuto secondo.

Su una retta orizzontale XP (Fig. 369), di cui AP rappresenta lo spettro luminoso (in A il rosso e in P l'azzurro) eleviamo nei varî punti dei segmenti ad essa perpendicolari, di lunghezza proporzionale alla temperatura in quel punto constatata; otterremo la curva ivi rappresentata, che mostra la distribuzione del calore nello spettro. Cominciando dall'azzurro la curva si eleva da principio lentamente; vicino al rosso sale più veloce, e s'innalza ancora oltre il rosso A, fino a raggiungere un massimo in M; indi scende prima rapidamente, poi lentamente, fino ad X ove non c'è più calore. L'energia calorifica totale oltre il rosso, rappresentata dalla parte tratteggiata in bianco, è quasi 8 volte quella della parte luminosa, a destra di A. Il calore che ci viene dal Sole è pertanto in massima parte oscuro.

Fig. 369.

Si riscontra infine anche nello spettro dell'ultrarosso l'esistenza di righe di assorbimento, prive di calore, analoghe alle righe di Fraunhofer. Sebbene invisibili, questi raggi calorifici oscuri seguono pertanto tutte le leggi e tutti i fenomeni riscontrati per quelli luminosi, compresi quelli d'interferenza e di polarizzazione.

Se raccogliamo lo spettro solare su una lastra fotografica, difesa da ogni altra luce, essa non rimane annerita in corrispondenza del rosso; comincia ad impressionarsi sul giallo, e l'annerimento si accentua sempre più fino al violetto; ma prosegue oltre a questo colore, là dove l'occhio non vede più nulla; dopo aver raggiunto un massimo, si affievolisce fino a un certo punto in cui la lastra non è più impressionata.

Poichè l'annerimento della lastra fotografica è un fenomeno chimico,

deduciamo che esistono dei raggi chimici, dei quali quelli oltre il violetto non sono visibili, e sono detti ultravioletti. Tali raggi sono i più deviati dal prisma, cioè di una lunghezza d'onda minore di 0,39 μ e di un numero di vibrazioni maggiore di 800 trilioni al minuto secondo. Anche in questo spettro chimico si ritrovano delle righe di assorbimento analoghe alle righe di Fraunhofer (1).

I raggi ultravioletti hanno avuto oggi molte applicazioni industriali e terapeutiche. Essi esercitano una forte azione antibacterica, e si adoperano perciò per la sterilizzazione delle acque. Hanno azione vivificante sul nostro organismo, come mostra l'abbronzamento della pelle sotto i raggi del Sole, e l'arrossamento degli occhi in alta montagna. Su tale azione si basa l'**elioterapia.** Oltre che dal Sole, i raggi ultravioletti possono generarsi artificialmente con opportune *lampade a vapori di mercurio* (Vol. 3° - § 181).

L'insieme di tali tre specie di radiazioni (calorifiche, luminose, chimiche) costituisce l'**energia raggiante del Sole.**

Esistono altre specie di radiazioni? Vedremo in seguito (Vol. 3° - § 232), che l'elettricità si può propagare per onde eteree come quelle della luce; oggi si è riusciti a produrre onde elettriche di lunghezza compresa fra qualche chilometro e qualche millimetro; cioè corrispondenti a un numero di vibrazioni compreso fra un centinaio di migliaia e un centinaio di bilioni al minuto secondo. Fra questo ultimo numero, e quello di qualche trilione spettante ai primi raggi infrarossi, che radiazioni vi saranno? Probabilmente si passerà con continuità dai raggi elettrici a quelli calorifici, e la lacuna apparirebbe colmata dagli studi di Arcadiewa (1925); ma potrebbero esservi altre radiazioni ora non note.

Come vi sono altre radiazioni, alcune note altre ancora ignote, dopo quelle dell'ultravioletto; (ad es. i raggi X; i raggi γ; i raggi Millikan, che studieremo in *Elettricità*). Onde, non tutte le energie dell'Universo sono ora conosciute; e la Scienza forse scoprirà altre energie, di cui ora qualcuna si intravede, e che saprà un giorno sfruttare per il benessere dell'umanità.

294. **Colore dei corpi.** — Un corpo trasparente, che si lasci attraversare da tutte le radiazioni, è *incolore*; se ne assorbe alcune, appare colorato della luce risultante dall'insieme dei colori che lo attraversano. Così un vetro rosso ci appare tale, perchè assorbe tutti i raggi che riceve tranne i rossi, che lo attraversano ed arrivano al nostro occhio. Onde se sovrapponiamo due vetri, uno rosso e l'altro verde, formano insieme un corpo opaco; infatti il primo vetro lascia passare solo il rosso che non può attraversare il vetro verde, opaco per tale colore.

Analogamente avviene per la diffusione della luce; un pezzo di carta rossa ci appare tale, perchè dei raggi che riceve rimanda al nostro occhio solo i rossi, ed assorbe tutti gli altri. Naturalmente i colori percepiti sono quasi sempre colori composti di più altri; così se vediamo un corpo verde può significare tanto che rimandi al nostro occhio i raggi verdi, quanto che rifletta i raggi gialli o azzurri, che insieme dànno la sensazione del verde.

---

(1) Anzichè con la fotografia, a lezione si può dimostrare l'esistenza di questi raggi ultravioletti, raccogliendo lo spettro solare su uno *schermo di platino cianuro di bario* (§ 209), il quale s'illumina oltre il violetto per un gran tratto, sotto l'azione di tali raggi.

Il nero non è un colore, [illegible]nza di ogni colore. Si vede un corpo nero, [illegible] della luce che riceve (§ 185).

La *colorazione azzurra del cielo* [illegible] in parte ad assorbimento ed in parte a diffusione della luce. Se l'aria fosse perfettamente trasparente e priva di pulviscolo, il cielo apparirebbe nero, ed è infatti di un azzurro tanto più cupo, tendente al nero, quanto più si sale in alta montagna. La colorazione azzurra dipende in parte dall'assorbimento dei raggi meno rifrangibili, dovuto specialmente all'ossigeno dell'atmosfera; si ricordi (§ 86) il colore azzurro dell'aria liquida. Ma interviene con l'assorbimento, la diffusione della luce per causa delle particelle di pulviscolo e di minutissime goccioline di umidità, sospese nell'aria. Per la piccolezza di tali particelle, i raggi di maggiore lunghezza d'onda (verso il rosso) provenienti dalla terra illuminata dal sole, contornano queste particelle e proseguono oltre verso l'alto; mentre i raggi di minore lunghezza d'onda (verso l'azzurro) sono riflessi dalle particelle verso il basso (vedasi l'analogia riportata al § 275), e producono la colorazione azzurra. Per la stessa ragione, il cielo all'orizzonte al tramonto o all'aurora, dalla parte del Sole, appare aranciato; perchè allora arrivano all'occhio i raggi del Sole trasmessi e non riflessi, cioè prevalentemente quelli verso il rosso.

295. **Colori complementari.** — La luce bianca, oltre che con la riunione di tutti i colori dello spettro solare, può ottenersi con l'unione di due soli colori; ad es. il *rosso* ed il *verde*. Due colori la cui somma sia la luce bianca, si chiamano **colori complementari.**

Per sommare il rosso ed il verde, non si devono prendere un vetro rosso ed uno verde e sovrapporli; con ciò si ha la differenza e non la somma dei due colori; infatti, come si è detto avanti, in tal modo non passa più luce dai due vetri. Ma si deve, ad es., accendere contemporaneamente in una stanza una lampada circondata da un vetro rosso, ed un'altra circondata da un vetro verde: la stanza sarà illuminata di luce bianca. Così avviene, ad es., in alcune sale di spettacoli, illuminate con *tubi al neon* (Vol. III, § 52), alcuni di luce rossa ed altri di luce verde; la sala appare illuminata di luce bianca.

Si può ottenere la somma di due colori complementari, per mezzo del disco di Newton, descritto nel § 221. Facendo uso di un disco di cartone dipinto in settori alternativamente rossi e verdi, e facendolo ruotare rapidamente, esso apparirà di colore bianco uniforme.

Altre coppie di colori complementari sono: l'*aranciato* e l'*azzurro*, il *giallo* e l'*indaco*, ecc.

296. Problemi sulla spettroscopia.

Problemi da risolvere.

1. In uno spettroscopio si ottengono le righe A e H di Fraunhofer alla distanza di *mm* 180. Calcolare la posizione delle altre sei righe, (vedi § 292; si supponga la distanza tra due righe proporzionale alla differenza di lunghezza d'onda).

2. Calcolare lo spostamento della riga F a causa del movimento della stella Sirio di cui al § 290, supponendo che nello spettro osservato le righe F e G appaiano distanti *mm* 15.

Assorbimento dell'energia raggiante.

297. **Calorescenza.** In questo Capitolo daremo un breve cenno dei fenomeni dipendenti dall'assorbimento delle varie specie di radiazioni.

Un corpo, assorbendo raggi calorifici oscuri, può riscaldarsi tanto da diventare incandescente, e quindi luminoso. Tale fenomeno si dice **calorescenza**; esso è la trasformazione dei raggi calorifici in luminosi.

298. **Fosforescenza.** — Vi sono corpi che esposti per qualche tempo al sole e poi portati all'oscuro, emettono luce, che può essere di tinta diversa da un corpo all'altro; tale fenomeno si chiama **fosforescenza.** Così, p. es., sono fosforescenti il *solfuro stronzico*, il *cloruro di zinco*, ecc.

Il tempo per cui dura la fosforescenza varia da corpo a corpo e può durare da frazione di secondo a qualche ora. La tinta della luce emessa dipende non solamente dalla qualità della sostanza, ma anche dalla temperatura di essa. Così, per il solfuro stronzico il colore della luce emessa varia dal violetto all'aranciato, passando per tutte le gradazioni intermedie dello spettro, man mano che tale sostanza si riscalda da 20° a 200°.

La fosforescenza è provocata dai raggi chimici, ed è una trasformazione di tali raggi in luminosi. Infatti, le sorgenti luminose povere di raggi violetti come le fiamme, agiscono debolmente; invece la luce dell'arco voltaico, e quella del magnesio, molto ricche di raggi ultravioletti, sono molto atte a destare fosforescenza viva e durevole. Ma una prova più diretta si ha facendo cadere lo spettro del sole su un cartone spalmato di una sostanza fosforescente; si vedrà questa illuminarsi specialmente nella regione del violetto, *ed anche al di là del violetto.*

Il calore non provoca la fosforescenza, ma la intensifica ed accelera; cioè un corpo fosforescente riscaldato emana luce più viva, ma per minor tempo.

299. **Fluorescenza.** — Alcuni corpi sono fosforescenti solo durante il tempo in cui sono esposti alla luce; essendo la luce emessa diversa da quella che ricevono, ne deriva un cambiamento di tinta specialmente alla superficie; onde queste sostanze sembrano per diffusione, di colore diverso che viste per trasparenza. Così si comportano, ad es., soluzioni di *fluorescina*, di *solfato di chinino*, di *clorofilla*, ecc; e un po' anche il *petrolio*.

Fig. 370.

Questo fenomeno si chiama fluorescenza, [illegible] è dovuto all'assorbimento dei raggi più ultravioletti, [illegible] solo alla superficie, perchè i raggi che lo provocano sono [illegible] di sostanza che attraversano; i raggi che penetrano oltre nelle sostanze, non sono quindi più capaci di provocare la fluorescenza. Così, se si pongono uno dentro l'altro due recipienti di vetro AB ed EF contenenti un liquido fluorescente (Fig. 370), questo presenta la fluorescenza alla superficie AB e nella parte di EF che è fuori di AB; ma non vi è fluorescenza nella parte immersa di EF. Per questo la fluorescenza va anche sotto il nome di **diffusione superficiale**.

I fenomeni di fosforescenza e di fluorescenza vanno anche sotto il nome di **luminescenza**.

Fig. 371.

300. La fotografia. — Con la **fotografia** si riproducono e si fissano automaticamente le immagini degli oggetti. L'inventore della fotografia è il francese Daguerre(1) (1839); ma il procedimento odierno è molto cambiato da allora.

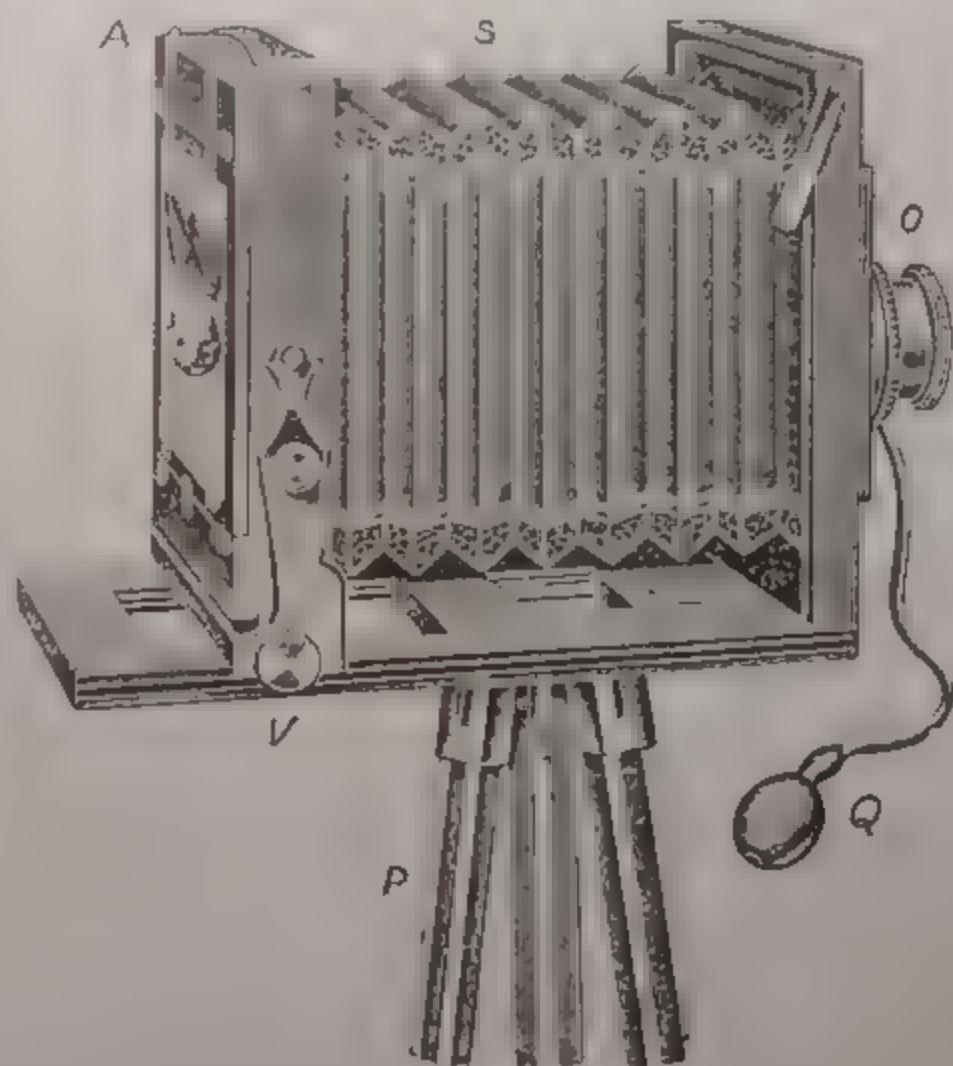
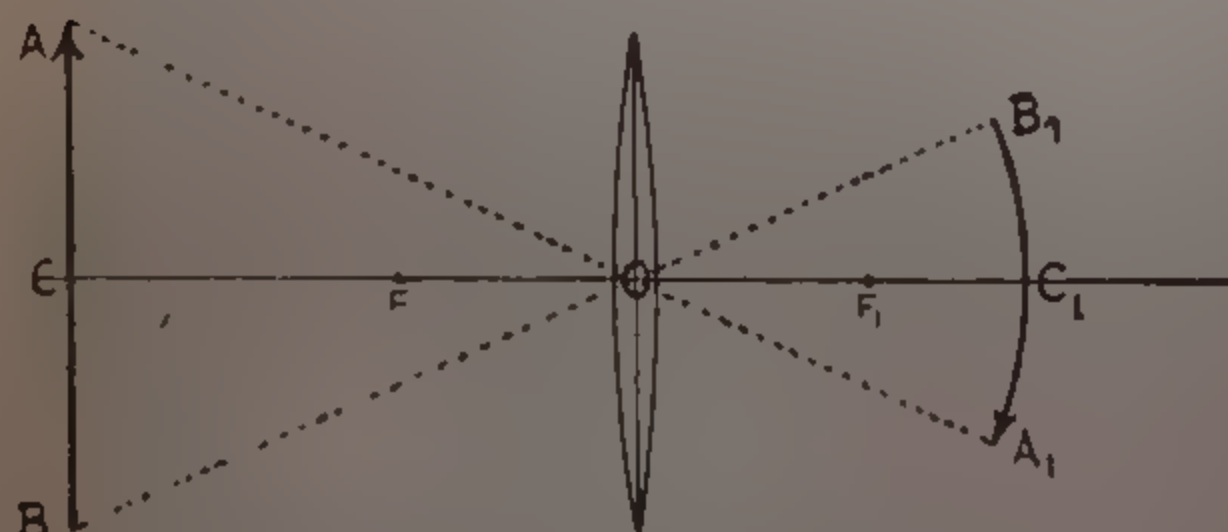
Per ottenere le immagini da riprodurre, occorre la **macchina fotografica**; la quale comunemente è formata da un'assicella a cui è fissato l'**obiettivo** O (Fig. 371), che è un sistema di lenti equivalente ad una lente convergente. Si adopera un sistema composto, anzichè una semplice lente, per correggere le deformazioni e i difetti che presentano le immagini ottenute con una sola lente. Questi difetti sono di diverse specie:

1. Le **aberrazioni di sfericità**, dovute al fatto che la lente non è mai di piccola apertura (§ 226). Avviene inoltre che un oggetto esteso AB, posto in un piano perpendicolare all'asse ottico di una lente O (Fig. 372), ha i punti estremi A e B ad una distanza dalla lente maggiore che il punto centrale C; quindi le immagini A_1 e B_1 dei primi, si formano più vicine ad O che quella C_1 di C. L'immagine dell'oggetto piano $[ACB]$ sarebbe netta su una superficie curva $[A_1C_1B_1]$. Ora, siccome solitamente l'imma-

Fig. 372.

(1) Daguerre Luigi; n. a Cormeilles nel 1769, m. a Petit-Brie nel 1851.

gine si raccoglie su uno schermo piano, avvertiamo due inconvenienti:

a) l'immagine è deformata, risultando dalla applicazione di una figura curva su un piano. Queste distorsioni sono tali, che di un reticolato a tratti paralleli e incrociati come $ABCD$ (Fig. 373) si ottiene un'immagine come in $A'B'C'D'$ (*distorsione a barile*) o come in $A''B''C''D''$ (*distorsione a cuscino*);

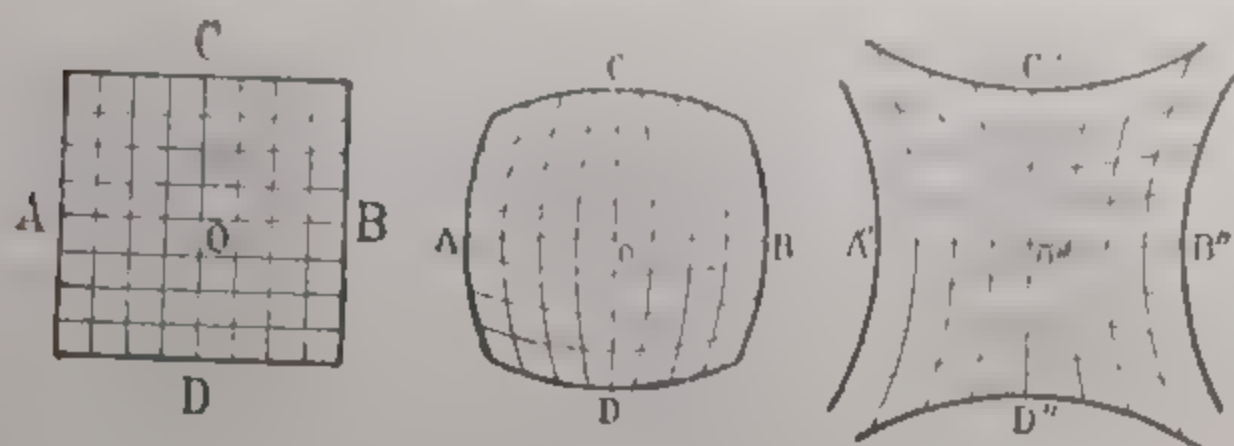



Fig. 373.

b) l'immagine non è nitida in tutti i punti; se lo schermo è vicino a C_1 (Fig. 372), l'immagine è netta nel centro e confusa alla periferia; se lo schermo passa per A_1B_1, avviene il contrario.

Si correggono questi difetti con la sovrapposizione di più lenti, di forma e curvatura opportunamente studiata. Un obiettivo esente da distorsioni, per cui cioè l'immagine è simile geometricamente all'oggetto, si chiama **rettolineare.** Un obiettivo che forma in un piano l'immagine di un oggetto pure contenuto in un piano, si chiama **aplanatico.**

2. L'**astigmatismo**, dovuto a varie cause, per cui a un punto dell'oggetto non corrisponde nell'immagine un altro punto. Ciò concorre a far sì, come nel caso precedente, che l'immagine non è netta per tutta l'estensione della figura. Anche questo difetto si corregge con l'abbinamento di più lenti. Un obiettivo corretto da questo difetto si chiama **anastigmatico.**

Fig. 374.

3. Le **aberrazioni cromatiche**, di cui parlammo al § 237; indicammo allora come si correggono. Un obiettivo esente da questo difetto si chiama **acromatico.**

La Fig. 374 mostra in sezione uno dei migliori *obiettivi anastigmatici* per fotografia, costruito dalla Casa Koritska di Milano.

Tutti questi difetti si attenuano tanto più, quanto più piccolo è il **diaframma,** il quale limita il passaggio dei raggi solo nella parte centrale della lente; cioè diminuisce l'apertura di questa. D'altra parte non si può impiccolire quanto si vuole l'apertura del diaframma, perchè con ciò l'immagine si rende meno luminosa. Il diametro del diaframma va computato in rapporto alla distanza focale dell'obiettivo; così $F:32$ vuol dire un diaframma il cui diametro sia $^1/_{32}$ della distanza focale. Gli obiettivi più luminosi oggi costruiti, sono quelli che comportano un diaframma sino a $F:2{,}5$, e per alcuni obiettivi cinematografici perfino $F:1{,}5$!

Un difetto che non si può correggere è la deformazione dell'immagine, dovuta al fatto che le parti più vicine dell'oggetto da fotografare, vengono riprodotte in proporzione maggiore delle più lontane, in modo che risulta falsato il rapporto di grandezza delle diverse parti dell'oggetto fotografato. Così, ad es., la Fig. 375 mostra come vengono riprodotti in dimensioni esagerate i piedi e le mani di una persona, in confronto della testa; e la

Fig. 376 mostra come [illegible] sproporzio[illegible] cavallo, rispetto alle parti posteriori

Fig. 375.

Fig. 376.

Tale difetto si potrà rendere trascurabile solo con una scelta giudiziosa della posizione della macchina fotografica, rispetto agli oggetti vicini della veduta da fotografare.

All'assicella che porta l'obiettivo è collegato, per mezzo di un soffietto di pelle *S*, (Fig. 371), un telaio *A* chiuso da una lastra di **vetro smerigliato**. L'oggetto da fotografare è comunemente posto al di là del doppio della distanza focale dell'obiettivo; se ne forma quindi un'immagine reale, capovolta, impiccolita, tra il fuoco ed il doppio della distanza focale (§ 231, N. 1). Essendo un'immagine reale, si può raccogliere sul vetro smerigliato; e si guarda dietro ad esso, coprendola con un panno oscuro, perchè non sia abbagliata e cancellata dalla luce ambiente. Poichè la posizione dell'immagine varia con quella dell'oggetto, ogni volta occorre spostare il vetro smerigliato, per mezzo di una cremagliera *V*, e portarlo avanti e indietro fino a che l'immagine vi si scorge ben nitida; questa operazione si chiama **messa a fuoco.**

Ciò fatto, si chiude l'obiettivo con apposito **otturatore**, si toglie il telaio con il vetro smerigliato, ed al suo posto si mette un astuccio ben chiuso, detto **châssis**, contenente la **lastra sensibile**, la quale deve occupare esattamente il posto in cui era dapprima il vetro smerigliato. Si scopre allora nell'interno della macchina la lastra sensibile, e si apre l'otturatore per breve tempo (frazione di secondo), chiamato il *tempo di posa*, in modo che l'immagine si formi sulla lastra sensibile, che rimane impressionata. Vi

sono diverse forme di otturatori [illegible]; ve ne è di quelli che permettono la posa $^1/_{2000}$ di secondo, e anche meno; la manovra dell'otturatore si eseguisce mediante la compressione di una pera di gomma Q, o in altre maniere diverse.

Non possiamo naturalmente descrivere qui le innumerevoli forme che si dànno alla macchina fotografica, per renderla più facilmente trasportabile, più comoda e meno ingombrante, o per raggiungere altri speciali scopi; vi sono macchine fotografiche grandi come un orologio da tasca, o nascondibili dietro la cravatta.

Fig. 377.

Fig. 378.

La lastra sensibile è una lastra di vetro (o di celluloide, e allora si chiama **la pellicola**), ricoperta su una faccia da uno strato di gelatina contenente del bromuro di argento. Questa sostanza ha la proprietà di annerire sotto l'azione della luce; ma l'annerimento è indiretto, cioè si rende manifesto solo se dopo l'azione della luce, agisce un'opportuna sostanza chimica (**bagno di sviluppo**). Difatti, portata la lastra impressionata in un gabinetto oscuro, illuminato da luce rossa che non impressiona la lastra (§ 293), non si scorge niente sulla sua superficie. Ma messa nel bagno di sviluppo, che è una soluzione di sostanze riduttrici (*metolo*, *idrochinone*, ecc...) i punti colpiti dalla luce corrispondenti ai punti chiari dell'oggetto, anneriscono; perchè il bromuro d'argento quasi incolore, *è ridotto* in polvere tenuissima di *argento nero*; i punti oscuri dell'immagine restano invece inalterati.

Si ottiene così l'immagine coi chiari e scuri invertiti rispetto all'oggetto; e che perciò si chiama **la negativa**, (Fig. 377).

Dopo il bagno di sviluppo occorre quello di **fissaggio**, formato di una soluzione di iposolfito di soda, che ha la proprietà di sciogliere e quindi portar via dalla lastra il bromuro d'argento non ancora impressionato; indi la

negativa si lava abbondantemente, si lascia asciugare, e *si ritocca* per correggere i difetti della figura, così è pronta per la stampa.

Questa si fa ponendo la negativa in apposito telaio, e contro di essa un foglio di carta sensibile; cioè carta avente su una faccia uno strato di gelatina contenente citrato d'argento, che è un sale che si annerisce direttamente alla luce. Si espone il tutto al sole, in modo che la luce attraversi la negativa e poi batta sulla carta sensibile. Nei punti scuri della negativa la carta non s'impressiona e rimane bianca; nei punti chiari invece annerisce. Si forma così un'immagine con le tonalità eguali all'oggetto, ma in una tinta sola, *senza colori*; essa si chiama **la positiva** e se ne possono stampare quante copie si vuole, senza che la negativa si alteri o si consumi (Fig. 378). Tali positive si immergono in un bagno contenente una sostanza, che dà all'immagine una tinta più gradevole (**bagno di viraggio**), e poi in un bagno di fissaggio, come per le negative. Spesso i due bagni sono mescolati, e formano un **bagno unico di viraggio e fissaggio.**

Vi sono delle carte spalmate di gelatina con bromuro di argento, che si impressionano con la luce artificiale, e si sviluppano e fissano come le negative. Esse dànno immagini di un bel nero, e sono ora molto adoperate. Essendo più rapide permettono **gli ingrandimenti,** mettendo la negativa in un apparecchio di proiezione (§ 250) e proiettando l'immagine ingrandita su un foglio di tale carta al bromuro.

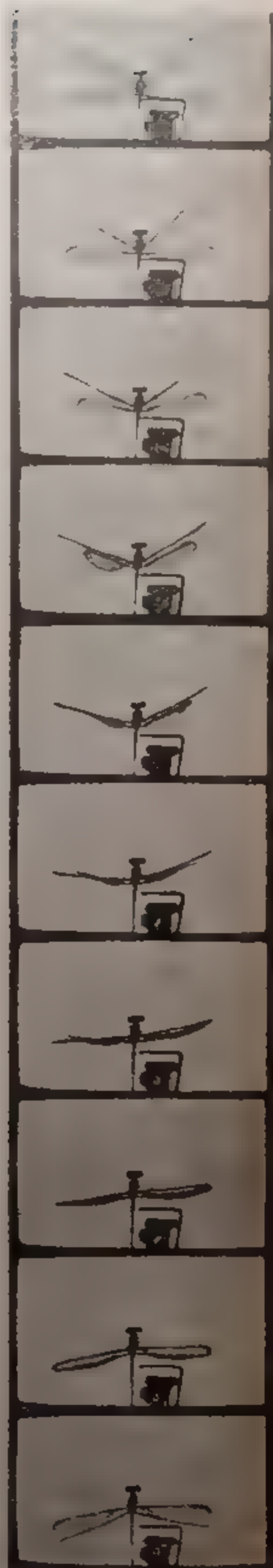
La fotografia ordinaria, oltre a ridurre i colori ad un tono solo, ha il difetto di variare l'intensità con cui sono riprodotte le tinte dell'oggetto. Essendo la lastra insensibile al rosso, le tinte rosso-vivo che sembrano luminose all'occhio, vengono scure in fotografia, il fogliame degli alberi è riprodotto in nero, ecc. Viceversa, tinte viola-scuro, in fotografia vengono chiare. Si elimina in gran parte questo inconveniente con lastre (e pellicole) speciali, (*ortocromatice*, *pancromatiche*, ecc.), coperte di emulsione sensibile anche al rosso. Vi sono anche lastre sensibili ai raggi infrarossi (§ 293), capaci di dare fotografie anche con tempo nebbioso (poichè la nebbia è alquanto trasparente ai raggi infrarossi) e perfino di notte; poichè di notte gli oggetti emettono raggi calorifici oscuri, che se non sono sensibili all'occhio, lo sono a queste lastre speciali.

301. **La fotografia ultrarapida.** — Sono inestimabili i servigi che rende la fotografia in ogni campo della vita, della Scienza e dell'industria. La fotografia e la cinematografia hanno assunto una importanza fondamentale non solo nelle ricerche scientifiche, ma anche in molte applicazioni di controllo industriale. La possibilità di impressionare la lastra fotografica con pose di $^1/_{2000}$ di secondo, ha permesso di ottenere le fotografie di oggetti in rapido movimento, come animali in piena corsa, automobili lanciate alla velocità di oltre 200 *km* all'ora, ecc. Illuminando con una scintilla elettrica un oggetto in rapidissimo moto, se ne è ottenuta l'immagine durante il tempo di meno di un milionesimo di secondo; si sono prese in tal modo le fotografie del volano di un motore di automobile che compie 50 giri al secondo, dell'elica di un aeroplano che fa oltre 2400 giri al minuto, e perfino di un proiettile da fucile che si muove con velocità maggiore di 700 *m* al secondo! Tali fotografie riproducono gli oggetti nettissimi, come se fossero fermi.

La macchina fotografica applicata [illegible] della vita dei microrganismi; annessa al telescopio, ci ripro-duce le mosse dei mondi lontani migliaia di anni di luce. Si sono costruite macchine fotografiche così pic-cole, da nascondersi nel pomo di un bastone o nel nodo di una cravatta; la Fig. 379 mostra come si può fotografare l'interno dello stomaco, introducendovi dalla bocca una minuscola macchina fotografica, cor-redata di una piccola lampadina elettrica.

Fig. 380.

Fig. 379.

La cinematografia infine, ci ha permesso di ripro-durre tutte le fasi di qualsiasi movimento, per quanto rapido: il pulsare del cuore, il cammino del cibo negli intestini durante la digestione, la deformazione degli organi di una macchina in moto, il volo di una libel-lula (Fig. 380), ecc. I giapponesi Sahura, Kato e Kamei a Tokio, sono riusciti ad ottenere su una pellicola sino a 100 000 fotografie al minuto! Proiettando queste pel-licole con un apparecchio cinematografico comune, cioè con la velocità di 20 immagini al secondo, si riproduce il movimento con una lentezza tale, da renderne facile l'osservazione delle singole fasi parziali ed assistere allo svolgimento di molti fra i più rapidi ed evanescenti fenomeni. Così può osservarsi il movimento di un proiettile che si vede passare sullo schermo con pic-cola velocità, tale da assistere all'urto di esso contro un ostacolo, alla pro-gressiva penetrazione in questo, all'uscita dall'altra parte...

302. La fotografia a colori. — [illegible] le immagini, come s'è detto, in un [illegible] si è da tempo cercata la soluzione della fotografia a colori, riproducente le immagini coi colori naturali. Il problema non è ancora [illegible], ma si ottengono già risultati assai soddisfacenti col *processo Lumière*.

Questo metodo è basato sul fatto che la luce bianca può essere ottenuta con la fusione in proporzioni opportune, di tre soli colori, che si chiamano i **colori fondamentali**: il *rosso-aranciato*, il *giallo-verde*, e *l'azzurro-indaco*. Anche gli altri colori possono ottenersi con la combinazione di due o tutti e tre questi; così il verde si può ottenere con la combinazione del giallo-verde con l'azzurro-indaco, il violetto con l'azzurro-indaco più il rosso-aranciato, ecc. La fusione dei colori può ottenersi non solo mescolando sostanze colorate diversamente, o con la sovrapposizione di luci diversamente colorate; ma può anche avvenire per la proprietà dell'occhio di percepire un colore unico composto, se riceve luce da varî punti diversamente colorati, distinti; ma così vicini che non si possono scorgere separati, e la loro immagine si confonda in una sensazione sola. È ciò che avviene nella pittura eseguita col *metodo divisionista*.

Ciò posto, vi sono in commercio delle **lastre autocrome**, formate di una lastra di vetro, su cui è steso uno strato di una miscela di granuli trasparenti, piccolissimi, di amido (del diametro di circa 0,01 *mm*) colorati separatamente nei tre colori fondamentali; lo spessore dello strato non deve sorpassare il diametro dei granuli; gli interstizi fra granello e granello sono otturati con finissima polvere nera di grafite. La finezza della granitura è tale, che ogni mm^2 contiene da 6 a 7 mila granelli; la proporzione dei varî granelli colorati è tale da dare all'occhio la sensazione del bianco.

Sopra a questo strato è distesa una vernice di protezione, e su questa l'emulsione sensibile al bromuro d'argento, contenente sostanze che la rendono atta ad impressionarsi anche alla luce rossa (**lastre ortocromatiche**). Si fa la fotografia di un oggetto colorato, al solito modo; però con una posa più lunga, ponendo avanti all'obiettivo un vetro giallo speciale, e rivolgendo verso di questo non la superficie sensibile della lastra, ma la parte del vetro; in modo che la luce debba prima attraversare lo strato dei granuli colorati e poi arrivare allo strato sensibile.

Allora avverrà questo che: nelle parti ove l'immagine è ad es. rossa, la luce rossa attraverserà solo i granuli d'amido rossi, e non gli altri che per il rosso sono opachi (§ 294), e la lastra rimarrà impressionata, cioè annerita, sotto tali granuli; mentre sotto gli altri granuli di colore diverso, non rimane impressionata. Analogamente avverrà per i raggi di luce degli altri colori. Sviluppando la lastra con un **primo sviluppo**, e poi guardandola contro luce, per questo annerimento non potremo vedere i granuli rossi dove è caduta la luce rossa, nè i granuli verdi dove è caduta la luce verde, ecc.; cosicchè la lastra apparirà come *negativa*, mostrando nei varî punti il colore complementare (§ 295) di quello dell'oggetto riprodotto.

Dopo una lavatura, la lastra s'immerge nel **bagno d'inversione**, che è una sostanza ossidante (permanganato di potassio ed acido solforico), la quale scioglie l'argento metallico ridotto, cioè annerito, nel primo sviluppo; e non altera il bromuro non impressionato. In tal modo dove prima era un punto nero della gelatina, ora si forma un punto trasparente. Portando la

lastra alla luce, e sottoponendola ad un secondo sviluppo, [illegible] annerisce nei punti in cui era rimasta bianca nel primo sviluppo, e viceversa rimane trasparente dove era annerita dapprima. Cioè si ottiene la positiva; guardando la lastra contro luce, si vedrà ora il granulo rosso [illegible] nei punti ov'era caduta la luce rossa, e così per gli altri colori. Si vedrà così l'immagine coi suoi colori naturali.

Il procedimento in questi ultimi anni è stato assai perfezionato, tanto da renderlo adatto a fornire pellicole per la proiezione, (cinema a colori).

303. Problemi sull'assorbimento dell'energia raggiante.

a) Problema risoluto.

Un treno che corre con la velocità di 72 km *l'ora, è fotografato lateralmente dalla distanza di* m *200, con un apparecchio fotografico la cui distanza focale è di* cm *25. Quale dev'essere la durata della posa, perchè l'immagine non si sposti più di 0,2* mm?

Risoluzione. — Allo spostamento dell'immagine di *mm* 0,2 = *cm* 0,02 corrisponde lo spostamento x dell'oggetto, tale che (§ 232-12):

$$\frac{0,02}{x} = \frac{25}{20\,000};$$

avendo preso la distanza dell'immagine dalla lente sensibilmente uguale alla distanza focale. Risolvendo si ottiene:

$$x = cm\ \frac{0,02 \times 20\,000}{25} = cm\ 16.$$

La velocità di *km* 72 l'ora corrisponde a:

$$v = cm\ \frac{7\,200\,000}{3\,600}\ \text{al}\ s = cm_s\ 2\,000.$$

Il treno perciò si sposta di *cm* 16 nel tempo (Vol. 1°, § 25-3):

$$t = \frac{x}{v} = sec.\ \frac{16}{2\,000} = 0,008^s.$$

b) Problemi da risolvere.

1. Una macchina fotografica è provvista di un obiettivo di *cm* 15 di distanza focale, montato su un tubo filettato al passo di *mm* 5. Stabilire una tabella con le rotazioni che si devono imprimere al tubo dell'obiettivo, partendo dalla posizione corrispondente alla messa a fuoco all'infinito, perchè si abbiano le immagini nette di punti posti a *m* 10, *m* 5, *m* 2,50, *m* 1,50 dall'apparecchio.

2. Con un dato apparecchio fotografico, diaframmando con $F:5$ si richiede la posa di 0,25 secondi. Qual'è la posa necessaria se il diaframma si restringe ad $F:16$?

3. Con una macchina fotografica si vuole coprire la lastra del formato 9 × 12, in modo che vi sia contenuta (sino agli orli) l'immagine di un oggetto alto *m* 24, posto alla distanza di *m* 30. Calcolare la distanza focale dell'obiettivo, e di quanto occorre allontanare il vetro smerigliato, per ottenervi a foco l'immagine di un altro oggetto, posto a *m* 2 dall'obiettivo.

4. Con un obiettivo della distanza focale di *cm* 15, che permette di ottenere l'immagine di un oggetto rettilineo entro un angolo di 60°, si vuole fotografare una carta fotografica, delle dimensioni di *m* (3 × 2).

Calcolare la distanza a cui va posto l'obiettivo dall'oggetto, e quali sono le dimensioni dell'immagine fotografica ottenuta.

5. Che immagine si ottiene di una stella, con una macchina fotografica, il cui obiettivo ha la distanza focale di *cm* 24, se la durata della posa è di $1^h\ 25^m$?

INDICE

PARTE SECONDA

TERMOLOGIA

Termometria.

Calorimetria.

Trasmissione del calore.

DILATAZIONE

Dilatazione termica dei solidi.

Dilatazione dei liquidi.

Dilatazione dei gas.

Cambiamenti di stato.

Fusione e solidificazione.

Soluzione.

Vaporizzazione.

Liquefazione dei gas.

CENNI DI METEOROLOGIA

L'atmosfera terrestre.

Igrometria.

Precipitazioni atmosferiche.

CENNI DI TERMODINAMICA

Equivalente meccanico del calore.

PARTE TERZA

ACUSTICA

PARTE QUARTA

OTTICA

RIFLESSIONE DELLA LUCE

Le leggi della riflessione.

Specchi piani.

Specchi sferici.

RIFRAZIONE

Rifrazione in mezzi illimitati.

Rifrazione in mezzi limitati.

Dispersione della luce.

Lenti.

Acromatismo.

La visione.

Strumenti ottici.

OTTICA FISICA

Velocità della luce.

Natura della luce.

Spettroscopia.

Assorbimento dell'energia raggiante.

Prezzo **L. 18.**